

文章编号: 1001-0920(2005)09-0961-06

# 迭代学习控制综述

李仁俊, 韩正之

(上海交通大学 自动化系, 上海 200030)

**摘要:** 系统地论述了迭代学习控制的发展和研究现状, 包括学习算法及其各种分析方法、与其他控制技术的结合及其应用都作了总结。重点对迭代学习控制研究的前沿问题: 基于频域分析的迭代学习控制、基于2-D理论的迭代学习控制、基于Lyapunov直接法的迭代学习控制、最优化迭代学习控制和采样迭代学习控制进行阐述。最后讨论了目前研究中存在的问题及未来的研究方向。

**关键词:** 迭代学习控制; 压缩映射; 2-D理论; Lyapunov直接法; 最优控制

**中图分类号:** TP13      **文献标识码:** A

## Survey of Iterative Learning Control

LI Ren-jun, HAN Zheng-zhi

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China. Correspondent: LI Ren-jun, E-mail: rjlje@hotmail.com)

**Abstract:** The history and current research of iterative learning control (LC) are reviewed, including learning algorithms and analysis techniques, connection between LC and other control paradigms, and applications. Several major advanced problems are presented such as frequency-domain based LC, 2-D theory based LC, and Lyapunov direct method based LC, optimization based LC, sampled-data LC. Existing problems and future research directions are also discussed.

**Key words:** Iterative learning control; Mapping contraction; 2-D theory; Lyapunov direct method; Optimal control

### 1 引言

迭代学习控制的思想最先是由日本学者 Uchiyama<sup>[1]</sup>提出的, 只是未引起人们广泛的关注。一般认为, Arimoto<sup>[2]</sup>在1984年提出的学习算法被认为是关于迭代学习控制的开创性研究。

迭代学习控制适合于一类具有重复运行特性的被控对象, 其任务是寻找控制输入, 使得被控系统的实际输出轨迹在有限时间区间上沿整个期望输出轨迹实现零误差的完全跟踪, 并且整个控制过程要求快速完成<sup>[3]</sup>。

迭代学习控制经过近20年的发展, 无论在理论还是在应用上都取得了丰硕的成果。本文系统总结了迭代学习控制学习算法及其各种分析方法、与其他控制技术的结合及其应用, 重点阐述了近年来迭

代学习控制在频域分析、2-D理论方法、能量函数方法、最优化分析方法及其采样迭代学习控制等前沿问题的研究进展。

### 2 迭代学习控制的基本原理及数学描述<sup>[3,4]</sup>

迭代学习控制的基本原理如图1所示。

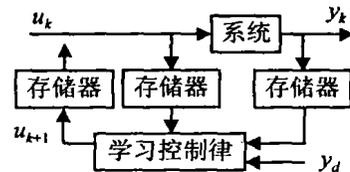


图1 迭代学习控制基本原理

假定所有的信号都定义在有限时间区间内, 即  $t \in [0, t_f]$ , 下标  $k$  表示迭代次数。控制策略如下: 在

收稿日期: 2004-07-08; 修回日期: 2004-11-15

作者简介: 李仁俊(1978—), 男, 安徽凤阳人, 博士生, 从事迭代学习控制、非线性控制的研究; 韩正之(1947—), 男, 浙江宁波人, 教授, 博士生导师, 从事非线性理论与控制的研究。

第  $k$  次迭代时的输入  $u_k(t)$  作用于系统对应的输出响应  $y_k(t)$ , 这些信号都存放于存储器中直到迭代结束, 它们用于迭代学习控制算法的离线计算. 然后根据系统实际输出和期望输出的偏差  $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$ , 通过学习控制律计算出新的输入信号  $u_{k+1}(t)$  存放于存储器中, 再次作用于系统, 如此重复, 直到偏差信号趋于 0, 即实际输出信号可完全跟踪期望输出信号.

