文章编号: 1001-0920(2005)08-0860-06

复杂控制系统随机参量的广义自相关性研究

毛明毅[1], 陈志成[2], 何华灿[1]
(1. 西北工业大学 计算机学院, 西安 710072; 2. 清华大学 信息技术研究院, 北京 100084)

摘 要: 研究泛逻辑推理中广义自相关系数 k 值的求解方法, 提出了基于泛逻辑的复杂控制系统不确定性推理模型, 给出了求解 k 值的一般步骤和相关定理. 研究了 3 种连续型随机参量的广义自相关性: 均匀分布的 k 值恒等于 0.5, 是一种理想的精确估计模型; 没有基变换时的指数分布和标准正态分布的 k 值均小于 0.5, 它们对随机参量的逻辑值呈偏小估计. 推导出了求解 N 范数和 k 值的通用公式, 建立起泛逻辑理论和不确定性推理与控制之间的实用性桥梁.

关键词: 泛逻辑; 广义自相关系数; 随机参量; 分布函数; N 范数
中图分类号: TP18　　**文献标识码**: A

On the Generalized Self-correlation of Random Parameter in Complex Control Systems

MAO Ming-yi[1], *CHEN Zhi-cheng*[2], *HE Hua-can*[1]
(1. College of Computer, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2. Research Institute of Information Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China. Correspondent: MAO Ming-yi, E-mail: Maomingyi@sina.com)

Abstract: The issue of finding the value of generalized self-correlation coefficient k in universal logic reasoning is addressed. A model of uncertainty reasoning in a complex control system based on universal logic is proposed. General proceedure of finding the value of k and related theorems are given. The generalized self-correlation of three kinds of continuous random parameters are studied. The results indicate that k is identically 0.5 for proportional distributions which gives a precise model; and k is smaller than 0.5 for exponential distributions and normal distributions without radix conversion, which means the smaller logic values of random parameters. The general formula for expressing N-norms and coefficient k are derived. This sets up a practical bridge between universal logic theories and uncertainty reasoning and control.

Key words: Universal logic; Generalized self-correlation coefficient; Random parameter; Distributing function; N-norms

1 引 言

泛逻辑学是专门研究不确定性推理的逻辑. 文献[1, 2]讨论了现实世界中存在的不确定性; [3]提出了广义相关系数 h 和广义自相关系数 k 的概念, 建立了逻辑推理的统一模型, 并且证明: 传统的二值逻辑、模糊逻辑、概率逻辑、可信度推理等, 都是泛逻辑中参数 h 和 k 为某些具体值时的特例; [4]讨论了广义自相关性对逻辑非运算的影响, 给出了一级泛非运算模型; [5, 6]给出了带有参数 h 和 k 的柔性控制模型, 其特点在于: 可以动态连续地调整 h 和 k, 实现逻辑运算模型的连续改变, 以达到实时精确控制的目的.

在复杂系统中, 许多参数都是受不确定性因素影响的随机变量, 其测量数据中总是包含着误差, 因

收稿日期: 2004-07-26; **修回日期**: 2004-10-28.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60273087); 北京市自然科学基金项目(2032009).
作者简介: 毛明毅(1974—), 女, 江西南昌人, 博士生, 从事复杂控制系统的泛逻辑推理等研究; 何华灿(1938—), 男, 湖北荆州人, 教授, 博士生导师, 从事人工智能及其应用、泛逻辑学与不确定性推理等研究.

