第20卷 第9期 控 制 与 决 策 2005年9月
Vol 20 No. 9 Control and Decision Sept. 2005

文章编号: 1001-0920(2005)09-0986-06

参数不确定T-S模糊交联系统的分散保成本控制

朱宝彦[1,2], 张庆灵[1], 张雪峰[1]
(1. 东北大学 系统科学研究所, 沈阳 110004; 2. 沈阳建筑大学 理学院, 沈阳 110168)

摘 要: 研究了参数不确定T-S模糊交联系统的分散保成本控制问题. 对于给定系统所容许的所有不确定参数,设计了分散状态反馈保成本控制器,使得闭环系统不仅渐近稳定而且具有适当的性能指标上界. 基于线性矩阵不等式(LMI)处理方法,给出了分散控制器存在的充分条件. 仿真算例表明了所给方法的简易、有效.

关键词: T-S模糊交联系统; 不确定参数; 分散保成本控制; 线性矩阵不等式(LMI)
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Decentralized Guaranteed Cost Control for T-S Fuzzy Interconnected Systems with Uncertain Parameters

ZHU Bao-yan[1,2], *ZHANG Qing-ling*[1], *ZHANG Xue-feng*[1]
(1. Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. School of Science, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China. Correspondent: ZHANG Qing-ling, E-mail: qlzhang@mail.neu.edu.cn)

Abstract: Decentralized guaranteed cost control for T-S fuzzy interconnected systems with uncertain parameters is discussed. Sufficient conditions are given, under which decentralized guaranteed cost state feedback controllers can be designed to provide stability of the closed-loop system with a prescribed level of performance for all admissible uncertainties. These conditions are expressed via the linear matrix inequality (LMI). An example shows the simplicity and effectiveness of the proposed control method.

Key words: T-S fuzzy interconnected systems; Uncertain parameters; Decentralized guaranteed cost control; Linear matrix inequality (LMI)

1 引 言

任何一类大系统都不同程度地存在着不确定性,或产生于内部,或来自于外部,这种不确定性既可能导致系统不稳定,又可能使得系统达不到所要求的性能指标[1,2]. 而在实际控制系统中,在要求具有鲁棒稳定性的同时,还要求保证满足适当的性能指标,所以,不确定交联系统鲁棒分散保成本控制研究具有重要意义. 另外,关于不确定系统保成本控制的研究,自1972年Chang S S L 等首次提出参数不确定系统的保成本控制问题以来,引起了众多学者的重视,目前已有许多这方面的文献[3~7].

实际系统大多是非线性系统,对其研究具有较大难度. T-S模糊系统模型可描述或有效地逼近广泛的一类非线性系统,模糊控制是复杂非线性系统的有效控制手段,因而受到关注并得到广泛应用. 基于T-S模糊系统的保成本控制已有许多成果[5~7]. 但对基于T-S模糊模型的交联分散保成本控制的报道还很少见.

本文针对参数不确定T-S模糊交联系统的分散保成本控制问题,对给定系统所容许的所有不确定参数,设计了分散状态反馈保成本控制器,使得闭环系统不仅渐近稳定而且具有适当的性能指标上界. 基于LMI处理方法,给出了该控制器存在的充分条

收稿日期: 2004-07-08; **修回日期**: 2005-01-31.
基金项目: 辽宁省普通高校学科带头人基金项目(124210).
作者简介: 朱宝彦(1962—),女,吉林梅河口人,副教授,博士生,从事正常系统和广义系统的模糊控制、鲁棒控制等研究; 张庆灵(1956—),辽宁营口人,教授,博士生导师,从事广义大系统的分散控制、鲁棒控制等研究.

件. 仿真算例显示了所给方法的简易性和有效性.

