

文章编号: 1001-0920(2005)08-0947-04

## 基于最小二乘支持向量机的自适应逆扰动消除控制系统

柳晓菁, 易建强, 赵冬斌, 王 伟

(中国科学院 自动化研究所 复杂系统与智能科学重点实验室, 北京 100080)

摘 要: 研究一种基于最小二乘支持向量机的自适应逆扰动消除控制器的设计问题, 给出了基于最小二乘支持向量机的建模和逆建模方法, 以及贝叶斯证据框架下高斯核支持向量机估计算法的参数选择方法 仿真结果验证了该方法的有效性

关键词: 支持向量机; 贝叶斯证据框架; 自适应逆; 扰动消除控制

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Adaptive Inverse Disturbance Canceling Control Systems Based on Least Squares Support Vector Machine

L I U X iao-jing, Y I J ian-qiang, Z H A O D ong-bin, W A N G W ei

(Laboratory of Complex Systems and Intelligence Science, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China Correspondent: L I U X iao-jing, E-mail: xiaojing\_liu@mail\_ia.ac.cn)

**Abstract** A kind of adaptive inverse disturbance canceling control systems based on least squares support vector machine (LS-SVM) is discussed. The approach of modeling and inverse modeling using LS-SVM is presented. A parameter selecting method within the Bayesian evidence framework is given for SVM regression with Gauss kernel. Simulation result shows that the approach is effective.

**Key words:** Support vector machines; Bayesian evidence framework; Adaptive inverse; Disturbance canceling control

### 1 引 言

文献[1]给出了线性系统自适应对象扰动消除器的工作原理, 并证明了它的最优性. 这些结果仍然适用于非线性对象扰动消除器的工作原理和最优性证明<sup>[2]</sup>. 本文在整个噪声消除系统中用最小二乘支持向量机(LS-SVM)进行建模和逆建模, 并用它们复制的模块来组成扰动消除系统, 从而达到最大限度消除噪声的目的.

支持向量机是 Vapnik 等<sup>[3]</sup>提出的一种新型机器学习方法, 由于其出色的学习性能而成为机器学习的研究热点. 它成功地克服了神经网络等学习方法存在局部极小点、过学习以及结构和类型的选择过分依赖于经验等固有的缺陷, 在若干挑战性的应

用中获得了迄今为止最好的性能<sup>[4]</sup>. 在支持向量机中, 正规化参数和核参数都是非常重要的参数, 这些参数的选择可以根据经验、交叉验证法、自举法等来确定<sup>[5]</sup>.

Mackay<sup>[6]</sup>提出一种贝叶斯证据框架, Kowk<sup>[7]</sup>则对贝叶斯证据框架下标准支持向量机分类问题进行研究. 本文在贝叶斯证据框架下, 给出一种支持向量机估计算法的建模和逆建模方法. 将该方法应用于自适应逆扰动消除控制, 取得了良好的效果.

### 2 最小二乘支持向量机

Suykens<sup>[8]</sup>提出的新型支持向量机——最小二乘支持向量机, 是通过将最小二乘线性系统引入支持向量机, 代替传统的支持向量机采用二次规划方

收稿日期: 2004-08-27; 修回日期: 2004-11-16

基金项目: 国家 973 计划项目(2003CB517106).

作者简介: 柳晓菁(1976—), 男, 山西运城人, 博士生, 从事智能控制等研究; 易建强(1963—), 男, 江西萍乡人, 研究员, 博士生导师, 从事智能控制、机电一体化等研究.

法解决分类和函数估计问题 用于函数估计的最小二乘支持向量机算法推导如下:

设样本为  $n$  维向量, 则  $N$  个样本组成的样本集表示为  $D = \{(x_k, y_k) | k = 1, 2, \dots, N\}$ ,  $x_k \in R^n, y_k \in R$ . 其中:  $x_k$  为输入数据,  $y_k$  为输出数据 在权  $w$  空间中的函数估计问题描述如下:

$$\min J(w, e) = \frac{1}{2} w^T w + \frac{1}{2} C \sum_{k=1}^N e_k^2, \quad (1)$$

$$\text{s.t. } y_k = w \mathcal{Q}(x_k) + b + e_k$$

其中:  $\mathcal{Q}(\cdot): R^n \rightarrow R^h$  为核空间映射函数,  $w \in R^h$  为权矢量,  $e_k \in R$  为误差变量,  $b$  为偏差量,  $C$  为正规化参数 根据式(1), 可定义拉格朗日函数

$$L(w, b, e; \alpha) = J(w, e) - \sum_{k=1}^N \alpha_k \{w^T \mathcal{Q}(x_k) + b + e_k - y_k\}. \quad (2)$$