此在其推理与控制过程中, 如何弥补或修正这些误差便显得特别重要 在统计数学领域, 已经有了一些误差分析方法; 在泛逻辑中, 广义自相关系数 k 又称为误差系数[3], 它是从逻辑推理角度来描述误差程度的一个参数, 但目前还没有给出实际问题中 k 值的求解方法

本文以广义自相关系数 k 的求解为核心, 首先提出基于泛逻辑的复杂系统不确定性推理模型, 然后研究概率密度为均匀分布、指数分布、正态分布的随机参量的 N 范数和广义自相关系数, 从而建立了生成函数与 N 范数和系数 k 之间的重要关系式, 为泛逻辑学实现复杂控制系统的不确定性推理奠定了基础 文中有关工程实际问题的范例, 有利于拓展泛逻辑学的应用领域

2　广义自相关系数求解的一般步骤与基本概念

2 1　广义自相关系数 k 的物理意义

为了刻画模糊测度误差对模糊算子的影响, 泛逻辑学引入了广义自相关系数, 用 k 表示, $k \in [0, 1]$. k 的物理意义是表征一种数学模型对于所描述参数的误差程度, 它不是误差本身, 而是一种从逻辑推理角度来描述误差相对大小的系数[3]. 在逻辑上, k 表征了对命题进行否定时的误差程度

$k \to 1$: 表示逻辑上的最大可能否定, 对应于最冒险估计, 正误差达最大;

$k = 0.75$: 表示逻辑上的偏大否定, 对应于中度冒险估计, 正误差偏大;

$k = 0.5$: 表示逻辑上的适度否定, 对应于精确估计, 没有误差;

$k = 0.25$: 表示逻辑上的偏小否定, 对应于中度保险估计, 负误差偏大;

$k \to 0$: 表示逻辑上的最小可能否定, 对应于最保险的估计, 负误差达最大

在复杂系统的推理中, 由于不同随机参量服从分布的参数不同, 使得 k 值也不同 因此在泛逻辑运算过程中, 可以根据不同的 k 值选用不同的连接词运算模型; 或者说由 k 来建立不同的运算模型, 从而对系统实现柔性推理, 达到柔性控制的目的

2 2　基于泛逻辑的复杂控制系统不确定性推理模型

在复杂控制系统中, 许多参数都是受不确定性因素影响的随机变量 图 1 给出了基于泛逻辑的复杂控制系统不确定性推理模型, 它包括 4 个步骤: 1) 系统分析; 2) 广义自相关性分析; 3) 泛逻辑推理; 4) 系统反馈与建模修正

在图 1 模型中, 复杂控制系统及其子系统都会存在不确定性, 测量数据也会存在误差 如果数据的实际分布与期望分布产生了偏离, 则其误差系数 k 以及各泛逻辑运算都要随之进行调整, 通过不确定性推理得到目标参数逻辑值, 并把调整信息反馈到系统中, 从而实现精确控制 文献[3～7] 研究了第 1, 第 3 和第 4 步; 本文主要针对关键的第 2 步, 即如何分析和求解随机参量的广义自相关系数, 试图架起泛逻辑原理和不确定性推理与控制之间的实用性桥梁

2 3　广义自相关系数求解的一般步骤与基本概念

为将泛逻辑推理与随机变量的不确定性联系起来, 图 1 中第 2 部分给出了 1～ 6 的标号, 它就是求解广义自相关系数 k 的一般步骤: 分布函数 → 生成函数 → N 性生成元 → N 范数 → 广义自相关系数 k → 泛非运算

下面给出相关定义和求解定理, 其他概念参见文献[3].