2　系统描述及预备知识

考虑N 个由T-S 模糊模型表示的子系统组成的非线性交联系统, 设第i子系统由r_i条模糊规则构成, 其第k 条规则模糊模型描述为:

$$\begin{aligned}
R_i^k:\ & \text{if } \xi_{i1}(t) \text{ is } M_{i1}^k \text{ and } \xi_{i2}(t) \text{ is } M_{i2}^k \text{ and } \cdots \\
& \text{and } \xi_{ip}(t) \text{ is } M_{ip}^k, \\
& \text{then } \dot{x}_i(t) = (A_i^k + \Delta A_i^k)x_i(t) + (B_i^k + \\
& \Delta B_i^k)u_i(t) + \sum_{j=1,j\neq i}^{N}(A_{ij}^k + \\
& \Delta A_{ij}^k)x_j(t), \\
& k = 1,2,\cdots,r_i,
\end{aligned}\tag{1}$$

其中: $i = 1,2,\cdots,N$, $M_{im}^k (m = 1,2,\cdots,p)$ 为模糊集; r_i为第 i 个子系统的模糊规则数; $x_i(t) \in R^{n_i}$ 为第i个子系统状态向量; $u_i(t) \in R^{m_i}$ 为输入向量; A_i^k, B_i^k, A_{ij}^k 为具有适当维数的矩阵; A_{ij}^k 为第i个和第j 个子系统的关联矩阵; ΔA_i^k, ΔB_i^k, ΔA_{ij}^k 为具有时不变不确定参数矩阵, 满足

$$[\Delta A_i^k, \Delta B_i^k] = H_i^k F_i^k [E_{ai}^k, E_{bi}^k],\ \Delta A_{ij}^k = H_{ij}^k F_{ij}^k G_{ij}^k,$$
$$j \neq i, k = 1,2,\cdots,r_i \tag{2}$$

其中: $H_i^k, H_{ij}^k, E_{ai}^k, E_{bi}^k, G_{ij}^k$ 为已知的矩阵; F_i^k, F_{ij}^k 为未知的实矩阵满足

$$(F_i^k)^{\mathrm T} F_i^k \leq I,\ (F_{ij}^k)^{\mathrm T} F_{ij}^k \leq I; \tag{3}$$

$\xi_i(t) = [\xi_{i1}(t), \xi_{i2}, \cdots, \xi_{ip}(t)]^{\mathrm T}$ 为第 i 个子系统前件变量.

模糊化采取单点模糊化, 清晰化采用加权平均模糊推理方法可得第 i 个子系统的全局模型为

$$\begin{aligned}
\dot{x}_i(t) = & \sum_{k=1}^{r_i} h_{ik}(\xi_i(t))[(A_i^k + \Delta A_i^k)x_i(t) + \\
& (B_i^k + \Delta B_i^k)u_i(k) + \sum_{j=1,j\neq i}^{N}(A_{ij}^k + \\
& \Delta A_{ij}^k)x_j(t)],
\end{aligned}\tag{4}$$

$$\beta_{ik}(\xi_i(t)) = \prod_{m=1}^{p} M_{im}^k(\xi_{im}(t)) \geq 0,$$

$$h_{ik}(\xi_i(t)) = \frac{\beta_{ik}(\xi_i(t))}{\sum_{k=1}^{r_i}\beta_{ik}(\xi_i(t))} \geq 0,$$

$$\sum_{k=1}^{r_i} h_{ik}(\xi_i(t)) = 1.$$

其中: $M_{im}^k(\cdot)$ 为模糊集M_{im}^k 的隶属函数, $h_{ik}(\xi_i(t))$ 为第 i 个子系统每条模糊规则的规范化权重.

系统(4) 的零输入系统为

$$\begin{aligned}
\dot{x}_i(t) = & \sum_{k=1}^{r_i} h_{ik}(\xi_i(t))[(A_i^k + \Delta A_i^k)x_i(t) + \\
& \sum_{j=1,j\neq i}^{N}(A_{ij}^k + \Delta A_{ij}^k)x_j(t)],
\end{aligned}\tag{5}$$

对系统(4) 定义二次性能指标

$$J = \sum_{i=1}^{N}\int [x_i^{\mathrm T}(t)Q_i x_i(t) + u_i^{\mathrm T}(t)R_i u_i(t)]\mathrm{d}t, \tag{6}$$

其中: $Q_i, R_i (i = 1,2,\cdots,N)$ 为给定的对称正定加权矩阵.

引理 1[8]　系统(5) 是渐近稳定的, 如果

$$\frac{\mathrm{d}V(x(t))}{\mathrm{d}t} < 0,$$

其中Lyapunov 函数取为

$$V(x(t)) = x^{\mathrm T}(t)Px(t) = \sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm T}(t)P_i x_i(t), \tag{7}$$

其中

$$x^{\mathrm T}(t) = [x_1^{\mathrm T}(t), x_2^{\mathrm T}(t), \cdots, x_N^{\mathrm T}(t)],$$

$x_i(t)$ 为第 i 个子系统状态向量, $P = \mathrm{diag}(P_1, P_2, \cdots, P_N)$, $P_i \in R^{n_i \times n_i}$ 为第i个子系统的共同的对称正定矩阵.