其中拉格朗日乘子  $\alpha \in R$ . 通过  $L$  对  $w, b, e_k$  和  $\alpha$  求偏导等于零, 对式(2)进行优化 消除变量  $w$  和  $e$ , 可得矩阵方程

$$\begin{bmatrix} 0 & 1_v^T \\ 1_v & \Omega + \frac{1}{C} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}. \quad (3)$$

其中:  $y = [y_1, \dots, y_N]$ ,  $1_v = [1, \dots, 1]$ ,  $\alpha = [\alpha_1, \dots, \alpha_N]$ ,  $\Omega$  的  $k$  行  $l$  列元素  $\Omega_{kl} = K(x_k, x_l)$ . 关键问题是核函数  $K(\cdot, \cdot)$  的选取, 使得

$$K(x_k, x_l) = \mathcal{Q}(x_k)^T \mathcal{Q}(x_l). \quad (4)$$

最小二乘支持向量机的函数估计为

$$y(x) = \sum_{i=1}^l a_i K(x, x_i) + b, \quad (5)$$

其中  $\alpha$  和  $b$  由式(3)求解 本文中的核函数  $K(\cdot, \cdot)$  是高斯核函数

### 3 支持向量机的贝叶斯参数调整方法

在支持向量机估计算法中, 正规化参数  $C$  和高斯核参数  $\sigma$  是非常重要的参数 文献[9]讨论了贝叶斯证据框架下最小二乘支持向量机估计算法参数的选择问题 文献[6]将贝叶斯推断分为3个准则的推断 贝叶斯证据框架的基本思想是最大化参数的后验, 而最佳参数值或模型是在参数分布后验最大化的情况下得到的

**准则1** 将优化问题的目标函数除以  $C$ , 并用  $\lambda$  代替  $1/C$ . 它是通过贝叶斯规则推断  $w$  的后验, 即

$$p(w/D, \lambda, H) \propto p(D/w, \lambda, H) p(w/\lambda, H). \quad (6)$$

**准则2** 将贝叶斯规则应用于准则2, 通过最大化正规化参数  $\lambda$  的后验  $p(\lambda/D, H)$ , 可求得  $\lambda$  的最佳值  $\lambda_{BP}$ .

**准则3** 通过最大化后验概率  $p(H/D)$  选择最优核参数

准则1可推断  $a_i$  和  $b$ ; 准则2可估计正规化参数  $C$ ; 准则3可估计核函数  $\sigma$

### 4 基于支持向量机的建模和逆建模方法

基于最小二乘支持向量机的建模结构如图1所示

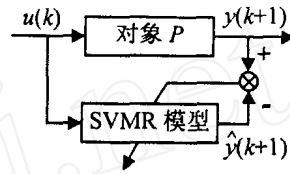


图1 基于最小二乘支持向量机的建模

对于一个离散单输入单输出非线性模型

$$y(k+1) = f[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n), u(k), u(k-1), \dots, u(k-m)], \quad (7)$$

其中  $u(k)$  和  $y(k)$  分别代表系统在  $k$  时刻的输入和输出 设有一系列控制输入  $u(k-m), u(k-m+1), \dots, u(k)$ , 输出  $y(k-n), y(k-n+1), \dots, y(k)$ , 则相应的输出为  $y(k+1)$ ; 并设

$$X(i) = (y(i), y(i-1), \dots, y(i-n), u(i), u(i-1), \dots, u(i-m)), i = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

则

$$y(i+1) = f(X(i)). \quad (9)$$

构造学习样本集  $(X(i), y(i+1))$ , 采用最小二乘支持向量机的函数估计方法, 可将非线性的样本数据映射为高维空间的线性输出, 即

$$\hat{y}(k+1) = \sum_{i=1}^l a_i K(X(i), X(k)) + b \quad (10)$$

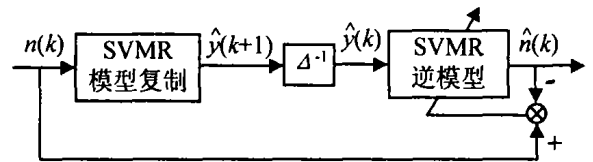


图2 基于最小二乘支持向量机的逆建模

最小二乘支持向量机的逆建模结构如图2所示, 其原理与正建模相同 值得注意的是, 用作输入的噪声信号  $n(k)$  要有与原始对象扰动相同的统计特性 设

$$Y(i) = (y(i), y(i-1), \dots, y(i-n), n(i-1), n(i-2), \dots, n(i-m)), \quad (11)$$

则

$$n(i) = f(Y(i)). \quad (12)$$

于是可以建立样本集  $(Y(i), n(i))$ . 采用最小二乘支持向量机回归的方法, 可建立  $n(k)$  的支持向量机模

型

$$\hat{n}(k) = \sum_{i=1}^l a_i^* K(Y(i), Y(k)) + b^* \quad (13)$$

通过样本的学习可分别求出式(10)的  $a_i, b$  和式(13)的  $\alpha^*, b^*$ .