迭代学习控制问题如下: 假定有一动态系统  $S: y(t) = f_s(u(t), t)$ , 其中  $f_s(\bullet, \bullet)$  为一个连续映射, 则希望输出  $y(t)$  跟踪期望输出信号  $y_d(t)$ . 该问题等价于寻找最优的输入  $u^*(t)$ , 使得

$$\min_{u(t)} |y_d(t) - f_s(u(t), t) - y_d(t) + f_s(u^*(t), t)| \quad (1)$$

迭代学习控制方法是指用迭代的方法产生输入信号  $u(t)$  序列收敛于最优信号  $u^*(t)$ , 即寻找一个序列:  $u_{k+1}(t) = f_L(u_k(t), y_k(t), y_d(t), t), t \in [0, t_f]$ , 使得

$$\lim_k u_k(t) = u^*(t) \quad (2)$$

### 3 迭代学习控制的学习算法及其分析方法 线性离散系统

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $t \in [0, N], N = T/h, T$  为最大时刻,  $h$  为采样周期; 假定初始状态  $x(0) = 0, x(\bullet) \in R^n; u(\bullet) \in R^l; y(\bullet) \in R^m; A, B$  和  $C$  为相应维数的矩阵. 系统 (3) 表达为向量形式:  $y_k = Gu_k$ , 其中  $G$  是由 Markov 参数  $h_i = CA^{i-1}B (i = 1, 2, \dots, N)$  组成的矩阵.

迭代学习算法从最初 Arimoto 提出的 D 型算法<sup>[2]</sup>, 发展到 P 型、PD 型、PD 型、高阶学习算法以及带遗忘因子的学习算法<sup>[5-9]</sup>. 并在以上线性学习算法的基础上, 又相继提出了 Newton 型、割线型等非线性学习算法<sup>[10]</sup>, 可明显提高学习算法的收敛速度. 其中线性 P 型算法是常见的一类迭代学习控制算法.

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + T_p e_k(t+1), \quad (4)$$

由式 (3), (4) 可推导出偏差关系式:  $e_{k+1} = (I - CB T_p) e_k$ . 下面详细介绍迭代学习控制在收敛性分析及其分析方法上的研究进展.

#### 3.1 收敛性分析

学习算法的收敛性分析是迭代学习控制的核心问题, 这方面的研究成果已很丰富. 对于模型 (3) 分析学习算法 (4) 的收敛性, 可有以下两种分析方法:

1) 压缩映射方法: 即系统要求满足全局 Lipschitz 条件和相同的初始条件, 如果  $I -$

$CB T_p < 1$ , 则有

$$e_{k+1} = (I - CB T_p) e_k < e_k, \quad (5)$$

可知算法是单调收敛的. 该方法依赖于范数的选择, 常用的有  $l_1$  范数、 $l_2$  范数、 $l$  范数及  $\lambda$  范数. 在收敛性证明过程中常用到 Bellman-Gronwall 引理.

2) 谱半径条件法: 如果  $\rho(I - CB T_p) < 1$ , 则有

$$\lim_k e_k = \lim_k (I - CB T_p) e_0 = \lim_k \rho(I - CB T_p)^k e_0, \quad (6)$$

即  $\lim_k e_k = 0$ .

#### 3.2 频域分析方法

从频域的角度分析和设计迭代学习算法<sup>[11]</sup> 与时域分析方法一样受到关注. 因为频域分析方法中收敛条件可从无限频带放松到有限频带, 所以在迭代学习控制鲁棒性分析和实际应用中, 广泛使用频域分析方法. Norrlof<sup>[12]</sup> 对一类具有扰动的线性系统

$$y_k = Gu_k + T_r y_d + T_a d_k + T_n n_k, \quad (7)$$

其中  $d_k$  和  $n_k$  分别为负载扰动和量测扰动. 提出的学习算法为:  $u_{k+1} = Q(q)(u_k + L(q)e_k)$ , 使用频域方法分析得到了收敛条件为:  $|Q(e^{j\omega T})| |1 - L(e^{j\omega T})G(e^{j\omega T})| < 1$ , 分析了滤波器  $Q(q)$  的选择对系统稳定性的影响及其扰动的消除, 并对算法的鲁棒性作了分析.

#### 3.3 基于 2-D 理论的分析方法

迭代学习控制系统的学习是按两个相互独立的方向进行: 时间轴方向和迭代次数轴方向, 因此可以说迭代学习过程本质上是二维系统. 系统模型 (3) 和学习算法 (4) 分别表示成 2-D 形式, 即

$$\begin{cases} x(t+1, k) = Ax(t, k) + Bu(t, k), \\ y(t, k) = Cx(t, k); \\ u(t, k+1) = u(t, k) + T_p e(t+1, k). \end{cases} \quad (8)$$

令

$$\begin{aligned} e(t, k) &= y_d(t) - y(t, k), \\ \eta(t, k) &= x(t-1, k+1) - x(t-1, k), \end{aligned}$$

