

文章编号: 1001-0920(2005)09-1043-04

## 基于幂函数载波的混沌优化方法及其应用

唐巍

(中国农业大学 信息与电气工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 在对Logistic映射轨道概率密度深入分析的基础上,提出了基于幂函数载波的混沌优化方法,分析了幂函数载波对混沌轨道概率密度、遍历性的影响.复杂函数优化的仿真结果表明,幂函数载波方式能更为有效地发挥混沌优化的全局和局部搜索能力,证实了幂函数载波混沌优化方法的有效性.

**关键词:** 混沌优化方法; 幂函数载波; 轨道概率密度; 函数优化

**中图分类号:** TP301;O415.5 **文献标识码:** A

## Chaotic Optimization Method Based on Power Function Carrier and Its Applications

TANG Wei

(Information and Electrical Engineering College, China Agricultural University, Beijing 100083, China Email: wei\_tang@sohu.com)

**Abstract:** Based on the analysis of the probability density of the unstable orbits imbedded in the logistic attractor, an optimization method using power function carrier is proposed, which greatly improves the probability density and the ergodic property of the chaotic orbit. The simulation results of complex function optimization show the effectiveness of the method in function optimization, and imply that the method can enhance the global and local searching ability of the chaotic optimization.

**Key words:** Chaotic optimization; Power function carrier; Orbit probability density; Function optimization

### 1 引言

混沌是非线性系统独有的一种运动形式,利用混沌运动的遍历性、规律性和对初值的敏感性可进行优化搜索<sup>[1,2]</sup>.文献[1]的混沌优化方法是利用载波方式将Logistic映射产生的混沌变量引入优化变量,搜索过程分为两个阶段:首先在整个寻优空间内按混沌变量的变化规律依次考察经过的各点,接受较好点作为当前最优解,即一次载波;然后在当前最优解上附加小的混沌扰动继续寻找最优点,即二次载波.该方法简单直观,可依据自身规律逃离局部极小点,但当寻优空间复杂时,搜索速度和精度难以保证.文献[2]的变尺度混沌优化方法根据搜索进程可不断缩小二次载波的搜索区间,因而减少了二次载波的搜索时间,但当一次载波不能有效找到次最优解时,该方法将失效.文献[3]提出并行混沌与单纯

形法相结合的混合算法,该方法首先进行并行的混沌一次载波,利用混沌的初值敏感性将每一优化变量分别赋予若干个混沌序列,以此保证一次载波可达到最优解附近,然后利用单纯形法局部寻优来保证算法精度.但并行搜索将附加大量的计算量,有时仍难以满足需要,这是Logistic映射的固有性质决定的.文献[4]的双混沌机制优化方法是利用Logistic映射和立方映射两种不同的混沌机制同时在搜索空间中进行搜索,根据两者搜索得到的最优点间距离来缩小搜索空间,但文中没有论述选择双混沌发生器的依据.

目前的混沌优化方法主要是利用混沌运动的遍历性,搜索的主要手段是载波.采用适当的载波方式使混沌变量充分遍历,对于提高混沌优化方法的寻优速度和求解精度具有非常重要的意义,迄今为止

收稿日期: 2004-10-08; 修回日期: 2005-01-24

作者简介: 唐巍(1971—),女,黑龙江齐齐哈尔人,副教授,博士,从事最优化技术、人工智能理论等研究.

几乎所有文献均采用线性载波 本文提出幂函数载波方式,以轨道概率密度描述了幂函数载波对优化变量遍历性的改善 在此基础上,提出了幂函数载波混沌优化方法,并将其应用于典型复杂函数的优化问题

## 2 幂函数载波方式

### 2.1 Logistic 映射轨道概率密度分析

Logistic 映射如下:

$$z_{n+1} = \mu z_n(1 - z_n), z_0 \in [0, 1] \quad (1)$$

根据皮隆 - 佛洛本纽斯方程可得其轨道概率密度函数为

$$\rho(z) = \frac{1}{\pi \sqrt{z(1-z)}}, z \in [0, 1] \quad (2)$$

可采用轨道点区间统计的方法来近似实际轨道密度分布函数,具体方法如下:已知映射的具体形式,从任意选定的初始点开始利用映射函数进行迭代计算得到  $N$  个轨道点;将映射的定义域  $[x_l, x_h]$  划分成  $n$  个小区间,分别统计在这  $n$  个小区间内的轨道点数目  $N_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ;将统计得到的轨道点数目归一化,得到第  $i$  个小区间的统计轨道概率密度为

$$\rho(i) = \frac{N_i/N}{(x_h - x_l)/n} = \frac{N_i n}{(x_h - x_l)N} \quad (3)$$

按式(2)和(3)做出的轨道概率密度分布基本相同,故用统计方法完全可以定性描述混沌轨道概率密度分布 为了考察其遍历性,按如下方式作出图1:分别以  $z_{10} = 0.213$  和  $z_{20} = 0.124$  为初值迭代 2 000 次,得到两个混沌序列  $\{z_1\}$  和  $\{z_2\}$ ,图中小圆圈代表二维空间中的一点  $\{z_{1j}, z_{2j}\}$ .

