

文章编号: 1001-0920(2005)09-1061-04

部分短缺量拖后且考虑费用时值的VM I模型

罗兵, 杨帅, 卢娜

(重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400030)

摘要: 针对一般的供应商管理库存(VMI)模型通常忽略系统的费用时值问题, 基于需求为常数和无短缺量拖后或短缺量完全拖后的VM I模型, 进一步考虑系统的费用时值和缺货期间出现短缺量部分拖后的情况, 建立了包括一个供应商和一个订货商, 从原材料到产成品的VM I模型. 通过数值仿真和灵敏度分析表明, 最优解存在且费用贴现率、丢单系数与服务水平对供应链各成员的单项和集成总成本均有不同程度的影响, 为VM I系统的管理决策提供了理论依据.

关键词: 部分短缺量拖后; 费用时值; 供应商管理库存

中图分类号: F253.4

文献标识码: A

A Vendor-managed Inventory Model with Partial Backlogging and Time Value of Costs

LUO Bing, YANG Shuai, LU Na

(College of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China
Correspondent: LUO Bing, Email: luobing@cqu.edu.cn)

Abstract: Classical vendor-managed inventory models usually neglect the time value of system costs. Based on the VM I model with constant demand rate and complete backlogging, a new VM I model with partial backlogging and time value of costs is presented, which includes a single vendor and buyer, and from raw material to finished product. A numerical example and sensitivity analysis are presented to illustrate the model, and demonstrate the existence of the optimal solution and different sensitivity of parameters to the costs of VM I system. The theoretical evidence is provided for the VM I system to make management decision.

Key words: Partial backlogging; Time value of costs; VM I

1 引言

供应商管理库存是指供需双方通过有效地沟通和协调, 由供应商制定合理的库存补充策略. Gerber^[1], Clark 和Hammond^[2]等较早地对VM I的应用进行了实证研究, 发现VM I应用于医疗器械和食品工业中的效果比JIT(Just In Time)和EDI(Electronic Data Interchange)更好. 之后, 其他学者也对VM I问题进行了进一步的深入研究^[3,4].

近年来, York Y Woo 等^[5]提出了包含一个供应商和多个订货商, 订货商允许缺货且短缺量完全拖后的VM I模型. 然而在现实库存系统中, 订货商

在其仓库出空期间, 短缺量不总是完全拖后的, 经常会出现部分短缺量拖后的情况, 即缺货期间外部市场对订货商的需求与拥有现货阶段的需求不相同^[6]. 这种不相同可以体现为短缺量拖后率是拥有现货阶段需求率的一个固定比例^[7,8], 也可以用短缺量拖后率是缺货期间顾客等待时间的函数来表示^[9]. 另外, 当今世界经济普遍出现通货膨胀现象, 资金(或费用)的时值是时刻变化的, 一些研究者^[10,11]在进行库存系统的管理决策时已经考虑了费用的时值问题, 但在VM I系统中, 涉及这方面的研究较少.

收稿日期: 2004-11-12; 修回日期: 2005-04-05

基金项目: 国家青年社科基金项目(02cjj027).

作者简介: 罗兵(1964—), 男, 重庆人, 副教授, 博士, 从事运营管理与管理决策优化的研究; 杨帅(1978—), 男, 重庆人, 硕士生, 从事运营管理与管理决策优化的研究.

本文在 York Y Woo 等^[5]研究基础上,进一步考虑资金(或费用)的时间价值,且订货商在缺货期间出现部分短缺量拖后的情况,建立了相应的VM I 集成模型,使其应用范围更加广泛

2 假设和符号

假设系统中有一个生产型的供应商和一个订货商,供应商的生产率和订货商所面临的需求率均为常数;原材料和产品的供货提前期为零;订货商在每个周期的服务水平相同,缺货期间的丢单系数为常数;供应商知道订货商的需求和订货决策信息 符号定义如下: H 为库存系统的计划期长度; T 为订货商的订货周期,与供应商的生产周期相同, $nT = H$, T 为决策变量; t_j 为第 $j + 1$ 次订货的时刻, $t_j = jH/n, j = 0, 1, 2, \dots, n - 1$; $\lambda(0 < \lambda < 1)$ 为订货商一个周期内有现货的时间占订货周期的比率,即服务水平; S_j 为第 j 个补充周期 $[t_{j-1}, t_j]$ 库存降到零的时刻, $S_j = \lambda T, j = 1, 2, \dots, n$; D 为订货商面临的需求率; $P(P > D)$ 为供应商的生产率; $r(0 < r < 1)$ 为资金(或费用)的贴现率; $\mu(0 < \mu < 1)$ 为订货商在缺货期间丢失的需求率占拥有现货阶段需求率的比率,即丢单系数; h, f 分别为订货商单位产品单位时间的保管成本和缺货成本; l, c 分别为订货商单位产品的丢单成本和购买价格; A 为订货商的一次订购成本; K 为供应商的一次生产准备成本; k 为供应商单位产品的生产成本; H_p, H_m 分别为供应商单位产品和原材料单位时间的保管成本; L 为供应商原材料的一次订购成本; M 为生产单位产品所需要的原材料数量; p_m 为单位原材料的价格