则 2-D 控制误差系统用 2-D Roesser 模型可表达为

$$\begin{bmatrix} \eta(t+1, k) \\ e(t, k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B T_p \\ -CA & I_m - CB T_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta(t, k) \\ e(t, k) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

这样便可利用成熟的 2-D 系统理论系统地研究和分析时间域的稳定性 and 迭代次数域的收敛性问题. 2-D 系统的稳定性理论为迭代学习控制的收敛性证明提供了一种非常有效的方法; 2-D 系统理论中的 Roesser 模型成为迭代学习控制中最基本的分

## 析模型

Fang<sup>[13,14]</sup> 对具有不确定或可变初始条件的线性多变量离散系统, 利用 2-D 理论对迭代学习算法进行研究, 即使系统参数受到较小的扰动或每次迭代的初始条件都是变化的, 也可以保证学习的收敛性 Galkowski<sup>[15]</sup> 基于 2-D 理论中线性矩阵不等式分析和设计迭代学习控制器, 既可以分析系统稳定性的边界值的问题, 又可以分析学习算法的收敛性和鲁棒性 并针对基于极大值原理的非线性动态系统最优控制算法存在解困难的问题, 提出了将线性矩阵不等式应用到一类连续 - 离散系统迭代学习控制的稳定性分析和控制器设计中来解决该问题<sup>[16]</sup>.

## 3.4 基于 Lyapunov 直接法的设计方法

Lyapunov 直接法已广泛用于非线性动态系统的控制器设计和分析中, 在研究非线性不确定系统时, 该方法被认为是最重要的应用工具之一. 受 Lyapunov 直接法的启发, 在时间域和迭代域能量函数的概念得到研究<sup>[17,18]</sup>, 它提供了学习控制在迭代域设计和收敛性分析方面一种新的研究方法

基于迭代域能量函数的迭代学习控制方法<sup>[19]</sup>, 发展了鲁棒<sup>[20]</sup> 和自适应学习控制<sup>[21]</sup>, 可解决具有参数或非参数不确定性非线性系统控制器的设计.

近来反映时间域和迭代域系统能量的组合能量函数方法也应用于迭代学习控制<sup>[18,22]</sup>, 它可以保证在迭代域跟踪误差的渐近收敛以及在时间域具有有界和逐点跟踪的动态特性, 并且控制输入在整个迭代区间内是范数收敛的, 适用于一类不具有全局 Lipschitz 条件的非线性系统 通过能量函数的方法, 许多新的控制方法, 如反演设计<sup>[23]</sup> 和非线性优化<sup>[24]</sup>, 都作为系统设计工具应用到迭代学习控制中.

## 3.5 最优化分析方法

迭代学习控制方法是采用迭代的方法使输入信号完全跟踪或至少渐近收敛于期望输入信号, 考虑到系统和实际因素, 要求在每次迭代过程中跟踪误差不能特别大, 因此运用最优化指标的分析方法设计学习算法

## 1) 梯度法

最早是 Togai<sup>[25]</sup> 将最优化方法运用于迭代学习控制设计中, 针对模型 (3), 提出了性能指标函数

$$J(u_k) = \frac{1}{2} e_k(t+1)^T e_k(t+1). \quad (10)$$

通过分别使用最速下降法、New ton-Raphson 法和 Gauss-New ton 法分别得到以下 3 种不同增益的学习算法, 即

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + T_p B^T e_k(t+1),$$

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \frac{e_k(t+1)}{B^T e_k(t+1)} B^T e_k(t+1),$$

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + (B^T B)^{-1} B^T e_k(t+1). \quad (11)$$

## 2) 带输入惩罚项的分析方法

Tao<sup>[26]</sup> 针对模型 (3) 提出了最优化指标为

$$J(u_{k+1}) = e_{k+1}^T Q e_{k+1} + u_{k+1}^T R u_{k+1}, \quad (12)$$

由最优条件得到学习算法为

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + (R + G^T Q G)^{-1} G^T (e_k - R u_k). \quad (13)$$

在此基础上为了保证输入函数是光滑的, 将性能指标修改为

$$J(u_{k+1}) = e_{k+1}^T Q e_{k+1} + u_{k+1}^T R u_{k+1} + \Delta[u_{k+1}]^T R_2 \Delta[u_{k+1}] \quad (14)$$

