

文章编号: 1001-0920(2005)09-0967-04

基于遗传算法的混合降阶 H_2/H 控制器

潘伟^{1,2}, 井元伟¹

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004; 2. 沈阳炮兵学院 电子侦察系, 沈阳 110162)

摘要: 讨论了混合降阶 H_2/H 控制器的设计问题, 提出了应用遗传算法设计混合降阶 H_2/H 控制器的一种方法。通过遗传算法对次优 H 降阶控制器进行 H_2 性能优化, 设计出鲁棒性既强又满足系统性能要求的混合降阶 H_2/H 控制器。它分别在 H 降阶和 H_2 性能优化中两次应用遗传算法, 遗传算法采用实数编码形式, 其算子分别选用排序选择和最佳个体保存相结合的选择算子、实值中间重组的交叉算子及实值变异的变异算子。利用国产某型飞机对该方法进行仿真, 其结果表明得到的混合降阶 H_2/H 控制器具有良好的 H 性能和 H_2 性能。

关键词: 遗传算法; 实值编码; 混合降阶 H_2/H 控制器; H 性能; H_2 性能

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Mixed Reduced-order H_2/H Controllers Based on Genetic Algorithm

PAN Wei^{1,2}, JING Yuanwei¹

(1. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. Department of Electric Detection, Shenyang College of Artillery, Shenyang 110162, China. Correspondent: PAN Wei, E-mail: pan.w@126.com)

Abstract: The problem of mixed reduced-order H_2/H controller design is discussed. A general approach is proposed to design mixed reduced-order H_2/H controllers by genetic algorithms. The mixed reduced-order H_2/H controllers with better robustness and system performance are designed through the way that H controllers are H_2 optimized by GA. GA is used twice in reduced-order H control and H_2 optimization. In the used GA, the code is float, the selection operator is rank-based fitness assignment and elitist model, the crossover operator is real valued recombination, the mutation operator is real mutation, and the fitness has penalty constraints. The simulation results show that mixed reduced-order H_2/H controllers have not only better H performance but also better H_2 performance.

Key words: Genetic algorithm (GA); Float code; Mixed reduced-order H_2/H controllers; H performance; H_2 performance

1 引言

控制系统的 H_2 性能设计可获得较好的动态和稳态性能, 但被控对象的模型摄动易产生的不确定性, 因此其鲁棒性较差; H 性能设计虽然较好地解决了系统的鲁棒性问题, 但它以牺牲系统的其他性能为代价; 随着 H 控制理论的发展, 建立在 H 理论基础上的混合 H_2/H 控制(在标准 H 性能约束下进行 H_2 优化设计)较好地处理了鲁棒性与系统性

能要求之间的关系

混合 H_2/H 控制器的设计是 H 问题的推广。文献[1]给出一种凸优化解法, 克服了必须求解耦合的Riccati方程的缺陷; [2]给出一种混合 H_2/H 控制器的参数化求解算法。但上述方法得的控制器结构复杂, 控制器的阶次均高于对象的阶次, 工程上不易实现。基于此, 文献[3]利用线性矩阵不等式(LMI)方法给出了针对广义系统的混合降阶 H_2/H

收稿日期: 2004-12-10; 修回日期: 2005-03-23

作者简介: 潘伟(1975—), 男, 黑龙江哈尔滨人, 讲师, 博士生, 从事非线性系统的鲁棒控制、遗传算法应用等研究; 井元伟(1956—), 男, 辽宁西丰人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统的对称性、相似性及稳定性等研究

H_2 控制器,但它需要通过构造得到,并需要对 H_2 指标进行简化.为此本文提出一种基于遗传算法的混合降阶 H_2/H 控制器的设计方法,无需进行简化,直接在问题的解空间寻找全局最优解的方法.首先利用遗传算法设计降阶 H_2 控制器,通过调整 γ 值得到多个 γ -次优降阶控制器,再通过遗传算法对得到的控制器进行 H_2 性能优化,从而设计出鲁棒性既强又满足系统性能要求的混合降阶 H_2/H 控制器.

2 问题描述

混合降阶 H_2/H 状态反馈控制的模型如图 1 所示.