3 建立模型

根据文献[5]和本文的假设,VM I系统各成员的库存水平变化如图1所示

订货商在第 j 个补充周期 $[t_{j-1}, t_j]$ 内 t 时刻的库存水平为 $I_j(t)$, 它满足下列微分方程:

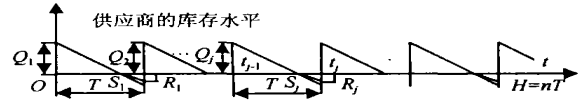
$$\frac{dI_j(t)}{dt} = \begin{cases} -D, & t_{j-1} \leq t < S_j; \\ -(1-\mu)D, & S_j \leq t < t_j; \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

考虑到边界条件 $I_j(S_j) = 0$, 式(1)的解为

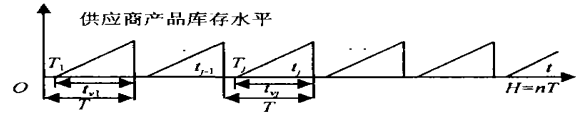
$$I_j(t) = \begin{cases} D(S_j - t), & t_{j-1} \leq t < S_j; \\ (1-\mu)D(S_j - t), & S_j \leq t < t_j; \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

订货商在第 j 个补充周期内 t 时刻的库存保管费用为 $hI_j(t)$, 其贴现值为 $hI_j(t)e^{-rt}$, 则 n 个补充周期保管成本和缺货成本的贴现值分别为

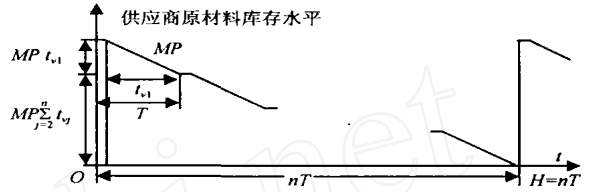
$$C_h = \sum_{j=1}^n \int_{t_{j-1}}^{S_j} hI_j(t) e^{-rt} dt =$$



(a) 订货商的库存水平



(b) 供应商产品库存水平



(c) 供应商原材料库存水平

图1 订货商和供应商的库存水平变化

$$\frac{hD}{r} \sum_{j=1}^n [(S_j - t_{j-1}) e^{-rt_{j-1}} + \frac{1}{r} (e^{-rS_j} - e^{-rt_{j-1}})], \quad (3)$$

$$C_s = \frac{f(1-\mu)D}{r} \sum_{j=1}^n [\frac{1}{r} (e^{-rS_j} - e^{-rt_j}) - (t_j - S_j) e^{-rt_j}] \quad (4)$$

订货商 n 个补充周期丢单成本和订货成本的贴现值分别为

$$C_l = \mu D \sum_{j=1}^n [(t_j - S_j) e^{-rt_{j-1}}], \quad (5)$$

$$C_a = A \sum_{j=1}^n e^{-rt_{j-1}} \quad (6)$$

由图1可知, 订货商在第 j 个补充周期初产品购买量 B_j 首先要补足上一个周期的最大缺货量 R_{j-1} , 然后再补充到第 j 个周期的最大存储量 Q_j , 即