其中

$$\Delta u_{k+1}(t) = u_{k+1}(t+1) - u_{k+1}(t),$$

$$\Delta[u_{k+1}] =$$

$$[u_{k+1}(0), \Delta u_{k+1}(1), \dots, \Delta u_{k+1}(N-1)]^T.$$

## 3) New ton-Raphson 方法

Gorinevsky<sup>[27]</sup> 运用性能指标函数将迭代学习控制应用于非线性系统 给定的性能指标函数为

$$J = e^2 + \rho u^2, \rho > 0 \quad (15)$$

对于非线性模型  $y = f(u)$ , 进行线性化, 然后对线性化模型最小化  $J$ , 得到学习算法为

$$u_{k+1} = u_k - (\rho I + f^T(u_k) f(u_k))^{-1} \times (f^T(u_k) e_k + \rho u_k). \quad (16)$$

## 4) 具有输入不等式约束的分析方法

Gunnarsson<sup>[28]</sup> 对于具有不等式约束  $(u_{k+1} - u_k)^T (u_{k+1} - u_k) \leq \delta$  的对象模型 (3), 考虑如下性能指标函数

$$J(u_{k+1}) = e_{k+1}^T W e_{k+1} + u_{k+1}^T W_u u_{k+1}, \quad (17)$$

通过引入 Lagrange 乘子  $\lambda$  将不等式约束加入到性能指标函数中, 得到一个新的性能指标函数

$$\bar{J}(u_{k+1}) = e_{k+1}^T W e_{k+1} + u_{k+1}^T W_u u_{k+1} + \lambda (u_{k+1} - u_k)^T (u_{k+1} - u_k). \quad (18)$$

由最优条件得到学习算法为

$$u_{k+1} = Q (u_k + L e_k). \quad (19)$$

其中

$$Q = (W_u + \lambda I + G^T W e G)^{-1} (\lambda I + G^T W e G),$$

$$L = (\lambda I + G^T W e G)^{-1} G^T W e.$$

## 5) 范数最优化方法

Amann<sup>[29]</sup> 和 Lee<sup>[30]</sup> 分别独立提出了范数性能指标函数

$$J(u_{k+1}) = e_{k+1}^2 Q + (u_{k+1} - u_k)^2 R. \quad (20)$$

针对模型 (3), 前者通过最优条件得到了一个非因果的学习算法:  $u_{k+1} = u_k + R^{-1} G^T Q e_{k+1}$ ; 而后者则得

到了一个因果的学习算法:  $u_{k+1} = u_k + (G^T Q G + R)^{-1} G^T Q e_{k+1}$ , Amann<sup>[31]</sup> 在此基础上又提出了一种基于预测误差和控制增量函数的性能指标函数

$$J_{k+1,n}(u_{k+1}) = \sum_{i=1}^n \lambda^{i-1} (e_{k+i}^2 + u_{k+i} - u_{k+i-1})^2, \quad (21)$$

其中:  $\lambda$  为权值参数,  $n$  为预测步长. 由最优条件求得学习算法为

$$u_{k+1} = u_k + G^* (I + \lambda Q_{N-1}) e_{k+1}. \quad (22)$$

式中:  $G^*$  为  $G$  的伴随矩阵,  $Q_{N-1}$  为关于  $\lambda$  的函数矩阵

### 7) 参数最优化方法

通过以上运用不同性能指标函数求得的各种学习算法, 可以看出含有因果项和非因果项, 这就增加了实际控制过程中测量和执行的难度. 为了寻找更加简单的学习算法, Owens<sup>[32]</sup> 提出了一种对增益参数实现最优化的方法. 针对模型(3) 和前馈学习的算法, 即

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \lambda_{k+1} e_{k+1}(t+1), \quad (23)$$

其增益参数  $\lambda_{k+1}$  的值是由性能指标函数的最优解所决定

$$J(\lambda_{k+1}) = e_{k+1}^2 + \omega \lambda_{k+1}^2, \quad \omega > 0 \quad (24)$$

根据最优条件得到

$$\lambda_{k+1} = \frac{e_k^T G e_k}{\omega + e_k^T G^T G e_k} \quad (25)$$

hatonen<sup>[33]</sup> 使用相同指标函数对预测学习算法

$$u_{k+1}(t) = M_{k+1}^{-1} \{ u_k(t) + \lambda_{k+1} y_d(t+1) - \lambda_{k+1} C A x_{k+1}(t) \},$$

$$M_{k+1} = (I + \lambda_{k+1} C A)^{-1} \quad (26)$$

进行参数最优化, 得到最优参数为

$$\lambda_{k+1} = \frac{e_{k+1}^T G e_{k+1}}{\omega + e_{k+1}^T G^T G e_{k+1}} \quad (27)$$