定义 1　称 $f(x)$ 为随机参量的分布函数, 它由概率密度求得

常见的离散型概率密度有二项分布、泊松分布等; 连续型概率密度有均匀分布、指数分布、正态分布等

定义 2　如果 $F(x)$ 是 $[0, 1]$ 上连续的严格单调函数, 且 $F(x)$ 为有限值, 则称 $F(x)$ 为生成函数

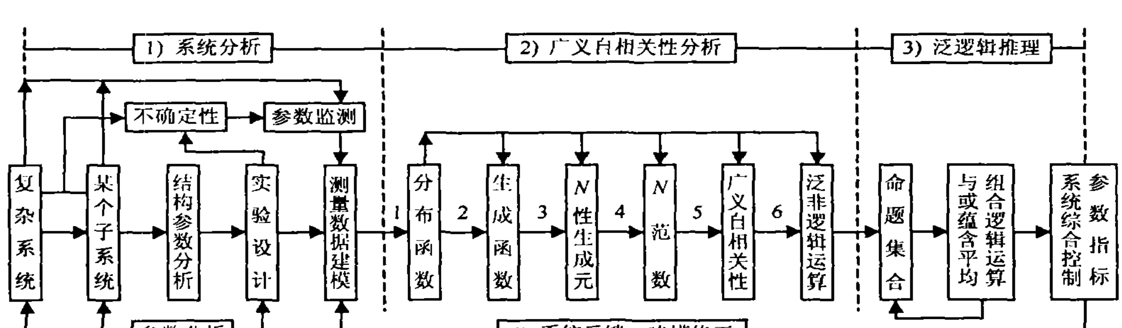

图 1　基于泛逻辑的复杂控制系统不确定性推理模型

生成函数旨在生成定义 3 中的泛逻辑 N 性生成元.

如果分布函数 $f(x)$ 满足定义 2, 则可直接作为生成函数 $F(x)$; 如果分布函数 $f(x)$ 的定义域不包含 $[0, 1]$ 或不连续, 则需利用换基规则进行基变换, 从而得到对应的生成函数 $F(x)$. 泛逻辑中提供的换基规则有 a-b 换基规则和 0-1 换基规则两类[5].

定义 3 $x \in [0, 1]$, 如果 $\varphi(x)$ 是连续的严格单调递增函数, 且 $\varphi(0) = 0$, $\varphi(1) = 1$, 则称 $\varphi(x)$ 为泛逻辑 N 性生成元, 简称 N 性生成元.

N 性生成元的物理意义是: N 性生成元 $\varphi(x^*)$ 用于修正误差对模糊测度值 $u(X) = x^*$ 的影响, 得到精确的模糊测度值 x.

定理 1(N 性生成元生成定理) 如果 $F(x)$ 是连续型随机参量的生成函数, 则

$$\varphi(x) = \frac{F(0) - F(x)}{F(0) - F(1)} \tag{1}$$

是泛逻辑 N 性生成元.

证明 $F(x)$ 是生成函数, 故是 $[0, 1]$ 上连续的严格单调函数, $F(0) - F(1) \neq 0$, 且为有限值. 由式 (1) 可知 $\varphi(x)$ 是 $[0, 1]$ 上连续的严格单调函数, 且 $\varphi(0) = 0$, $\varphi(1) = 1$. 所以 $\varphi(x)$ 是 N 性生成元. □

定义 4 对于函数 $N(x)$, 称其为泛逻辑 N 范数, 简称 N 范数. 如果满足条件:

1) 边界性 N_1: $N(0) = 1$, $N(1) = 0$;

2) 单调性 N_2: $N(x)$ 单调递减, 当 $x, y \in [0, 1]$ 时, 若 $x < y$, 则 $N(x) \geq N(y)$;

3) 逆等性 N_3: 当 $x \in [0, 1]$ 时, $N(x) = N^{-1}(N(x))$, $N^{-1}(x)$ 是 $N(x)$ 的逆.

定理 2(N 范数生成定理) 若 $\varphi(x)$ 是 N 性生成元, $\varphi^{-1}(x)$ 是逆函数, 则 $N(x) = \varphi^{-1}(1 - \varphi(x))$ 是连续的严格单调 N 范数.

证明 因为 $\varphi(x)$ 是 N 性生成元, $\varphi(0) = 0$, $\varphi(1) = 1$, 且是连续的严格单调增函数, 所以 $1 - \varphi(x)$ 是连续的严格单调递减函数, 满足条件 N_1 和 N_2. 由逆运算的性质可知 $y = N(x) = \varphi^{-1}(1 - \varphi(x))$, 也满足条件 N_1 和 N_2. 又 $x = N^{-1}(y) = \varphi^{-1}(1 - \varphi(y))$, 即 $N^{-1}(x) = \varphi^{-1}(1 - \varphi(x))$, 满足条件 N_3. 所以 $N(x)$ 是连续的严格单调 N 范数. □

定理 3(k 值求解定理) 连续的严格单调减 N 范数 $N(x) = \varphi^{-1}(1 - \varphi(x))$ 的不动点, 即广义自相关系数 $k = \varphi^{-1}(0.5)$.