引理 2[9]　给定适当维数的矩阵D, E 和对称矩阵Y, 则$Y + DFE + E^{\mathrm T}F^{\mathrm T}D^{\mathrm T} < 0$ 对所有满足$F^{\mathrm T}F \leq I$ 的矩阵F 成立, 当且仅当存在一个常数$\epsilon > 0$, 使得$Y + \epsilon DD^{\mathrm T} + \epsilon^{-1}E^{\mathrm T}E < 0$.

3　分散保成本控制器设计

对每个子系统利用PDC 控制器设计原理, 设第i个子系统的状态反馈控制器的第k 条规则为

$$\begin{aligned}
R_i^k:\ & \text{if } \xi_{i1}(t) \text{ is } M_{i1}^k \text{ and } \xi_{i2}(t) \text{ is } M_{i2}^k \text{ and } \cdots \\
& \text{and } \xi_{ip}(t) \text{ is } M_{ip}^k, \\
& \text{then } u_i(t) = L_i^k x_i(t),\ k = 1,2,\cdots,r_i.
\end{aligned}$$

第 i 个子系统总的状态反馈控制器为

$$u_i(t) = \sum_{k=1}^{r_i} h_{ik}(\xi_i(t))L_i^k x_i(t), \tag{8}$$

L_i^k 为第 i 个子系统的局部增益矩阵. 闭环系统为

$$\begin{aligned}
\dot{x}_i(t) = & \sum_{k=1}^{r_i}\sum_{l=1}^{r_i} h_{ik}(\xi_i(t))h_{il}(\xi_i(t))\{[(A_i^k + \\
& \Delta A_i^k) + (B_i^k + \Delta B_i^k)L_i^l]x_i(t) + \\
& \sum_{j=1,j\neq i}^{N}(A_{ij}^k + \Delta A_{ij}^k)x_j(t)\}.
\end{aligned}\tag{9}$$

下面对具有性能指标(6) 的系统(4), 寻找状态反馈控制器(8), 使得对于所有允许的不确定性, 闭环系统(9) 鲁棒渐近稳定, 且其具有适当的性能指标上界.

定理 1　对于具有性能指标(6) 的系统(4), 如果存在对称正定矩阵P_i 和矩阵L_i^l, 使得对于所有允许的不确定性, 有矩阵不等式

$$\sum_{k=1}^{r_i}\sum_{l=1}^{r_i} h_{ik}(\xi_i(t))h_{il}(\xi_i(t))\{[A_i^k + \Delta A_i^k +$$
$$(B_i^k + \Delta B_i^k)L_i^l]^{\mathrm T}P_i + P_i[A_i^k + \Delta A_i^k +$$

$$(B_i^k + \Delta B_i^k) L_i^l] + (N-1) I_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} P_i A_{ij}^k (A_{ij}^k)^{\mathrm{T}} P_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (G_{ji}^k)^{\mathrm{T}} G_{ji}^k + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} P_i H_{ij}^k (H_{ij}^k)^{\mathrm{T}} P_i + Q_i + \sum_{m=1}^{r_i} (L_i^m)^{\mathrm{T}} R_i L_i^m \Big\} < 0 \tag{10}$$

成立, 则式(8) 是系统(4) 的一个分散保成本控制器, 并且系统的性能指标满足

$$J \leq \sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}}(0) P_i x_i(0), \tag{11}$$

其中: $x_i(0)$ 为第 i 个子系统的初始状态, I_i ($i = 1, 2, \cdots, N$) 为单位矩阵 (证明略).