## 4 采样迭代学习控制

连续系统实现迭代学习控制通常需要依赖计算机控制技术, 所以要考虑采样周期对学习算法收敛性的影响. 关于采样迭代学习控制的研究也取得了一定的成果. Chien<sup>[34]</sup> 对于一类非线性系统提出了一种采样迭代学习控制, 并利用  $\lambda$  范数证明了算法在各采样点上的收敛性, 接着又研究了一类非线性系统的采样迭代学习控制, 并利用模糊网络来实现学习增益矩阵<sup>[35]</sup>; Park<sup>[36]</sup> 对具有不确定控制时滞的线性时不变系统提出了一种基于采样的迭代学习控制算法, 同时证明了系统满足一定条件时跟踪误差在各采样点上的收敛性; Fang<sup>[37]</sup> 针对一类具有状态时滞的连续系统提出一种采样迭代学习控制算法, 该算法可保证系统输出无论在采样点或非采样点

上, 都能以指数收敛速率收敛至期望输出的一个与采样周期有关的误差范围内

## 5 与其他控制技术的结合及其应用

在实际系统中还有一类系统具有非参数(集总)非线性不确定性, 研究这类系统常用的技术是以黑箱逼近理论为特征的智能控制方法. 迭代学习控制与这些控制技术相结合的研究也取得了很多成果, 如基于神经网络的迭代学习控制、基于模糊技术的迭代学习控制、基于小波分析的迭代学习控制<sup>[38, 39, 18]</sup>等

迭代学习控制除了在理论上获得了很大发展外, 同时也广泛应用于实际控制工程领域, 其中最主要的应用之一就是在机器人控制方面, 如刚性机器人控制<sup>[40]</sup>、机器人视觉伺服控制<sup>[41]</sup>; 另外, 迭代学习控制还用于许多实时性要求较高的工业控制过程中<sup>[42, 43]</sup>.

## 6 存在的问题和未来研究的方向

迭代学习控制虽然在理论和应用方面都取得了许多成果, 但就目前的研究状况来看, 迭代学习控制理论还处于发展和完善阶段, 存在诸多问题有待解决, 这也是研究的目标和方向

1) 基于能量函数的迭代学习控制在离散系统中的研究. 已有的分析方法都是针对连续系统, 对于离散系统还需解决能量函数表达的问题

2) 自适应迭代学习算法的研究. 目前的学习算法大部分都是固定参数的, 为了提高学习算法的收敛性能, 需要进一步研究在迭代域和时间域上的自适应学习机制

3) 非线性系统的最优迭代学习控制. 迭代学习控制可以解决一类参数不确定性系统的跟踪控制问题, 而最优控制只能用于系统确定性部分. 如何构造一个性能函数量化和评价迭代学习控制在迭代域上不确定性部分的动态性能, 是值得关注问题

4) 与其他控制技术结合的问题. 对于与统计学习、机器学习等方法的结合至今仍未见报道, 需进一步研究, 提出一些新颖的控制方法

迭代学习控制的提出主要是用于解决非线性对象的模型和参数不确定性所带来的跟踪控制问题, 在不断学习过程中改善系统控制性能. 由于系统类型和控制形式的多样性, 造成所设计学习控制算法收敛性具有很大的局限性, 即依赖于特定系统和相同的初始条件. 未来迭代学习控制的研究将从基本概念和分析方法上解决系统复杂性和收敛多样性所带来的问题

收敛性和收敛速度始终是迭代学习控制研究的重要课题之一, 如何利用系统的先验知识及其先前

学习的信息提高收敛速度, 如何将特定研究的系统类型扩展到含有时滞、不确定系统, 都是很有价值的研究课题

另外在迭代学习控制的实际应用中, 对于系统参数未知的情况, 如何选取满足学习收敛条件的增益是一个比较重要的环节。特别是采用时变或非线性的学习增益时, 如何选取增益使得收敛性条件始终成立是一个值得进一步研究的问题