$$B_j = R_{j-1} + Q_j, j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

其中

$$Q_j = I_j(0) = D(S_j - t_{j-1}), j = 1, 2, \dots, n;$$

$$R_0 = 0,$$

$$R_{j-1} = -I_{j-1}(t_{j-1}) =$$

$$(1-\mu)D(t_{j-1} - S_{j-1}), j = 2, 3, \dots, n.$$

订货商在 n 个补充周期购买成本的贴现值为

$$C_b = \sum_{j=1}^n [ce^{-rt_{j-1}} B_j], \quad (8)$$

因此, 订货商在 n 个补充周期内平均总成本的贴现值为

$$C_B = \frac{1}{H} [C_h + C_s + C_l + C_a + C_b] \quad (9)$$

供应商在第 j 个生产周期 $[t_{j-1}, t_j]$ 内开始生产

的时刻点为 T_j , 第 j 个生产周期内任意时刻的库存水平为 $I_{pj}(t)$, 则有

$$I_{pj}(t) = 0, \quad t_j - 1 \leq t < T_j; \quad (10)$$

$$\frac{dI_{pj}(t)}{dt} = P, \quad T_j \leq t < t_j; \quad (11)$$

$$j = 1, 2, \dots, n.$$

考虑边界条件 $I_{pj}(T_j) = 0$, 式(11) 的解为

$$I_{pj}(t) = P(t - T_j), \quad T_j \leq t < t_j, \quad (12)$$

$$j = 1, 2, \dots, n.$$

供应商在第 j 个生产周期的生产量是为了满足订货商在第 $j + 1$ 个订货周期的购买量, 即

$$I_{pj}(t_j) = P(t_j - T_j) = B_{j+1}, \quad (13)$$

将式(7) 代入式(13) 可得第 j 个周期的生产时段为

$$t_{vj} = t_j - T_j = \frac{DT}{P}(1 + \mu\lambda - \mu), \quad (14)$$

$$j = 1, 2, \dots, n.$$

供应商 n 个生产周期保管成本和生产成本的贴现值 C_{ph}, C_{pp} 分别为

$$C_{ph} = \frac{PH_p}{r} \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{r} [e^{-rt_j} - e^{-rt_j}] - t_{vj} e^{-rt_j} \right\}, \quad (15)$$

$$C_{pp} = kDT(1 + \mu\lambda - \mu) \sum_{j=1}^n e^{-rt_j}; \quad (16)$$

供应商 n 个生产周期生产准备成本的贴现值为

$$C_{ps} = K \sum_{j=1}^n e^{-rt_{j-1}}; \quad (17)$$

供应商 n 个生产周期原材料保管成本、订购成本和购买成本的贴现值 C_{mh}, C_{mo}, C_{mb} 分别为

$$C_{mh} = MD T^2 H_m (1 + \mu\lambda - \mu) \sum_{j=1}^n \left\{ e^{-rt_{j-1}} [(n + 1 - j) - \frac{D}{2P}(1 + \mu\lambda - \mu)] \right\}, \quad (18)$$

$$C_{mo} = L, \quad (19)$$

$$C_{mb} = nMDT(1 + \mu\lambda - \mu)p_m; \quad (20)$$

因此, 供应商在 n 个生产周期平均库存成本的贴现值为

$$C_V = \frac{1}{H} (C_{ph} + C_{pp} + C_{ps} + C_{mh} + C_{mo} + C_{mb}). \quad (21)$$

由式(9) 和式(21), 可得VM I 系统平均集成库存成本的贴现值为

$$C = C_B + C_V. \quad (22)$$

本文的目的就是确定订货周期 T 和订货次数 n , 以使供应商和订货商单位时间平均集成库存成本的贴现值 C 达到最低

4 算例分析

设 $H = 12$ 月, $D = 8000$ 件/月, $P = 1$ 万件

/月, $\mu = 0.02$, $h = 8$ 元/(件·月), $f = 20$ 元/(件·月), $l = 10$ 元/件, $c = 40$ 元/件, $k = 25$ 元/件, $H_p = 5$ 元/(件·月), $H_m = 2$ 元/(件·月), $M = 0.9$ 单位/件, $p_m = 9$ 元/单位, $r = 0.05$, $A = 50$ 元/次, $K = 150$ 元/次, $L = 360$ 元/次

选取 $\lambda = 0.8$, 用Matlab6.5 对模型进行数值仿真, 其结果如表 1 所示. 显然, 订货商与供应商的平均库存成本及VM I 集成库存成本的最优解不能同时获得, 这符合实际情况, 一般需沟通和协调才能使各成员感到满意

表 1 数值仿真的结果

成员	n^*	T^*/d	最优值/元
C_B	267	1.3	241 583
C_V	119	3.0	287 745
C	168	2.1	529 645

假设 $n^* = 168, T^* = 3.0$ d, 表 2 给出了 $\mu = 0.02, \lambda = 0.80$ 时贴现率 r 的灵敏度分析. 随着贴现率 r 的增加, 通货膨胀越来越严重, 贴现到零时刻的各项成本均呈下降趋势

表 2 贴现率 r 的灵敏度分析

r	订货商平均成本	供应商平均成本	VM I
0.01	302 625	338 104	640 729
0.03	269 845	311 158	581 003
0.05	241 764	287 881	529 645
0.07	217 625	267 702	485 327
0.09	196 805	250 144	446 949
0.11	178 782	234 813	413 595
0.13	163 126	221 375	384 501
0.15	149 477	209 554	359 031

表 3 为 $\lambda = 0.80, r = 0.05$ 时丢单系数 μ 的灵敏度分析. 随着丢单系数的增加, 订货商的丢单成本上升, 但缺货和购买成本下降, 从而使订货商的平均贴现成本逐渐下降; 另外, 订货商失去销售机会的增加使得供应商没有必要生产过多的产成品或存储大量的原材料, 因此贴现到零时刻的供应商平均库存成本也不断降低. 显然, VM I 平均集成成本的贴现值也呈下降趋势