下面考虑分散保成本控制器的设计问题. 重新记式(10) 为

$$\sum_{k=1}^{r_i} h_{ik}^2(\xi_i(t)) S_{kk} + \sum_{k<l}^{r_i} h_{ik}(\xi_i(t)) h_{il}(\xi_i(t)) (S_{kl} + S_{lk}) < 0,$$

其中

$$\begin{aligned} S_{kl} = {} & (A_i^k)^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i^k + (B_i^k L_i^l)^{\mathrm{T}} P_i + P_i B_i^k L_i^l + \\ & (E_{ai}^k + E_{bi}^k L_i^l)^{\mathrm{T}} (F_i^k)^{\mathrm{T}} (H_i^k)^{\mathrm{T}} P_i + \\ & P_i H_i^k F_i^k (E_{ai}^k + E_{bi}^k L_i^l) + (N-1) I_i + \\ & \sum_{j=1, j\neq i}^{N} P_i A_{ij}^k (A_{ij}^k)^{\mathrm{T}} P_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (G_{ji}^k)^{\mathrm{T}} G_{ji}^k + \\ & \sum_{j=1, j\neq i}^{N} P_i H_{ij}^k (H_{ij}^k)^{\mathrm{T}} P_i + Q_i + \sum_{m=1}^{r_i} (L_i^m)^{\mathrm{T}} R_i L_i^m, \\ & k, l = 1, 2, \cdots, r_i. \end{aligned} \tag{12}$$

由规范化隶属函数性质知, 若使式(10) 成立只要

$$S_{kk} < 0, k = 1, 2, \cdots, r_i; \tag{13a}$$

$$S_{kl} + S_{lk} < 0, k < l \leq r_i \text{ s. t. } h_{ik} \cap h_{il} \neq \varnothing. \tag{13b}$$

其中: $h_{ik} \cap h_{il} \neq \varnothing$ 的含义是对除了 $h_{ik} \cap h_{il} = \varnothing$ (即对所有 $\xi_i(t)$, $h_{ik}(\xi_i(t)) \times h_{il}(\xi_i(t)) = 0$) 之外的所有 $k < l \leq r_i$ 条件成立.

由引理2, 式(13a) 成立当且仅当存在常数 $\epsilon_i^k > 0$, 使得

$$\begin{aligned} & (A_i^k)^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i^k + (B_i^k L_i^k)^{\mathrm{T}} P_i + P_i B_i^k L_i^k + \\ & \epsilon_i^k P_i H_i^k (H_i^k)^{\mathrm{T}} P_i + \frac{1}{\epsilon_i^k} (E_{ai}^k + E_{bi}^k L_i^k)^{\mathrm{T}} (E_{ai}^k + \\ & E_{bi}^k L_i^k) + (N-1) I_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} P_i A_{ij}^k (A_{ij}^k)^{\mathrm{T}} P_i + \\ & \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (G_{ji}^k)^{\mathrm{T}} G_{ji}^k + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} P_i H_{ij}^k (H_{ij}^k)^{\mathrm{T}} P_i + Q_i + \\ & \sum_{m=1}^{r_i} (L_i^m)^{\mathrm{T}} R_i L_i^m < 0, \end{aligned}$$

由 Schur 补引理, 上面不等式成立等价于

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 & \Phi_1 & \Omega_1 & \Gamma_1 & \Psi & I_i & I_i & \Theta_1 \\ * & -I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & -I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & -I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & -\Pi & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{N-1} I_i & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Q_i^{-1} & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_i^k I_i \end{bmatrix} < 0,$$

$$k = 1, 2, \cdots, r_i; \tag{14a}$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta_1 = {} & (A_i^k)^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i^k + (B_i^k L_i^k)^{\mathrm{T}} P_i + \\ & P_i B_i^k L_i^k + \epsilon_i^k P_i H_i^k (H_i^k)^{\mathrm{T}} P_i, \\ \Phi_1 = {} & [P_i A_{i1}^k \cdots P_i A_{ii-1}^k \quad P_i A_{ii+1}^k \cdots P_i A_{iN}^k], \\ \Omega_1 = {} & [(G_{1i}^k)^{\mathrm{T}} \cdots (G_{i-1i}^k)^{\mathrm{T}} \quad (G_{i+1i}^k)^{\mathrm{T}} \cdots (G_{Ni}^k)^{\mathrm{T}}], \\ \Gamma_1 = {} & [P_i H_{i1}^k \cdots P_i H_{ii-1}^k \quad P_i H_{ii+1}^k \cdots P_i H_{iN}^k], \\ \Psi = {} & [(L_i^1)^{\mathrm{T}} \quad (L_i^2)^{\mathrm{T}} \quad \cdots \quad (L_i^{r_i})^{\mathrm{T}}], \\ \Theta_1 = {} & (E_{ai}^k)^{\mathrm{T}} + (L_i^k)^{\mathrm{T}} (E_{bi}^k)^{\mathrm{T}}, \\ I_j = {} & \mathrm{diag}[I_{ij}, \cdots, I_{ij}], \quad \Pi = \mathrm{diag}[R_i^{-1}, \cdots, R_i^{-1}], \\ & i = 1, 2, \cdots, N, \; j = 1, 2, 3, \; k = 1, 2, \cdots, r_i. \end{aligned} \tag{14b}$$