贝叶斯证据框架下最小二乘支持向量机的建模和逆建模步骤如下:

Step 1: 建立输入输出样本集;

Step 2: 设定初始参数值, 对支持向量机进行训练, 获取支持向量机模型中的系数  $a_i$ ;

Step 3: 用准则 2 迭代求解正规化参数  $C$ ;

Step 4: 用准则 3 迭代求解核参数  $\sigma$ ;

Step 5: 用所求的正规化参数和核参数重新训练支持向量机, 返回 Step 2 多次, 选出最优模型或逆模型

### 5 自适应逆扰动消除控制系统

在传统的控制中, 通常是将对象响应和对象扰动的控制置于同一反馈过程中进行, 而自适应逆控制中这两个问题是分开来单独进行处理, 因此可以分别提高各自的性能. 在非线性的自适应逆扰动消除控制中, 可用支持向量机回归进行建模和逆建模, 并用它们复制的模块来组成扰动消除系统, 从而达到消除噪声的目的.

图 3 为基于最小二乘支持向量机的自适应逆扰动消除系统. 它的工作原理是: 先离线训练非线性被控对象的 SVMR 模型(非常接近于非线性对象  $P$ ), 再将复制的 SVMR 模型与对象  $P$  并联在同一输入激励下, 二者输出之差近似等于对象扰动  $n(k)$ , 最后将这个近似的  $n(k)$  输入给延时的 SVMR 逆模型. 从对象输入中减去延时的 SVMR 逆模型输出, 就可以消除对象扰动  $n(k)$ .

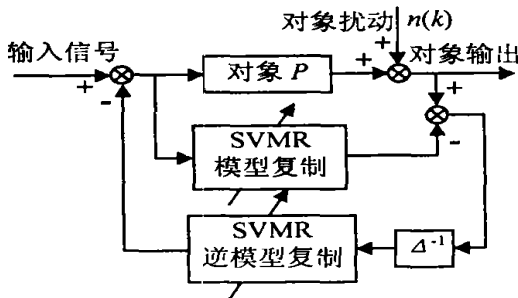


图 3 基于LS-SVM 的自适应逆扰动消除控制系统

SVMR 逆模型前面的单位延迟  $z^{-1}$ , 表示数字反馈回路中存在一个单位延迟, 说明二者在输出相减时刻, 得到的  $n(k)$  经反馈回路加入对象输入端的负反馈值只能消除下一时刻值. 在高速采样下, 单位延时影响很小. 图 3 系统中对象  $P$  的 SVMR 模型和 SVMR 逆模型的模块采用图 1 和图 2 的方法离线获

得

为了更好地消除噪声, 在计算 SVMR 逆模型时, 应考虑自适应权系数误差引起的超调, 这时需要一个很慢的自适应过程. 解决的方法是采用图 2 的结构, 离线计算 SVMR 逆模型. 这需要合成噪声, 而这个合成噪声具有与原始对象扰动相同的统计特性. 该离线过程运行速度比实时过程快得多, 它可以瞬时提供最优的 SVMR 逆模型.

### 6 仿真研究

给定一个非线性对象

$$y(k+1) = \frac{y(k)}{1+y^2(k)} + u^3(k) + n(k).$$

其中:  $n(k)$  为方差为 0.1 的限带白噪声信号,  $u(k)$  为幅值为 1 的脉冲输入信号. 取 200 个样本点, 建立输入输出样本集. 在贝叶斯框架下得到最佳的正规化参数  $C = 270$ , 核参数  $\sigma = 70.748$ . 离线建模仿真结果如图 4 所示. 设逆建模所用的合成噪声信号也是方差为 0.1 的限带白噪声信号, 在贝叶斯框架下得到最佳的正规化参数  $C = 40$ , 核参数  $\sigma = 0.211$ . 离线逆建模仿真结果如图 5 所示. 从图 4 和图 5 可以看出, 最小二乘支持向量机可以很好地为非线性对象建模和逆建模.