证明 设 $k \in (0, 1)$ 是 N 范数 $N(x)$ 的不动点, 则 $N(k) = \varphi^{-1}(1 - \varphi(k)) = k$, $1 - \varphi(k) = \varphi(k)$, $2\varphi(k) = 1$, $\varphi(k) = 0.5$, 所以 $k = \varphi^{-1}(0.5)$ 是 $N(x)$ 的不动点. □

3 连续型随机参量的广义自相关性研究

本节应用图 1 模型中 k 值的求解步骤, 研究连续型(均匀分布、指数分布、正态分布)[8, 9] 随机参量的广义自相关性, 内容包括求解 N 性生成元、N 范数、系数 k 值. 求解结果详见表 1.

3.1 均匀分布

在区间 (a, b) 上服从均匀分布的随机参量 X, 其分布函数参见表 1.

定理 4 当 $a \leq 0 \leq 1 \leq b$ 时, 均匀分布随机参

表 1 常用连续型随机变量的 N 范数和广义自相关系数 k

参量类型	通用公式	均匀分布	指数分布	正态分布
分布函数 $f(x)$ 或生成函数 $F(x)$	$F(x)$	$\begin{cases} 0, x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, a \leq x < b \\ 1, x \geq b \end{cases}$	$\begin{cases} 1 - e^{-x/\theta}, x > 0 \\ 0, x \leq 0 \end{cases}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$
定义域	$[a, b]$ 含 $[-\infty, +\infty]$	$[a, b]$	$[0, +\infty]$	$[-\infty, +\infty]$
换基规则	$[a, b] \to [0, 1]$	$[a, b] \to [0, 1]$	$[0, +\infty] \to [0, 1]$	$[-\infty, +\infty] \to [0, 1]$
N 性生成元 $\varphi(x)$	$\frac{F_x - F_0}{F_1 - F_0}$	x	$\frac{1 - e^{-x/\theta}}{1 - e^{-1/\theta}}$	$\frac{F_x - F_0}{F_1 - F_0}$
N 范数 $N(x)$	$F^{-1}(F(0) + F(1) - F(x))$	$1 - x$	$-\theta\ln(1 + e^{-1/\theta} - e^{-x/\theta})$	$\mu + \sigma\Psi^{-1}(F_0 + F_1 - F_x)$
不换基时系数 k	$F^{-1}\left(\frac{1}{2}[F(0) + F(1)]\right)$	0.5	$-\theta\ln\left[\frac{1}{2}(1 + e^{-1/\theta})\right]$	$\mu + \sigma\Psi^{-1}\left[\frac{1}{2}(F_0 + F_1)\right]$
换基后的系数 k'	有关 $F(x)$	0.5	$\frac{1}{1 + (\theta\ln 2)^{-1}}$	$\frac{(\mu - 1) + \sqrt{\mu^2 + 1}}{2\mu}$
命题逻辑值	$P(x)$	$\Phi(x, k) = x$	$\Phi(x, k) = \varphi(x)$	$\Phi(x, k) = \varphi(x)$
非命题逻辑值	$\sim P(x)$	$N(x, k) = 1 - x$	$N(x, k) = N(x)$	$N(x, k) = N(x)$

$\Phi(x, k)$ 和 $N(x, k)$ 分别为泛逻辑中 N 性生成元完整簇和 N 范数完整簇[3].

量X 的分布函数$F(x)$是N 性生成元$\varphi(x)$的生成函数, 其中$\varphi(x)=x$.