其中 * 是矩阵的对称块的转置. I_i, I_{ij}, I_j 表示具有适当维数的单位矩阵.

同理, 式(13b) 成立当且仅当存在常数 $\epsilon_i^{kl} > 0$, 使得

$$\begin{aligned} & (A_i^k)^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i^k + (B_i^k L_i^l)^{\mathrm{T}} P_i + P_i B_i^k L_i^l + \\ & (A_i^l)^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i^l + (B_i^l L_i^k)^{\mathrm{T}} P_i + \\ & P_i B_i^l L_i^k + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} P_i A_{ij}^k (A_{ij}^k)^{\mathrm{T}} P_i + \\ & \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (G_{ji}^k)^{\mathrm{T}} G_{ji}^k + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} P_i H_{ij}^k (H_{ij}^k)^{\mathrm{T}} P_i + \\ & \sum_{j=1, j\neq i}^{N} P_i A_{ij}^l (A_{ij}^l)^{\mathrm{T}} P_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (G_{ji}^l)^{\mathrm{T}} G_{ji}^l + \\ & \sum_{j=1, j\neq i}^{N} P_i H_{ij}^l (H_{ij}^l)^{\mathrm{T}} P_i + 2(N-1) I_i + 2Q_i + \\ & 2\sum_{m=1}^{r_i} (L_i^m)^{\mathrm{T}} R_i L_i^m + \epsilon_i^{kl} \begin{bmatrix} (H_i^k)^{\mathrm{T}} P_i \\ (H_i^l)^{\mathrm{T}} P_i \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} (H_i^k)^{\mathrm{T}} P_i \\ (H_i^l)^{\mathrm{T}} P_i \end{bmatrix} + \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\epsilon_i^{kl}}\begin{bmatrix} E_{ai}^k + E_{bi}^k L_i^l \\ E_{ai}^l + E_{bi}^l L_i^k \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} E_{ai}^k + E_{bi}^k L_i^l \\ E_{ai}^l + E_{bi}^l L_i^k \end{bmatrix} < 0,$$

$$k < l \le r_i, \quad \text{s.t.} \ h_k \cap h_l \ne \varnothing. \tag{15}$$

由 Schur 补引理, 式(15) 成立等价于

$$\begin{bmatrix}
\Delta_2 & \Phi_1 & \Phi_2 & \Omega_1 & \Omega_2 & \Gamma_1 & \Gamma_2 & \Psi & I_i & I_i & \Theta_2 & \Theta_3 \\
* & -I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & -I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & -I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & -I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\Pi & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2(N-1)}I_i & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}Q_i^{-1} & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_i^{kl}I_i & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_i^{kl}I_i
\end{bmatrix} < 0,$$

$$k < l \le r_i, \quad \text{s.t.} \ h_k \cap h_l \ne \varnothing; \tag{16a}$$

其中

$$\begin{aligned}
\Delta_2 = {}& (A_i^k)^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i^k + (B_i^k L_i^l)^{\mathrm{T}} P_i + P_i B_i^k L_i^l + \\
& (A_i^l)^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i^l + (B_i^l L_i^k)^{\mathrm{T}} P_i + P_i B_i^l L_i^k + \\
& \epsilon_i^{kl} [P_i^{\mathrm{T}} H_i^k \quad P_i^{\mathrm{T}} H_i^l] \begin{bmatrix} (H_i^k)^{\mathrm{T}} P_i \\ (H_i^l)^{\mathrm{T}} P_i \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$\Phi_2 = [P_i A_{i1}^1 \cdots P_i A_{ii-1}^l \quad P_i A_{ii+1}^l \cdots P_i A_{iN}^l],$$