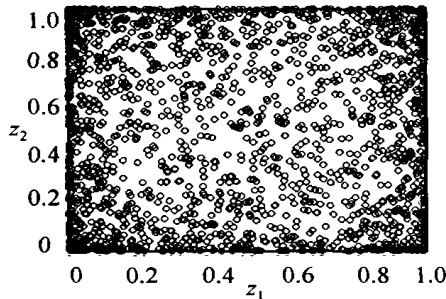


图1 Logistic 映射的遍历性

从图1可以看出,Logistic 映射产生的混沌变量虽然具有遍历性,但由于其但轨道点分布不均匀(区间两端较区间内部点要稠密得多),致使其遍历性受到影响

### 2.2 幂函数载波方式 1

为了充分发挥混沌变量遍历性,应该改变 Logistic 映射的轨道概率密度,即应减小区间两端的轨道点概率密度,同时提高区间内部的轨道概率

密度 为此,提出如下基于幂函数的载波方式:

$$z_n = \begin{cases} z_n^p, z_n & [0, a]; \\ z_n, z_n & [a, b]; \\ z_n^q, z_n & [b, 1] \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $0 < a < b < 1, 0 < p < 1, q > 1, z_n$  为式(1)产生的混沌变量,  $z_n$  为新获得的混沌变量

在区间  $[0, a]$  中,因  $0 < p < 1$ ,故  $z_n > z_n$ ,使得靠近区间左端的点右移;在区间  $[b, 1]$  中,因  $q > 1$ ,故  $z_n < z_n$ ,使得靠近区间右端的点左移; $p$  越小,  $q$  越大,点移动的距离越远 不难证明:  $z_n \in [0, 1]$ ,  $z_n$  在区间  $[0, 1]$  仍然具有遍历性

取  $a = 0.3, b = 0.8, p = 0.66, q = 2.48$ ,做出  $z_n$  的轨道密度分布和遍历性如图2和图3所示

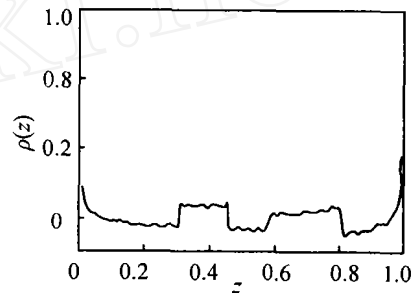


图2  $z_n$  的轨道概率密度

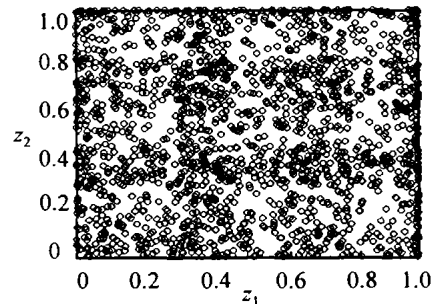


图3  $z_n$  的遍历性

从图2可以看出,在区间两端,  $z_n$  的轨道概率密度较  $z_n$  明显减小;在区间中部,  $z_n$  的轨道概率密度出现两个小高峰,较  $z_n$  明显增大;其他区段,  $z_n$  轨道概率密度变化不明显,分布较均匀 图3二维空间边界附近的点较图1明显减少,中部的点明显增加,混沌变量的遍历性较好 此种载波方式可用于混沌优化方法的一次载波过程

### 2.3 幂函数载波方式 2

此种载波方式是针对混沌优化的二次载波过程提出的,能够产生在某一指定点附近轨道概率密度较大的混沌变量 设指定点为  $z^*$ ,载波方式为

$$z_n = \begin{cases} z^* \times (z_{1k1})^p, n \text{ 为奇数;} \\ z^* + (1 - z^*) \times (z_{2k2})^q, n \text{ 为偶数} \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $z_{1k_1}$  为式(1)产生的混沌变量,  $k_1 = (n - 1)/2 + 1$ ;  $z_{2k_2}$  为式(1)产生的另一混沌变量,  $k_2 = (n - 2)/2 + 1$ ;  $p, q$  为幂指数, 且  $0 < p < 1, q > 1$ .

当  $n$  为偶数时,  $z_n \in [0, z^*]$ , 且在该区间内遍历; 当  $n$  为奇数时,  $z_n \in [z^*, 1]$ , 且在该区间内遍历; 故知  $z_n \in [0, 1]$ , 且在  $[0, 1]$  具有遍历性. 取较小的  $p$ , 较大的  $q$ , 可使得  $z_n$  为以  $z^*$  为中心的混沌序列.