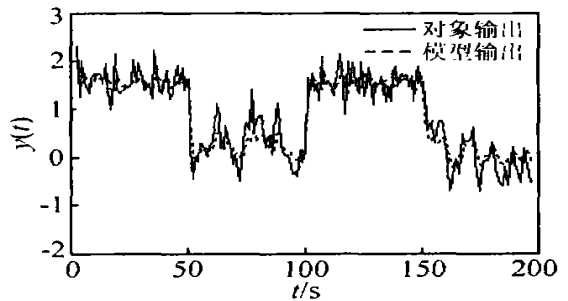


图 4 基于LS-SVM 的离线建模

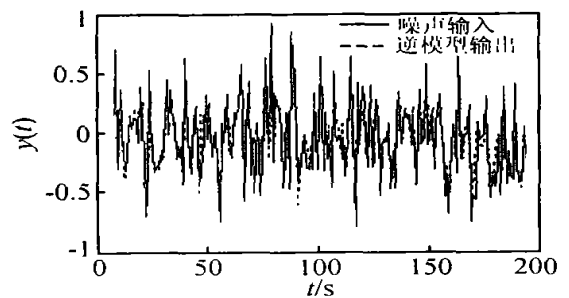


图 5 基于LS-SVM 的离线逆建模

没有采用自适应逆扰动消除控制的被控对象的输出结果如图 6 所示, 采用自适应逆扰动消除控制的被控对象的输出结果如图 7 所示. 图 6 和图 7 说明基于最小二乘支持向量机的自适应逆扰动消除系统可以很好地消除扰动.

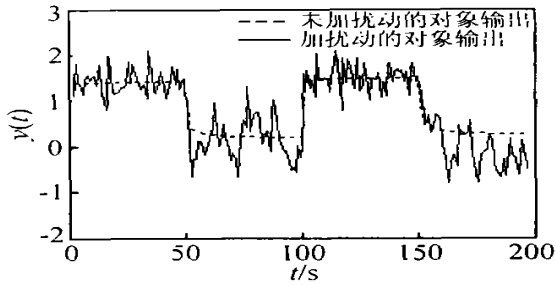


图6 未采用自适应逆扰动消除控制的效果

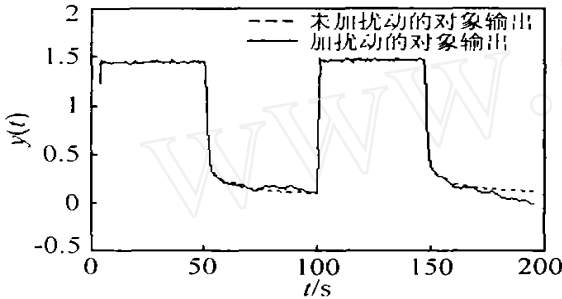


图7 采用自适应逆扰动消除控制的效果

## 7 结 语

本文研究基于最小二乘支持向量机的自适应逆扰动消除器的设计问题,给出了基于最小二乘支持向量机的建模和逆建模方法。利用贝叶斯证据框架下的高斯核支持向量机估计算法来选择参数,将支持向量机的非线性系统辨识技术应用于自适应逆扰动消除控制。仿真结果表明了基于最小二乘支持向量机的自适应逆扰动消除器的有效性。

## 参考文献(References)

- [1] Widrow B, Walach E. *Adaptive Inverse Control* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1996.  
 [2] 卢志刚, 吴士昌, 于灵慧. *非线性自适应逆控制及其应用*

[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.

(Lu Z G, Wu S C, Yu L H. *Nonlinear Adaptive Inverse Control and Its Applications* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2004.)

- [3] Vapnik V. *The Nature of Statistical Learning Theory* [M]. New York: Springer-Verlag, 1999.  
 [4] Cristianini N, Shawe Taylor J. *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-based Learning Methods* [M]. New York: Cambridge University Press, 1999.  
 [5] 阎威武. *支持向量机理论、方法和应用研究* [D]. 上海: 上海交通大学, 2003.  
 (Yan W W. *Theories, Methods and Applications of Support Vector Machines* [D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2003.)  
 [6] Mackay D J C. Probable Network and Plausible Predictions — A Review of Practical Bayesian Methods for Supervised Neural Networks [J]. *Network Computation in Neural Systems*, 1995, (6): 469-505.  
 [7] Kowk J T. The Evidence Framework Applied to Support Vector Machines [J]. *IEEE Trans on Neural Network*, 2000, 11(5): 1162-1173.  
 [8] Suykens J A K. Nonlinear Modeling and Support Vector Machines [A]. *Proc of the 18th IEEE Conf on Instrumentation and Measurement Technology* [C]. Budapest, 2001: 287-294.  
 [9] 阎威武, 常俊林, 邵惠鹤. 一种贝叶斯证据框架下支持向量机建模方法的研究 [J]. *控制与决策*, 2004, 19(5): 524-528.  
 (Yan W W, Chang J L, Shao H H. Modeling Method Based on Support Vector Machines within the Bayesian Evidence Framework [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(5): 524-528.)