$$\Omega_2 = [(G_{1i}^l)^{\mathrm{T}} \cdots (G_{i-1i}^l)^{\mathrm{T}} \quad (G_{i+1i}^l)^{\mathrm{T}} \cdots (G_{Ni}^l)^{\mathrm{T}}],$$

$$\Gamma_2 = [P_i H_{i1}^l \cdots P_i H_{ii-1}^l \quad P_i H_{ii+1}^l \cdots P_i H_{iN}^l],$$

$$\Theta_2 = (E_{ai}^k)^{\mathrm{T}} + (L_i^l)^{\mathrm{T}} (E_{bi}^k)^{\mathrm{T}},$$

$$\Theta_3 = (E_{ai}^l)^{\mathrm{T}} + (L_i^k)^{\mathrm{T}} (E_{bi}^l)^{\mathrm{T}}, k < l \le r_i. \tag{16b}$$

其他符号的意义同式(14b) 所述.

利用式 $\mathrm{diag}(P_i^{-1}, I_1, I_2, I_3, \Pi^{-1}, I_i, Q_i, I_i)$ 和 $\mathrm{diag}(P_i^{-1} I_1, I_1, I_2, I_2, I_3, I_3, \Pi^{-1}, I_i, Q_i, I_i, I_i)$ 分别左乘、右乘式(14a) 和(16a), 可推得若要式(13) 成立只要如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}
\tilde{\Delta}_1 & \tilde{\Phi}_1 & \tilde{\Omega}_1 & \tilde{\Gamma}_1 & \tilde{\Psi} & X_i & X_i Q_i & \tilde{\Theta}_1 \\
* & -I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & -I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & -I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & -\Pi^{-1} & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{N-1}I_i & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Q_i & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_i^k I_i
\end{bmatrix} < 0,$$

$$k = 1, 2, \cdots, r_i; \tag{17a}$$

$$\begin{bmatrix}
\tilde{\Delta}_2 & \tilde{\Phi}_1 & \tilde{\Phi}_2 & \tilde{\Omega}_1 & \tilde{\Omega}_2 & \tilde{\Gamma}_1 & \tilde{\Gamma}_2 & \tilde{\Psi} & X_i & X_i Q_i & \tilde{\Theta}_2 & \tilde{\Theta}_3 \\
* & -I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & -I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & -I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & -I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\Pi^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2(N-1)}I_i & 0 & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}Q_i & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_i^{kl}I_i & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_i^{kl}I_i
\end{bmatrix} < 0,$$

$$k < l \le r_i, \quad \text{s.t.} \ h_k \cap h_l \ne \varnothing. \tag{17b}$$

其中

$$\tilde{\Delta}_1 = X_i(A_i^k)^T + A_i^k X_i + (B_i^k N_i^k)^T + B_i^k N_i^k + \epsilon_i^k H_i^k (H_i^k)^T,$$

$$\tilde{\Delta}_2 = X_i(A_i^k)^T + A_i^k X_i + X_i(A_i^l)^T + A_i^l X_i + (B_i^k N_i^l)^T + B_i^k N_i^l + (B_i^l N_i^k)^T + B_i^l N_i^k + \epsilon_i^{kl}[H_i^k \quad H_i^l]\begin{bmatrix}(H_i^k)^T \\ (H_i^l)^T\end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Phi}_1 = [A_{i1}^k \cdots A_{ii-1}^k \quad A_{ii+1}^k \cdots A_{iN}^k],$$

$$\tilde{\Phi}_2 = [A_{i1}^l \cdots A_{ii-1}^l \quad A_{ii+1}^l \cdots A_{iN}^l],$$

$$\tilde{\Omega}_1 = [X_i(G_{1i}^k)^T \cdots X_i(G_{i-1i}^k)^T \quad X_i(G_{i+1i}^k)^T \cdots X_i(G_{Ni}^k)^T],$$

$$\tilde{\Omega}_2 = [X_i(G_{1i}^l)^T \cdots X_i(G_{i-1i}^l)^T \quad X_i(G_{i+1i}^l)^T \cdots X_i(G_{Ni}^l)^T],$$

$$\tilde{\Gamma}_1 = [H_{i1}^k \cdots H_{ii-1}^k \quad H_{ii+1}^k \cdots H_{iN}^k],$$