证明可由定理 1 直接得到, 此略

定理 5 对于任意区间(a,b)上均匀分布的随机参量, 总可以在使用换基规则之后, 使其分布函数$f(x')$成为N 性生成元$\varphi(x')$的生成函数

证明 对于任意区间(a,b)上均匀分布的随机变量, 使用$[a,b]\to[0,1]$的换基规则, 有$x'=\frac{x-a}{b-a}$, 即$x=(b-a)x+a$. 当$x=(b+a)/2$时, 可得中元$x'=e'=1/2$

此时, $[0,1]$区间上的$f(x')=\frac{(b-a)x'+a-a}{b-a}=x'$. 显然, $f(x')$是$[0,1]$区间上的单调递增函数, 且为有限值, 故可构造

$$\varphi(x')=\frac{F(x')-F(0)}{F(1)-F(0)}=\frac{x'-0}{1-0}=x' \tag{2}$$

易知$\varphi(x')$是$[0,1]$上连续的严格单调递增函数, 且$\varphi(0)=0$, $\varphi(1)=1$. 所以$\varphi(x')$是N 性生成元, $f(x')$是其生成函数 □

定理6 均匀分布随机参量X 对应的N 范数为$N(x)=1-x$.

证明可由N 范数生成定理得到

定理7 均匀分布随机参量X 的广义自相关系数$k=0.5$.

证明 均匀分布随机变量的N 性生成元为$\varphi(x)=x$, 其逆函数为$\varphi^{-1}(x)=x$. 由定理 3 知, N 范数$N(x)=\varphi^{-1}(1-\varphi(x))$的不动点, 即广义自相关系数$k=\varphi^{-1}(0.5)=0.5$. □

均匀分布随机参量的系数k为恒定值, 且为 0.5. 其物理意义为: k从理论上表明均匀分布是在区间$[a,b]$上不存在偏差的数学模型, 故随机参量落在任意等长区间的机会均等

定理 8 在区间(a,b)上服从均匀分布的随机参量X 对应的命题Q 的逻辑真值$Q(x)$, 等于随机参量X 落在区间(a,x)内的概率均为$\frac{x-a}{b-a}$. 命题Q 的非命题$\sim Q(x)=\frac{b-x}{b-a}$.

证明略

3.2 指数分布

指数分布随机变量的分布函数参见表 1, 其中$\theta>0$为有限常数, 记为$X\sim E(\theta)$.

定理 9 指数分布随机参量X 的分布函数$f(x)$是N 性生成元$\varphi(x)$的生成函数, 其中$\varphi(x)=\frac{1-e^{-x/\theta}}{1-e^{-1/\theta}}$, θ为有限常值

证明 对于指数分布, $f(x)$是$[0,1]$上连续的严格单调递增函数, 且$f(x)$为有限值, 其中$f(0)=0$, $f(1)=1-e^{-1/\theta}$. 由定理 1 可以构造

$$\varphi(x)=\frac{f(x)-f(0)}{f(1)-f(0)}=\frac{(1-e^{-x/\theta})-0}{(1-e^{-1/\theta})-0}=\frac{1-e^{-x/\theta}}{1-e^{-1/\theta}} \tag{3}$$

其中: θ为有限常值; $\varphi(x)$是$[0,1]$上连续的严格单调递增函数, 且$\varphi(0)=0$, $\varphi(1)=1$; 式中分母不为 0. 所以$\varphi(x)$是N 性生成元, 从而$f(x)$是N 性生成元$\varphi(x)$的生成函数 □

定理 10 指数分布随机参量X 对应的N 范数

$$N(x)=-\theta\ln(1+e^{-1/\theta}-e^{-x/\theta}). \tag{4}$$

证明可由N 范数生成定理得到

定理 11 指数分布随机参量X 对应的广义自相关系数

$$k=-\theta\ln\left[\frac{1}{2}(1+e^{-1/\theta})\right] \tag{5}$$

证明可由定理 9, 定理 10 和k值求解定理得到

定理 12 指数分布随机参量X 对应命题P 的否命题$\sim P$ 的逻辑真值永远是偏小估计.