表 4 显示了当 $r = 0.05, \mu = 0.02$ 时, λ 的变化对VM I 系统各项成本的影响. 订货商平均库存成本的贴现值在服务水平为 0.25 左右时达到最低. 另外, 供应商为满足订货商高服务水平的需求, 会存储足够的原材料并生产较多产品, 从而使供应商平均库存成本的贴现值不断上升, VM I 的平均贴现集成库存成本也呈逐渐增加的趋势

表3 丢单系数 μ 的灵敏度分析

μ	订货商平均成本	供应商平均成本	VM I
0.00	242 483	289 033	531 516
0.02	241 764	287 881	529 645
0.04	241 045	286 729	527 774
0.06	240 326	285 577	525 903
0.08	239 607	284 425	524 032
0.10	238 888	283 274	522 161
0.12	238 169	282 122	520 291
0.14	237 450	280 970	518 420
0.16	236 731	279 818	516 549
1.00	206 532	231 461	437 993

表4 服务水平 λ 的灵敏度分析

λ	订货商平均成本	供应商平均成本	VM I
0.00	240 317	283 274	523 591
0.10	240 082	283 850	523 932
0.20	239 967	284 425	524 392
0.25	239 953	284 713	524 667
0.30	239 970	285 001	524 971
0.40	240 091	285 577	525 668
0.60	240 690	286 729	527 419
0.80	241 764	287 881	529 645
0.90	242 478	288 456	530 934
1.00	243 311	289 033	532 344

5 结 论

库存控制是企业管理的一项重要工作,而考虑复杂的经济或管理背景,建立适用的库存控制模型,对实际问题进行优化决策,降低系统的总成本一直是库存管理长期追求的目标。本文在York Y Woo等^[5]研究的基础上,进一步考虑系统的费用时值和订货商在缺货期间出现部分短缺量拖后对库存控制补充策略的影响,建立了相应的VM I模型,并通过数值仿真找到了唯一的最优解,分析了费用贴现率 r 、丢单系数 μ 及订货商服务水平 λ 对各项成本的影响,为VM I系统的库存控制决策提供了理论依据。

参考文献(References)

[1] Gerber N. Objective Comparisons of Consignment, Just-in-time and Stockless [J]. *Hospital Material Management J*, 1991, 36(4): 1-5

- [2] Clark T, Hammond J. Reengineering Channel Reordering Processes to Improve Total Supply Chain Performance [J]. *Production and Operation Management*, 1997, 6(3): 248-265
- [3] Disney S M, Towill D R. The Effect of Vendor Managed Inventory (VMI) Dynamics on the Bullwhip Effect in Supply Chains [J]. *Int J of Production Economics*, 2003, 85(2): 199-215
- [4] Rajesh Poplani, S Viswanathan. A Model for Evaluating Supplier-owned Inventory Strategy [J]. *Int J of Production Economics*, 2003, 81-82: 565-571
- [5] York Y Woo, Shu-Lu Hsu, Soushan Wu. An Integrated Inventory Model for a Single Vendor and Multiple Buyers with Ordering Cost Reduction [J]. *Int J of Production Economics*, 2001, 73(3): 203-215
- [6] Hariga M. Optimal EOQ Models for Deteriorating Items with Time-varying Demand [J]. *J of the Operational Research Society*, 1996, 47(10): 1228-1246
- [7] Wee HM. A Deterministic Lot-size Inventory Model for Deteriorating Items with Shortages and a Declining Market [J]. *Computers and Operations Research*, 1995, 22(3): 345-356
- [8] 罗兵, 卢娜, 杨帅, 等. 短缺量拖后率不相同时的边生产边需求EOQ模型[J]. *系统工程*, 2005, 23(3): 120-123 (Luo B, Lu N, Yang S, et al. An EOQ Model of Production with Time-varying Demand under Different Backlogging Rate [J]. *Systems Engineering*, 2005, 23(3): 120-123)
- [9] Chang H J, Dye C Y. An EOQ Model for Deteriorating Items with Time Varying Demand and Partial Backlogging [J]. *J of the Operational Research Society*, 1999, 50(11): 1176-1182
- [10] Chang C T. An EOQ Model with Deteriorating Items Under Inflation When Supplier Credits Linked to Order Quantity [J]. *Int J of Production Economics*, 2004, 88(3): 307-316
- [11] Ilkyeong Moon, Bibhas Chandra Giri, Byung-sung Ko, et al. Economic Order Quantity Models for Ameliorating/deteriorating Items under Inflation and Time Discounting [J]. *European J of Operational Research*, 2005, 162(3): 773-785