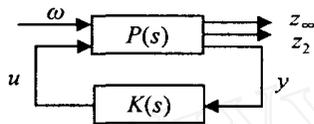


图 1 系统模型

图中, $P(s)$ 为线性时不变系统, K 为输出反馈控制器, ω 为外部输入信号, u 为控制信号, z_1 和 z_2 为感兴趣的输出信号.系统的状态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1\omega + B_2u, \\ z_1 = C_1x + D_{11}\omega + D_{12}u, \\ z_2 = C_{12}x + D_{121}\omega + D_{122}u, \\ y = C_2x + D_{21}\omega + D_{22}u. \end{cases} \quad (1)$$

由外部输入 ω 到参考输出 $z = [z_1, z_2]^T$ 的闭环传递函数为

$$T_{z\omega} = \begin{bmatrix} T_{z_1\omega} \\ T_{z_2\omega} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

混合降阶 H_2/H 状态反馈控制可表述为:寻求输出反馈控制器 $u(s) = K(s)y(s)$,使得在满足 $T_{z_1\omega} \leq \gamma$ 的条件下, $T_{z_2\omega}$ 取得极小值,即

$$\begin{aligned} \min & [T_{z_2\omega}] \\ \text{s.t.} & T_{z_1\omega} \leq \gamma. \end{aligned} \quad (3)$$

在式(3)中, $T_{z_2\omega}$ 和 $T_{z_1\omega}$ 都是线性反馈控制器增益 $K(s)$ 的非线性函数,因而求解困难.

3 基于遗传算法的设计思想

由 Holland 提出的遗传算法是一类借鉴生物界自然选择和自然遗传机制的随机化搜索算法.其主要特点是,群体搜索策略和群体中个体之间的信息交换,搜索不依赖于梯度信息.它首先需要对问题空间编码,即将问题空间映射到搜索空间,因此具有一定的问题独立性,适用范围广.选择操作、交叉操作、变异操作分别以一定概率使用,从而使平均适用度

高的模式在每一代保留下来,经逐次迭代,找到最大适应度的个体,达到优化的目的.

结合标准遗传算法和 H_2/H 控制器的特点及要求,在遗传算法设计时,本文针对如下 5 个问题进行了改进.

3.1 编码

编码即将问题空间的参数转换为遗传空间中由基因按一定结构组成的染色体或个体,也就是由问题空间对 GA 空间的映射.编码的策略或方法对于遗传操作,尤其是对于交叉操作的影响很大.本文所采用的是实数编码方案.

3.2 初始群体的设定

遗传操作是对多个个体同时进行的,这多个个体组成了群体.在遗传算法处理流程中,继编码设计后的任务是初始群体的设定,并以此为起点一代代进化直到按某种进化停止准则终止进化过程,由此得到最后一代.

3.3 适应度函数的确定

遗传算法在进行搜索中基本不利用外部信息,仅用适应度函数为依据.它不受连续可微的约束且定义域可为任意集合.对适应度函数的唯一要求是,针对输入计算出可加以比较的非负结果.

3.4 遗传操作的设计

1) 选择:采用排序选择与最佳个体保存的方法.

排序选择法是指在计算出每个个体的适应度后,根据适应度大小顺序对群体中个体排序,然后将事先设计好的概率表按序分配给个体,作为各自的选择概率.

最佳个体保存法是将群体中适应度最高的个体不进行遗传操作而直接复制到下一代中.此方法可保证某一代的最优解不被破坏.

2) 交叉:采用实值中间重组的方法^[5].

子个体的产生公式为

子个体 1 =

父个体 1 + α (父个体 2 - 父个体 1), (4)

其中: α 为比例因子,可由 $[-d, 1+d]$ 上均匀分布随机数产生.一般选择 $d = 0.25$,可保证遗传算法的全局搜索能力.

3) 变异:采用实值变异的方法^[6].

变异的本质是挖掘群体中个体的多样性,同时提高算法的局部随机搜索能力.变异步长的选择比较困难,最优的步长要视具体情况而定.而本文变异步长则是在优化过程中根据群体的进化进程自动改变,由下式给出:

$$X = X \pm 0.5L\Delta \quad (5)$$

其中: X 和 X' 分别为变异前和变异后的个体; $\Delta = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m (a(i)/2^i)$, $a(i)$ 以 $1/m$ 的概率取值为 1, 以 $1 - 1/m$ 的概率取值 0, 本文设 $m = 20$; L 为各代群体中的个体最大值与最小值之差

3.5 遗传算法的迭代终止条件

当适应度函数的最大值已知或准最优适应度的下限可确定时, 一般以发现满足最大值或准最优解作为遗传算法迭代终止条件。但是, 在混合降阶 H_2/H 优化问题中, 适应度的最大值并不清楚, 其本身就是搜索的对象, 因此本文的算法迭代终止条件为, 群体中占一定比例的个体已完全是同一个个体。另外, 从实际应用出发, 设置最大进化代数 G 作为迭代终止的另一个条件。