还有很多关于迭代学习控制的开放性课题有待于研究, 需要不断发展和完善迭代学习控制这一崭新的控制学科

### 参考文献(References)

- [1] Uchiyama M. Formation of High Speed Motion Pattern of Mechanical Arm by Trial[J]. *Trans of the Society of Instrumentation and Control Engineers*, 1978, 19(5): 706-712
- [2] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering Operation of Robots by Learning[J]. *J of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123-140
- [3] 孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999: 1-5  
(Sun M X, Huang B J. *Iterative Learning Control*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1999: 1-5)
- [4] Moore K L. Iterative Learning Control—An Expository Overview[J]. *Applied and Computational Controls, Signal Processing and Circuits*, 1998, 1(1): 151-214
- [5] 皮道映, 孙优贤. 非线性时变系统开闭环P型迭代学习控制的收敛性[J]. *自动化学报*, 1999, 25(3): 351-354  
(Pi D Y, Sun Y X. An Open-closed-loop P-type Iterative Learning Control Scheme for Nonlinear Time-varying Systems and Its Convergence[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(3): 351-354)
- [6] Moore K L, Chen Y Q. An Optimal Design of PD-type Iterative Learning Control with Monotonic Convergence[A]. *Proc of the 2002 IEEE Int Symposium on Intelligent Control*[C]. Vancouver, 2002: 55-60
- [7] Park K H, Bien Z, Wang D H. A Study on the Robustness of a PD-type Iterative Learning Controller Against Initial State Error[J]. *Int J of System Science*, 1999, 30(1): 49-59
- [8] Moore K L, Chen Y Q. A Separative High-order Framework for Monotonic Convergent Iterative Learning Controller Design[A]. *Proc of the American Control Conf*[C]. Denver, 2003: 3644-3649
- [9] Chen Y, Gong Z, Wen C. Analysis of A High-order Iterative Learning Control Algorithm for Uncertain Nonlinear Systems with State Delays[J]. *Automatica*, 1998, 34(3): 345-353
- [10] Xu J X, Tan Y. *Linear and Nonlinear Iterative Learning Control*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2003: 69-82
- [11] 姚仲舒, 杨成悟, 王宏飞. 任意初始状态下迭代学习控制的频域分析[J]. *系统工程与电子技术*, 2003, 25(2): 213-215  
(Yao Z S, Yang C W, Wang H F. A Frequency-domain Method for Iterative Learning Control in An Arbitrary Initial State[J]. *System Engineering and Electronics*, 2003, 25(2): 213-215)
- [12] Norrlof M, Gunnarsson S. Disturbance Aspects of Iterative Learning Control[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2001, 14(1): 87-94
- [13] Fang Y, Yeng C S, Feng G G. Convergence Analysis of Iterative Learning Control with Uncertain Initial Conditions[A]. *Proc of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation*[C]. Hefei, 2002: 960-963
- [14] Fang Y, Chow T W S. 2-D Analysis for Iterative Learning Controller for Discrete-time Systems with Variable Initial Conditions[J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 2003, 50(5): 722-727.
- [15] Galkowski K, Rogers E, Xu S, et al. LMIs - A Fundamental Tool in Analysis and Controller Design for Discrete Linear Repetitive Processes[J]. *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2002, 49(6): 768-778
- [16] Galkowski K, Paszke W, Sulikowski B, et al. LMIs Based Stability Analysis and Controller Design for A Class of 2D Continuous-discrete Linear Systems[A]. *American Control Conf*[C]. Anchorage, 2002: 29-34
- [17] French M, Rogers E. Non-linear Iterative Learning Control by An Adaptive Lyapunov Technique[J]. *Int J of Control*, 2000, 73(10): 840-850
- [18] Xu J X, Tan Y. A Composite Energy Function-based Learning Control Approach for Nonlinear Systems with Time-varying Uncertainties[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(11): 1940-1945
- [19] Kuc T Y, Lee J S, Nan K. An Iterative Learning Control Theory for a Class of Nonlinear Dynamic Systems[J]. *Automatica*, 1992, 28: 1215-1221.
- [20] Xu J X, Qu Z H. Robust Iterative Learning Control for a Class of Nonlinear Systems[J]. *Automatica*, 1998, 43(8): 983-988
- [21] Xu J X, Badrinath V. Adaptive Robust Iterative Learning Control with Dead Zone Scheme[J]. *Automatica*, 2000, 36(1): 91-99.
- [22] Xu J X, Tan Y, Lee T H. Iterative Learning Control Design Based on Composite Energy Function with