$$\tilde{\Gamma}_2 = [H_{i1}^l \cdots H_{ii-1}^l \quad H_{ii+1}^l \cdots H_{iN}^l],$$

$$\tilde{\Psi} = [(N_i^1)^T R_i \quad (N_i^2)^T R_i \quad \cdots \quad (N_i^{r_i})^T R_i],$$

$$\tilde{\Theta}_1 = X_i(E_{ai}^k)^T + (E_{bi}^k N_i^k)^T,$$

$$\tilde{\Theta}_2 = X_i(E_{ai}^k)^T + (E_{bi}^k N_i^l)^T,$$

$$\tilde{\Theta}_3 = X_i(E_{ai}^l)^T + (E_{bi}^l N_i^k)^T,$$

$$I_j = \mathrm{diag}[I_{ij}, \cdots, I_{ij}],\ j = 1, 2, 3,$$

$$X_i = P_i^{-1},\ N_i^k = L_i^k P_i^{-1}. \tag{17c}$$

定理 2 对于具有性能指标(6) 的系统(4), 如果存在正定对称矩阵 X_i 和矩阵 N_i^k, 使得对于所有允许的不确定性, 有矩阵不等式(17) 成立, 则式(8) 是系统(4) 的分散保成本控制器, 系统的性能指标满足 $J \leq \sum_{i=1}^{N} x_i^T(0) X_i^{-1} x_i(0)$.

4 仿真算例

考虑如下的参数不确定的 T-S 模糊系统:

$$R_i^k: \text{if } x_{i1}(t) \text{ is } M_{i1}^k,$$
$$\text{then } \dot{x}_i(t) = (A_i^k + \Delta A_i^k) x_i(t) + (B_i^k + \Delta B_i^k) u_i(t) + \sum_{j=1, j\neq i}^{2} (A_{ij}^k + \Delta A_{ij}^k) x_j(t),$$
$$k = 1, 2,\ i = 1, 2$$

第 i 个子系统的规范化隶属函数分别为

$$h_{i1}(x_{i1}(t)) = \frac{1 + \cos(x_{i1}(t))}{2},$$

$$h_{i2}(x_{i1}(t)) = \frac{1 - \cos(x_{i1}(t))}{2},$$

其状态向量 $x_i(t) = [x_{i1}(t), x_{i2}(t)]^T$, 并设初始条件为 $x_1(0) = [0, 1]^T$, $x_2(0) = [1, 0]^T$, 对应于各子系统每条模糊规则的系数矩阵定义如下:

$$A_1^1 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, A_1^2 = \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 3 & 1.1 \end{bmatrix}, A_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2^2 = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, A_{12}^1 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.003 \\ 0.09 & 1.5 \end{bmatrix},$$

$$A_{12}^2 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.2 \\ 0.7 & 0.06 \end{bmatrix}, A_{21}^1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.02 & 0.08 \end{bmatrix},$$

$$A_{21}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.06 \\ 0.09 & 0.07 \end{bmatrix}, B_1^1 = \begin{bmatrix} 13 \\ 15 \end{bmatrix},$$

$$B_1^2 = \begin{bmatrix} 14 \\ 17 \end{bmatrix}, B_2^1 = \begin{bmatrix} 16 \\ 12 \end{bmatrix}, B_2^2 = \begin{bmatrix} 18 \\ 19 \end{bmatrix},$$

$$E_{a1}^1 = \begin{bmatrix} 0.09 & 0.002 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_{a1}^2 = \begin{bmatrix} 0.03 & 0 \\ 0.3 & 0 \end{bmatrix},$$

$$E_{a2}^1 = \begin{bmatrix} 0.08 & 0 \\ 0.8 & 0 \end{bmatrix}, E_{a2}^2 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.04 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$E_{b1}^1 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0 \end{bmatrix}, E_{b1}^2 = \begin{bmatrix} 0.07 \\ 0 \end{bmatrix}, E_{b2}^1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.25 \end{bmatrix},$$

$$E_{b2}^2 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.5 \end{bmatrix}, H_1^1 = \begin{bmatrix} 17 & 12 \\ 7 & 11 \end{bmatrix}, H_1^2 = \begin{bmatrix} 9 & 8 \\ 17 & 10 \end{bmatrix},$$