取  $z^* = 0.5, p = 0.1, q = 10.0$ , 做出  $z_n$  的轨道密度分布和遍历性如图 4 和图 5 所示.

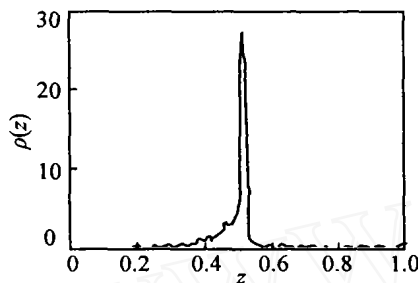


图 4  $z_n$  的轨道概率密度

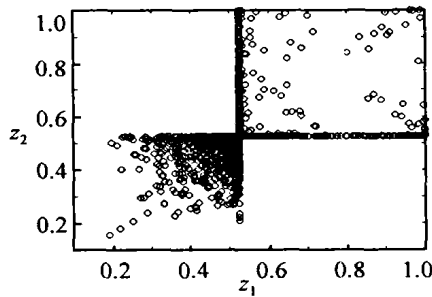


图 5  $z_n$  的遍历性

从图 4 和图 5 可以看出, 在  $z^*$  附近,  $z_n$  的轨道概率密度极高,  $z_n$  的轨道概率密度函数与高斯函数

形状类似;  $z_n$  在  $z^*$  附近具有较好的遍历性.

### 3 基于幂函数载波的混沌优化方法

设连续对象的优化问题为

$$\min f(x_i),$$

$$i = 1, 2, \dots, m, x_i \in [d_i, e_i] \quad (6)$$

其中:  $f$  为目标函数;  $x_i$  为优化变量,  $d_i, e_i$  为  $x_i$  的下限和上限;  $m$  为优化变量个数.

基于幂函数载波的混沌优化方法求解该问题的基本步骤如下:

Step 1: 算法初始化. 置  $k = 0, k = 0$ , 对式(1)中  $z_n$  分别赋予  $m$  个初值  $z_{i,0} (i = 1, 2, \dots, m)$ , 产生  $m$  个不同轨迹的混沌变量  $\{z_{i,n}\}$ .

Step 2: 按式(7) 分别将混沌变量  $z_{i,n}$  载波成新混沌变量  $x_{i,n}$ , 同时将混沌遍历区间放大到  $[d_i, e_i]$ .

$$x_{i,n} = d_i + (e_i - d_i)z_{i,n}^p, \quad (7)$$

其中

$$p = \begin{cases} 0.66, z_n \in [0, 0.3]; \\ 1.00, z_n \in [0.3, 0.8]; \\ 2.48, z_n \in [0.8, 1.0] \end{cases}$$

Step 3: 用混沌变量进行迭代搜索.

令  $x_i(k) = x_{i,n}$ , 计算相应的性能指标  $f(k)$ .

令  $x_i^* = x_i(0), f^* = f(0)$ ,

if  $f(k) < f^*$ , then  $f^* = f(k), x_i^* = x_i(k)$ ;

else if  $f(k) \geq f^*$  then 放弃  $x_i(k)$ ;

$k = k + 1$ .

Step 4: 如果经过 Step 3 的若干步搜索  $f^*$  都保持不变, 则按下式进行二次载波:

$$x_{i,n} = \begin{cases} x_i^* - \Delta_i + \Delta_i \times (z_{1k_1})^p, n \text{ 为偶数}; \\ x_i^* + \Delta_i \times (z_{2k_2})^q, n \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (8)$$

表 1 优化结果

运行次数	COA				PFCOA			
	一次载波找到最优解迭代次数	一次载波最优解	二次载波找到最优解迭代次数	二次载波最优解	一次载波找到最优解迭代次数	一次载波最优解	二次载波找到最优解迭代次数	二次载波最优解
1	587	0.0028	175	0.0017	133	0.00150	22	0.00003
2	689	0.0012	200	0.0012	362	0.00025	200	0.00025
3	531	0.0117	172	0.0056	135	0.00730	127	0.00120
4	148	0.0205	200	0.0205	511	0.01390	62	0.00290
5	560	0.0418	160	0.0016	120	0.00830	151	0.00031
6	621	0.1254	150	0.0078	473	0.00940	74	0.00016
7	400	0.0309	29	0.0082	354	0.00091	9	0.00003
8	621	0.0585	200	0.0585	338	0.00276	105	0.00046
9	29	0.1591	200	0.1591	194	0.00004	200	0.00004
10	75	0.0006	166	0.0004	551	0.00103	62	0.00048
平均	426.1	0.0452	165.2	0.0264	317.1	0.00454	101.2	0.00059