证明 为证明该定理, 要求证明指数分布随机变量X 的k值永远小于 0.5. 由式(5)可将k看成θ的函数. 设$f(\theta)=-\theta\ln\left[\frac{1}{2}(1+e^{-1/\theta})\right]$, $\theta>0$, 则可证明$f'(\theta)>0$, 即$f(\theta)$是单调递增函数, 且$f(\infty)=0.5$. 在$\theta>0$区间, $k=0.5$为函数的渐近线. 指数分布中规定$\theta>0$才有意义, 因此k永远小于 0.5. 其物理意义为: 指数模型在逻辑推理过程中, 对应命题P 的否命题$\sim P$ 的逻辑真值永远是偏小估计. □

3.3 正态分布

正态分布随机参量X 的分布函数参见表 1, 其中μ, $\sigma(\sigma>0)$为常数, 记为$X\sim N(\mu,\sigma^2)$.

为了计算方便, 定义以下特定函数值的符号:

定义 5 $f^{-1}(x)$为$f(x)$的逆函数, $\Psi^{-1}(x)$为$\Psi(x)$的逆函数

$$f_x=f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}dt=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}e^{-t^2/2}dt=\Psi(z)=\Psi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right).$$

其中

$$f_0=f(0)=\Psi\left(\frac{0-\mu}{\sigma}\right)=\Psi\left(\frac{-\mu}{\sigma}\right),$$

$$f_1=f(1)=\Psi\left(\frac{1-\mu}{\sigma}\right), z=\frac{x-\mu}{\sigma}.$$

定理 13 正态分布随机参量 X 的分布函数 $f(x)$ 是 N 性生成元 $\phi(x)$ 的生成函数

$$\phi(x)=\frac{f_x-f_0}{f_1-f_0}.\tag{6}$$

定理 14 正态分布随机参量 X 对应的 N 范数

$$N(x)=\mu+\sigma\Psi^{-1}(F_0+F_1-F_x).\tag{7}$$

定理 15 正态分布随机参量 X 的广义自相关系数

$$k=\mu+\sigma\Psi^{-1}\Big[\frac{1}{2}(F_0+F_1)\Big].\tag{8}$$

定理 13～15 的证明涉及超积分运算, 直接求证很难, 但可由下面的通用公式方便地求解.

4 求解N 范数与 k 值的通用公式

4.1 通用公式的推证

定理 16(N-k 通用求解定理) 对于任意可生成 N 性生成元的生成函数 $F(x)$, 其对应的 N 范数

$$N(x)=F^{-1}[F(0)+F(1)-F(x)],\tag{9}$$

广义自相关系数

$$k=F^{-1}\Big(\frac{1}{2}[F(0)+F(1)]\Big).\tag{10}$$

证明 这里给出一般性证明. 记 $F_x=F(x)$, $F_0=F(0)$, $F_1=F(1)$. $F(x)$ 是 N 性生成元的生成函数, 在 $[0,1]$ 上是连续严格单调函数, 且为有限值. 故可设 N 性生成元为 $\phi(x)$, 并令

$$\phi(x)=\frac{F_x-F_0}{F_1-F_0}=y.\tag{11}$$

则有 $F_x=F_0+y(F_1-F_0)$, 进而有 $x=F^{-1}[F_0+y(F_1-F_0)]$. 所以

$$\phi^{-1}(x)=F^{-1}[F_0+x(F_1-F_0)].\tag{12}$$

由定理 2 生成 N 范数

$$N(x)=\phi^{-1}(1-\phi(x))=$$
$$F^{-1}\Big[F_0+\Big(1-\frac{F_x-F_0}{F_1-F_0}\Big)(F_1-F_0)\Big]=$$
$$F^{-1}(F_0+F_1-F_x).$$

由定理 3 求解广义自相关系数

$$k=\phi^{-1}(0.5)=$$
$$F^{-1}[F_0+x(F_1-F_0)]\big|_{0.5}=$$
$$F^{-1}[F_0+0.5(F_1-F_0)]=$$
$$F^{-1}[0.5(F_0+F_1)].$$

所以式(10) 成立, 从而有

$$F(k)=\frac{1}{2}[F(0)+F(1)].\tag{13}$$

定理得证. □

定理16表明: $F(k)$ 是 $F(0)$ 和 $F(1)$ 的代数平均值, $F(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续严格单调的条件保证了 k 的存在, 且界于 $[0,1]$ 之间. 利用式(13) 可以不按图 1 中的一般步骤, 而是直接求解正态分布随机参量的 N 范数和广义自相关系数 k, 避免了繁琐的数学变换和超积分运算.