4 混合降阶 H_2/H 控制器设计

4.1 以 H 性能设计混合降阶控制器

H 性能是衡量系统稳定性的重要指标, 因此混合降阶控制器的降阶部分通过 H 性能实现。近年来, 线性矩阵不等式 (LMI) 求解法因具有可用相对直接的矩阵运算得到控制器, 且对系统模型无需过多限制条件的优点, 而广泛应用^[7]。

4.2 以 H_2 性能优化混合降阶控制器

H_2 性能以追求最优良的性能品质为目的。传递函数矩阵的 H_2 范数代表系统在白噪声输入信号激励下的稳态输出方差。因此, H_2 范数越小, 系统的随机干扰就越小。

对于系统 (1), 设计一个状态反馈控制器 $u = Kx$, 则系统的 H_2 性能可表示为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + B_2K)x + B_1\omega \\ z_2 &= (C_{12} + D_{122}K)x + D_{121}\omega \end{aligned} \quad (6)$$

从而闭环传递函数为

$$T_{z_2\omega}(s) = (C_{12} + D_{122}K)(sI - A - B_2K)^{-1}B_1 + D_{121}, \quad (7)$$

而系统 (1) 的 H_2 范数为

$$T_{z_2\omega} = \text{Trace} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} T(j\omega)T^*(j\omega) d\omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

采用遗传算法进行 H_2 性能优化的具体求解过程如下:

- 1) 将由 H 性能设计得到的状态反馈控制器的控制律 K 中的所有项直接编码, 组成个体 P ;
- 2) 通过对 H 性能 \mathcal{Y} 的调整, 得到不同的 \mathcal{Y} -次优降阶控制器, 从而得到 N_2 个个体 $P_j, j = 1, 2, \dots, N_2$, 将这 N_2 个个体组成初始群体;
- 3) 定义适应度函数的目标函数为

$$\mathcal{Q} = T_{z_2\omega} \quad (9)$$

由于混合降阶 H_2/H 控制是一个约束优化问题, H 性能指标是系统的一个约束条件, 在进行遗传优化时, 还必须考虑闭环系统稳定性的约束条件, 避免产生不稳定的控制器。闭环系统的稳定性约束为闭环系统极点的最大实部。采用惩罚函数法, 则惩罚函数可取为

$$E = \epsilon \times \sum_{j=0,1} m_j, \quad m_j = \begin{cases} 0, & g_j \leq \mathcal{Y}_j; \\ 1, & g_j > \mathcal{Y}_j \end{cases} \quad (10)$$

其中: m_j 为归一化的惩罚函数, ϵ 为惩罚系数。本文 g_0, g_1 分别为 H 和 H_2 性能指标, \mathcal{Y}_0 为 H 性能指标的最大约束条件, \mathcal{Y}_1 为 H_2 性能指标的约束条件——闭环系统的极点的最大实部。当惩罚系数为 0, 混合降阶 H_2/H 控制转化为单一的 H_2 优化控制; 当惩罚系数为较大正数, 同时取消 \mathcal{Y}_0 约束条件时, 混合降阶 H_2/H 控制转化为单一的 H 最优控制。因而, 式 (7) 较好地表征了混合降阶 H_2/H 性能指标, 恰当地选择惩罚系数 ϵ 和性能指标约束, 可有效地处理混合降阶 H_2/H 优化问题。综上所述, 遗传算法优化的适应度函数为

$$f_2 = M - \{\mathcal{Q} + E\}, \quad (11)$$

其中 M 为较大的正数以保证适应度值总是正的。

5 仿 真

为了方便进行比较, 本文采用文献 [8] 中的仿真例子。该例子国产某型飞机在高度 $h = 15 \text{ km}$, 飞行马赫数为 0.8 时的纵向运动系统描述, 相应参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0.08 & 0.03 & 0 & -0.15 \\ -0.73 & 0.377 & 1.0 & 0 \\ 0 & -8.65 & 1.2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -6.58 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0.05 \\ 0 & 1.0 \\ 0 & 1.2 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

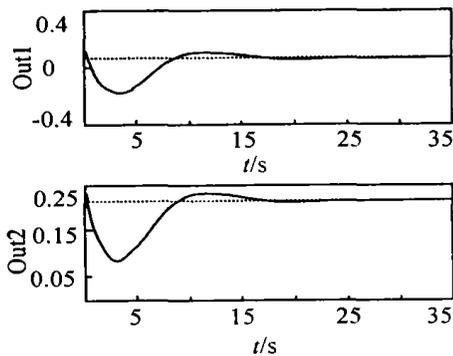
$$C_2 = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.02 & 0 & 0 & 1 \\ 0.5 & 0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D_{22} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