- Input Saturation [A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. Denver, 2003: 5129-5134
- [23] Tian Y P, Yu X H. Robust Learning Control for a Class of Nonlinear Systems with Periodic and Aperiodic Uncertainties [J]. *Automatica*, 2003, 39 (11): 1957-1966
- [24] Driessen B J, Sadegh N, Kwok K S. Optimization-based Drifted Prevention for Learning Control of Underdetermined Linear and Weakly Nonlinear Time-varying Systems [A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. Denver, 2001: 908-911
- [25] Togai M, Yamano O. Analysis and Design of an Optimal Learning Control Scheme of Industrial Robots: A Discrete System Approach [A]. *Proc of 24th IEEE Conf on Decision and Control [C]*. Florida, 1985: 1399-1400
- [26] Tao KM, Kosut RL, Arall G. Learning Feedforward Control [A]. *Proc of America Control, Baltimore [C]*. Maryland, 1994: 2575-2579
- [27] Gorinevsky D M. Direct Learning of Feedforward Control for Manipulator Path Tracking [A]. *Proc IEEE Int Symp on Intelligent Control [C]*. Glasgow, 1992: 42-47
- [28] Gunnarsson S, Norrlof M. On the Design of LC Algorithm Using Optimization [J]. *Automatica*, 2001, 37: 2011-2016
- [29] Amann N, Owens D H, Rogers E. Iterative Learning Control for Discrete-time Systems with Exponential Rate of Convergence [J]. *IEE Proc-Part D: Control Theory and Applications*, 1996, 143(2): 217-224
- [30] Lee K S, Kim W C, Lee J H. Model-based Iterative Learning Control with Quadratic Criterion for Linear Batch Process [J]. *J of Control Automation Systems Engineering*, 1996, 2(3): 148-157
- [31] Amann N, Owens D H, Rogers E. Predictive Optimal Iterative Learning Control [J]. *Int J of Control*, 1998, 69(2): 203-226
- [32] Owens D H, Feng K. Parameter Optimization in Iterative Learning Control [J]. *Int J of Control*, 2003, 76(11): 1059-1069
- [33] Hatonen J J, Feng K, Owens D H. New Connection Between Positivity and Parameter-optimal Iterative Learning Control [A]. *Proc of the 2003 IEEE on Int Symposium on Intelligent Control [C]*. Houston, 2003: 69-74
- [34] Chien C J. The Sampled-Data Iterative Learning Control for Nonlinear Systems [A]. *Proc of the 36th IEEE Conf on Decision and Control [C]*. San Diego: 1997: 4306 - 4311
- [35] Chien C J. A Sampled-data Iterative Learning Control Using Fuzzy Network Design [J]. *Int J of Control*, 2000, 73(10): 920-913
- [36] Park K H, Bien Z, Hwang D H. Design of an Iterative Learning Controller for a Class of Linear Dynamic Systems with Time Delay [J]. *IEE Proc Part D: Control Theory Applications*, 1998, 145(6): 507-512
- [37] 方忠, 陈彭年, 韩正之. 时滞系统采样迭代学习控制 [J]. *控制与决策*, 2001, 16(6): 866-871.  
(Fang Z, Chen P N, Han Z Z. Sampled-data Iterative Learning Control for Delayed Systems [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(6): 866-871.)
- [38] Jiang P, Unbehauen R. Iterative Learning Control Neural Network Control for Nonlinear System Trajectory Tracking [J]. *Neural Computing*, 2002, 48 (1-4): 141-153
- [39] Banerjee J S, Jones K O, Williams D. Design Considerations for a Model Reference Fuzzy Adaptive Controller [J]. *Trans of the Institute of Measurement and Control*, 2001, 23(3): 141-162
- [40] Taibi A. Adaptive Iterative Learning Control for Robot Manipulators [J]. *Automatica*, 2004, 40 (7): 1195-1203
- [41] Jiang P, Unbehauen R. Robot Visual Servoing with Iterative Learning Control [J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics Part A: System and Humans*, 2002, 32(3): 281-287
- [42] Dijkstra B G, Bosgra O H. Exploiting Iterative Learning Control for Input Shaping, with Application to a Wafer Stage [A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. Denver, 2003: 4811-4815
- [43] Qian W, Panda S K, Xu J X. Torque Ripple Minimization in PM Synchronous Motors Using Iterative Learning Control [J]. *IEEE Trans on Power Electronics*, 2004, 19(2): 272-279