定义 6 称定理 16 中生成 N 范数的公式为N 范数生成公式, 称求解广义自相关系数 k 的公式为 k 值求解公式; 二者合称为通用公式或 N-k 公式.

4.2 通用公式的应用范例

范例 1 对于均匀分布随机参量 X, 可由通用公式直接求其 k 值

$$\frac{k-a}{b-a}=\frac{1}{2}\Big(\frac{0-a}{b-a}+\frac{1-a}{b-a}\Big)\rightarrow$$
$$k-a=\frac{1}{2}(-a+1-a)\rightarrow$$
$$k=1/2=0.5,$$

与前面相同.

范例 2 求标准正态分布随机参量 X 的广义自相关系数 k.

对于标准正态分布, 参数 $\mu=0$, $\sigma=1$, 分布函数 $F(x)=\Psi(x)$, 在 $[0,1]$ 区间上即为生成函数. 直接利用通用公式, 有

$$\Psi(k)=\frac{1}{2}[\Psi(0)+\Psi(1)].$$

查表得 $\Psi(0)=0.500\,0$, $\Psi(1)=0.841\,3$, 所以

$$\Psi(k)=0.5(0.500\,0+0.841\,3)=0.670\,65.$$

再查表知 $\Psi(0.440\,0)=0.670\,0$, $\Psi(0.450\,0)=0.673\,6$. 使用插值法得

$$k=0.440\,0+\frac{\begin{bmatrix}(0.670\,65-0.670\,0)\times\\(0.450\,0-0.440\,0)\end{bmatrix}}{0.673\,6-0.670\,0}=$$
$$0.441\,8<0.500\,0.$$

由此可见, 即使是标准的正态分布, 其 $k=0.441\,8\neq0.500\,0$. 这表明标准正态分布模型对于随机参量的描述同样存在误差, 对于参数的逻辑值呈稍小估计.

5 连续型随机参量换基后的 k 值

前面对于均匀分布、指数分布、正态分布随机参量的广义自相关性的研究, 是在没有使用基变换的情形下进行的. 本节对这 3 种分布函数在 0-1 基变换后的广义自相关系数 k 进行求解, 结果详见表 1.

由表 1 可知, 对于标准正态分布函数, 由于 $k=0.5$, 标准正态分布是一种精确估计, 这与没有变换时的 k 值(0.441 8) 是不同的.

6 由实验数据求解 k 值的范例

范例 3 为测定某型号电压控制器的抗干扰稳定性, 任意选用 3 个此型号的控制器, 在随机干扰环境下进行试验. 每个控制器测量 5 次电压值, 精确到 0.001 V, 试验数据如表 2 所示. 试分析此类控制器对参数电压测量值的准确性.

表 2　试验数据的电压值(V)

测量次数	控制器 1	控制器 2	控制器 3
1	1.604	1.152	1.673
2	1.216	1.664	2.112
3	1.408	1.792	1.344
4	1.088	2.112	1.152
5	1.894	1.536	2.176
样本总和	7.210	8.256	8.457
样本均值	1.442	1.651	1.691

表 2 列出了正交实验数据, 样本总体服从 $N(\mu, \sigma^2)$ 的正态分布, 需要进行方差分析和假设检验[8]. 本题关键在于估计 $\bar{x}$ 和 $\hat{\sigma}^2$ 的值(参数含义参见文献[8]), 可求得