其中:  $x_i^*$  为当前最优解,  $\Delta_i$  为搜索半径,  $p = 0.1, q = 10.0$  否则, 返回 Step 3

Step 5: 用二次载波后的混沌变量继续迭代搜索 令  $x_i(k) = x_{i,n}$ , 计算相应的性能指标  $f(k)$ .

if  $f(k) < f^*$ , then  $f^* = f(k)$ ,  $x_i^* = x_i(k)$ ;

else if  $x_i(k) \leq f^*$  then 放弃  $x_i(k)$ ;

$k = k + 1$

Step 6: 如果满足终止判据则搜索结束, 输出最优解  $x_i^*, f^*$ ; 否则, 返回 Step 5

#### 4 复杂函数的优化实例

采用基于幂函数载波的混沌优化方法(PFCOA)和文献[1]的混沌优化方法(COA)分别对 Rosenbrock 函数寻优

$$F = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2 - 2.048x_1 - 2.048$$

设定一次载波、二次载波最大迭代次数分别为 800 和 200, 将两种方法分别随机运行 10 次, 优化结果如表 1 所示

从表 1 可以看出, PFCOA 较 COA 一次载波和二次载波迭代次数分别减少了 25% 和 38%, 而获得的最优解精度却分别提高了一个数量级和两个数量级, 本文提出的幂函数载波方式十分有效

#### 5 结论

本文提出两种混沌变量的幂函数载波方式: 幂函数载波方式 1 能够有效改善混沌变量的遍历性, 适用于混沌优化的一次载波; 幂函数载波方式 2 能

够在混沌变量的局部搜索空间具有较好的遍历性, 适用于混沌优化方法的二次载波 在此基础上提出的基于幂函数载波的混沌优化方法较原有混沌优化方法, 无论是搜索速度还是求解精度都有显著提高

#### 参考文献(References)

- [1] 李兵, 蒋慰孙. 混沌优化方法及其应用[J]. *控制理论与应用*, 1997, 14(4): 613-615.  
(Li B, Jiang W S. Chaos Optimization Method and Its Application [J]. *Control Theory and Applications*, 1997, 14(4): 613-615.)
- [2] 张彤, 王宏伟, 王子才. 变尺度混沌优化方法及其应用[J]. *控制与决策*, 1999, 14(3): 285-288.  
(Zhang T, Wang H W, Wang Z C. Mutative Scale Chaos Optimization Algorithm and its Application [J]. *Control and Decision*, 1999, 14(3): 285-288.)
- [3] 张志新, 张明廉. 基于并行混沌和单纯形法的混合全局优化算法[J]. *系统仿真学报*, 2004, 16(1): 35-37.  
(Zhang Z X, Zhang M L. A Hybrid Global Optimization Algorithm Based on Parallel Chaos Optimization and Simplex Search [J]. *J of System Simulation*, 2004, 16(1): 35-37.)
- [4] 修春波, 刘向东, 张宇河. 双混沌机制优化方法及其应用[J]. *控制与决策*, 2003, 18(6): 724-726.  
(Xiu C B, Liu X D, Zhang Y H. Optimization Algorithm Using Two Kinds of Chaos and Its Application [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(6): 724-726.)

(上接第 1042 页)

- [9] Steck J E, Balkrishnan S N. Use of Hopfield Neural Networks in Optimal Guidance [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(1): 287-293
- [10] Karam M, Mohamed A Zohdy, Shehu S Farinwata. Robust Optimal Control Using Recurrent Dynamic Neural Network [A]. *Proc of the 2001 IEEE Int Symp of ium on Intelligent Control* [C]. Mexico, 2001: 331-336
- [11] 李树荣, 李峰. 基于 Hopfield 网络的多变量动态矩阵控制及其在精馏塔系统中的应用[J]. *控制理论与应用*, 2001, 18(2): 304-306.  
(Li S R, Li F. The Dynamic Matrix Control Based on Hopfield Neural Network and Its Application in a Distillation Column [J]. *Control Theory and Applications*, 2001, 18(2): 304-306.)
- [12] 郭鹏, 郭俊君, 王东风, 等. 基于 Hopfield 网络单元机组负荷多变量模型算法控制[J]. *系统仿真学报*, 2003, 15(4): 584-586.  
(Guo P, Guo J J, Wang D F, et al. Multivariable MAC for Thermal Power Unit Load System Based on Hopfield System [J]. *J of System Simulation*, 2003, 15(4): 584-586.)
- [13] 王永骥, 涂健. *神经网络控制* [M]. 北京: 机械工业出版社, 1999: 99-100.  
(Wang Y J, Tu J. *Neural Network Control* [M]. Beijing: Machinery Industry Press, 1999: 99-100.)