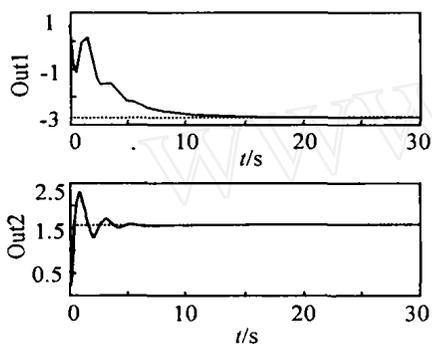
$$D_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

将文献 [9] 提出的利用遗传算法设计混合

H_2/H 控制器的方法应用于本例, 得到4阶的控制器, 其闭环系统的阶跃响应曲线如图2所示

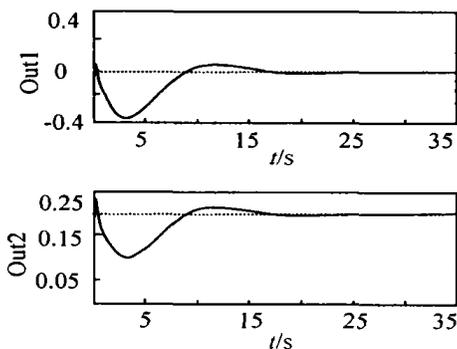


(a) $T_{z,\omega}$ 的阶跃响应曲线

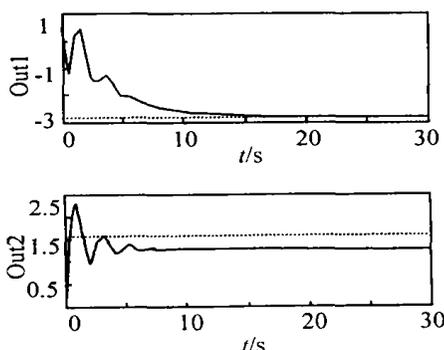


(b) $T_{z,\omega}$ 的阶跃响应曲线

图2 混合 H_2/H 控制器



(a) $T_{z,\omega}$ 的阶跃响应曲线



(b) $T_{z,\omega}$ 的阶跃响应曲线

图3 混合降阶 H_2/H 控制器

利用本文提出的算法求解混合降阶 H_2/H 控制器, 得到控制器的最小阶数为3, 此时最优 H 器性能指标 $\gamma = 0.4542$; 经实验可知, 当 $\gamma = 6$ 时, 所设计的状态反馈器仍可以满足系统的稳定性要求, 所以 γ 均匀取0.5~6的12个数值, 进而得到12个 γ -次优降阶控制器作为初始群体 $P_j, j = 1, 2, \dots, 12$; 利用4.2节中的方法进行 H_2 性能优化; 最后设计得到相应的混合降阶 H_2/H 控制器, 得到其闭环系统的阶跃响应曲线如图3所示

由图3与图2的比较可以看出, 本文设计的混合降阶 H_2/H 控制器虽然振荡频率略高, 稳定时间略长, 但控制器阶数由4阶降为3阶. 在原系统4阶的情况下, 该方法达到了降阶的目的, 为实现工程中复杂大系统的降阶提供了较好的方法

6 结 论

本文提出一种基于遗传算法的混合降阶 H_2/H 控制器的设计方法. 首先利用遗传算法求解在一组LM I约束下的矩阵最小秩, 从而确定降阶 H 控制器的最小阶次 n_k 及相应的矩阵 (X, Y) , 进而设计出降阶 H 控制器; 通过调整 γ 的值得到多个 γ -次优降阶控制器, 然后采用遗传算法对得到的控制器进行 H_2 性能优化, 从而设计出鲁棒性强且满足系统性能要求的混合降阶 H_2/H 控制器. 算例结果表明, 设计的混合降阶 H_2/H 控制器控制效果较好.

参考文献 (References)

[1] Kargonekar P. P. Mixed H_2/H Control: A Convex Optimization Approach [J]. *IEEE Trans Automat Control*, 1991, 36(7): 834-837.

[2] 王德进. H_2/H 混合控制器参数化[A]. *中国控制会议论文集*[C]. 宁波, 1998: 67-71.
(Wang D. J. H_2/H Mixed Controller Parametrizing [A]. *Proc of China Control Conf* [C]. Ningbo, 1998: 67-71.)

[3] 郭雷, 忻欣, 冯纯伯. 基于LM I的一类混合 H_2/H 控制问题的降阶控制器设计——连续情形[J]. *自动化学报*, 1998, 24(3): 294-300.
(Guo L., Xin X., Feng C. B. The LM I Based Reduced-order Controllers for Mixed H_2/H Control Problem: Continuous-time Case [J]. 1998, 24(3): 294-300.)