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{s} Tj = 1.5949,$$

$$S_E = \sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5}(X_{ij} - \bar{X}_{Tj})^2 = 1.7266,$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S_E}{n-s} = 0.1439,$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2} = 0.3793,$$

$$\hat{\mu} = \bar{x} = 1.5949.$$

从而得到分布函数 $X \sim N(1.5949, 0.1439)$. 由通用公式有

$$\Psi\left(\frac{k - 1.5949}{0.3793}\right) =$$

$$\frac{1}{2}\left[\Psi\left(\frac{0 - 1.5949}{0.3793}\right) + \Psi\left(\frac{1 - 1.5949}{0.3703}\right)\right] =$$

$$\frac{1}{2}[\Psi(-4.2045) + \Psi(-1.5682)] = 0.0292$$

查表可得广义自相关系数 $k = 1.5949 + 0.3793 \times (-1.8929) = 0.8769$. 由于 $k > 0.5$, 此类控制器对电压参数的测量值偏大.

此外, 对于某次测定参数值, 还可求其对应原命题和非命题的逻辑真值.

7　结　　论

本文的基本思想是: 当复杂控制系统由于不确定性因素使得随机参量的实际分布发生变化时, 系数 k 将随参数(如 θ 和 μ) 的改变, 其泛逻辑算子随之进行调整, 以修正相应命题的逻辑真值.

文中首先提出了基于泛逻辑的复杂控制系统不确定性推理模型; 然后研究了 3 种连续型随机参量的广义自相关性; 最后得到了求解 N 范数和 k 值的通用公式, 从而拓展了泛逻辑中 k 值的用途. 它不仅可以用于泛逻辑运算, 而且可以作为一个评价指标, 从逻辑推理的角度对数学模型或复杂控制系统的自身误差进行评估.

参考文献(References)

[1] He H C, Liu Y H, He D Q. Universal Logic in Empirical Thinking[J]. *Chinese Science E*, 1996, 39(2): 225-234.

[2] 刘永怀. *基于广义范数的不确定性推理理论研究*[D]. 西安: 西北工业大学, 1996.
(Liu Y H. *Study on the Uncertainty Reasoning Theories Based on Generalized Norms*[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 1996.)

[3] 何华灿, 王华, 刘永怀, 等. *泛逻辑学原理*[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
(He H C, Wang H, Liu Y H, et al. *Universal Logics Principles*[M]. Beijing: Chinese Science Press, 2001.)

[4] 何华灿, 刘永怀, 白振兴, 等. 一级泛非运算研究[J]. *计算机学报*, 1998, 21(增刊): 24-28.
(He H C, Liu Y H, Bai Z X, et al. On the 1-order Universal Not Operation[J]. *Chinese J of Computers*, 1998, 21(Suppl): 24-28.)

[5] 陈志成. *复杂系统中分形混沌与逻辑的相关性推理研究*[D]. 西安: 西北工业大学, 2004.
(Chen Z C. *Studies on Correlation Reasoning of Fractal, Chaos and Logic in Complex System*[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2004.)

[6] He H C, Ai L R, Wang H. Uncertainties and the Flexible Logics[A]. *IEEE Proc of* 2003 *Int Conf on Machine Learning and Cybernetics*[C]. Xi'an, 2003, 4: 2573-2578.

[7] Chen Z C, He H C, Mao M Y. Correlation Reasoning of Complex System Based on Universal Logic[A]. *IEEE Proc of* 2003 *Int Conf on Machine Learning and Cybernetics*[C]. Xi'an, 2003, 3: 1831-1835.

[8] 朱燕堂, 赵选民, 徐伟. *应用概率统计方法*[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2000.
(Zhu Y T, Zhao X M, Xu W. *Applied Probability Statistics Methods*[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2000.)

[9] 高等数学教学与命题研究组. *概率论与数理统计学习指导*[M]. 北京: 中国林业出版社, 2003.
(The Research Group of High Mathematics Education and Proposition. *Tutorial of Probability and Symbolic Statistics*[M]. Beijing: China Forestry Publishing House, 2000.)