[4] Forrest S. Genetic Algorithms [A]. *Proc of the Fifth Int Conf on Genetic Algorithms* [C]. San Mateo: Morgan Kaufmann Publishers, 1993: 35-42.

[5] Srinivas M., Patnaik L. M. Adaptive Probabilities of Crossover and Mutations in Gas [J]. *IEEE Trans on SMC*, 1994, 24(4): 656-667.

(下转第980页)

- A lgorithms and Applications*, 1996, 9(4): 299-307.
- [4] Pham D T, Jin G. Genetic Algorithm Using Gradient-like Reproduction Operator [J]. *Electronics Letters*, 1995, 31(18): 1558-1559.
- [5] Fogel D B. An Introduction to Simulated Evolutionary Optimization [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1994, 5(1): 3-14.
- [6] 张丽萍, 柴跃廷. 遗传算法的现状与发展动向[J]. *信息与控制*, 2001, 30(6): 532-536
(Zhang L P, Chai Y T. Actuality and Developmental Trend for Genetic Algorithms [J]. *Information and Control*, 2001, 30(6): 532-536.)
- [7] Holland J H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems* [M]. Ann Arbor: Michigan University Press, 1975.
- [8] Maniezzo V. Genetic Evolution of the Topology and Weight Distribution of Neural Networks [J]. *IEEE Trans Neural Networks*, 1994, 5(1): 54-65.
- [9] Rudolph G. Convergence Analysis of Canonical Genetic Algorithms [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1994, 5(1): 96-101.
- [10] Fogel D B. Asymptotic Convergence Properties of Genetic Algorithms and Evolutionary Programming [J]. *An Analysis and Experiments, Cybern, and System*, 1994, 25(2): 389-407.
- [11] Goldberg D E, Segrest P. Finite Markov Chain Analysis of Genetic Algorithms [A]. *Proc of the 2nd International Conf on Genetic Algorithms* [C]. San Mateo, 1987: 1-8.
- [12] Schraudolph N N, Belew R K. Dynamic Parameter Encoding of Genetic Algorithms [J]. *Machine Learning*, 1992, 9(1): 9-21.
- [13] 徐宗本, 高勇. 遗传算法过早收敛现象的特征分析及其预防[J]. *中国科学(E)*, 1996, 26(4): 364-375
(Xu Z B, Gao Y. Analysis and Prevention of Genetic Algorithms Premature Convergence [J]. *Science in China (Series E)*, 1996, 26(4): 364-375.)
- [14] Xu Z B, Nie Z K, Zhang W X. A Most Sure Convergence of Genetic Algorithms: A Martingale Approach [J]. *Chinese J of Computers*, 2001, 25(8): 785-793.
- [15] 徐宗本, 陈志平. 遗传算法基础理论研究的新近发展[J]. *数学进展*, 2000, 29(2): 97-114
(Xu Z B, Chen Z P. Theoretical Development on Genetic Algorithms: A Review [J]. *Advances in Mathematics*, 2000, 29(2): 97-114.)
- [16] Zhao X Y, Nie Z K. The Markov Chain Analysis of Premature Convergence of Genetic Algorithms [J]. *Chinese Quarterly Journal of Mathematics*, 2003, 18(4): 364-368.
- [17] De Jong K A. *The Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems* [D]. Dearborn: University Michigan, 1975: 76-9381.

(上接第970页)

- [6] Fogel D B. An Introduction to Simulated Evolutionary Optimization [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1994, 5(1): 3-14.
- [7] 潘伟, 井元伟. 基于遗传算法的降阶 H_2 控制器[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2004, 25(6): 519-522
(Pan W, Jing Y W. Reduced Order H_2 Controllers Based on Genetic Algorithm [J]. *J of Northeast University (Natural Science)*, 2004, 25(6): 519-522.)
- [8] 王进华, 史忠科, 曹力, 等. 混合 H_2/H_∞ 鲁棒控制在飞行控制中的应用[J]. *飞行力学*, 2000, 18(4): 68-72
(Wang J H, Shi Z K, Cao L, et al. Application of Mixed H_2/H_∞ Robust Control to Aircraft [J]. *Flight Dynamics*, 2000, 18(4): 68-72.)
- [9] 潘伟, 王学勇, 井元伟. 基于遗传算法的混合降阶 H_2/H_∞ 状态反馈控制器[J]. *控制与决策*, 2005, 20(2): 132-136
(Pan W, Wang X Y, Jing Y W. Mixed State Feedback Controllers Based on Genetic Algorithm [J]. *Control and Decision*, 2005, 20(2): 132-136.)