$$H_2^1 = \begin{bmatrix} 12 & 15 \\ 8 & 14 \end{bmatrix}, H_2^2 = \begin{bmatrix} 14 & 12 \\ 16 & 12 \end{bmatrix},$$

$$H_{12}^1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.05 \\ 0.12 & 0.002 \end{bmatrix}, H_{12}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.001 \\ 0.7 & 0.002 \end{bmatrix},$$

$$H_{21}^1 = \begin{bmatrix} 0.07 & 0.06 \\ 0.001 & 0.09 \end{bmatrix}, H_{21}^2 = \begin{bmatrix} 0.03 & 0.005 \\ 0.7 & 0.08 \end{bmatrix},$$

$$G_{12}^1 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0 \\ 0.09 & 0.05 \end{bmatrix}, G_{12}^2 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0 \\ 0.002 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$Q_1 = Q_2 = I, G_{21}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.01 \\ 0.09 & 0.006 \end{bmatrix},$$

$$G_{21}^2 = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, R_1 = R_2 = I.$$

由定理 2, 应用 LMI 工具箱的求解器 feasp, 可得分散状态反馈保成本控制器为

$$u_1(t) = \left\{\begin{array}{l} \frac{1 + \cos(x_{11}(t))}{2}[-2.1854 \quad -0.3447] + \\ \frac{1 - \cos(x_{11}(t))}{2}[-8.4678 \quad -0.7358] \end{array}\right\} x_1(t),$$

$$u_2(t) = \left\{\begin{array}{l} \frac{1 + \cos(x_{21}(t))}{2}[-4.8471 \quad -3.3049] + \\ \frac{1 - \cos(x_{21}(t))}{2}[-4.7727 \quad -3.4280] \end{array}\right\} x_2(t).$$

此时, 交联系统的性能指标满足 $J \leq 0.0843$, 仿真曲线如图 1 和图 2 所示. 算例和仿真图形显示了本文所获得的结果是可行有效的.

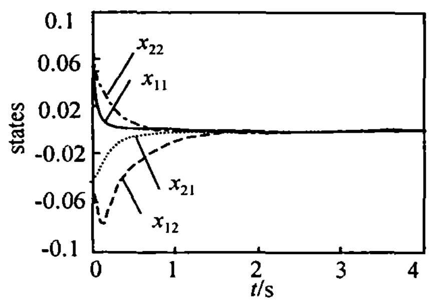

图 1　第 1, 2 个子系统的状态响应曲线

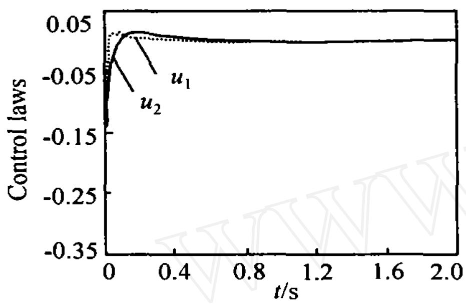

图 2　第 1, 2 个子系统的控制输入

5　结　　语

本文研究了参数不确定T-S 模糊交联系统的分散保成本控制问题. 此方法可通过解线性矩阵不等式一次得到分散状态反馈保成本控制器, 它简化了采用传统方法分步进行求解控制器的繁琐过程. 算例显示了所给方法的有效可行.

参考文献(References)

[1] 张庆灵. *广义大系统的分散控制与鲁棒控制*[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1997.
(Zhang Q L. *Decentralized Control and Robust Control for Large-Scale Descriptor Systems* [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1997.)

[2] Park J H, Lee S G. Robust Decentralized Stabilization of Uncertain Large-scale Discrete-time Systems[J]. *Int J of Systems Science*, 2002, 33(8): 649-654.

[3] Yu L, Chu J. An LMI Approach to Guaranteed Cost Control of Linear Uncertain Time-delay Systems[J]. *Automatica*, 1999, 35(6): 1155-1159.

[4] 陈国定, 俞立, 杨马英. 一类关联不确定离散系统的分散保成本控制[J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(6): 909-911.
(Chen G D, Yu L, Yang M Y. Decentralized Guaranteed Cost Control of a Class of Interconnected Uncertain Discrete-time Systems[J]. *Control Theory and Applications*, 2002, 19(6): 909-911.)

[5] Jadbabaie A, Jamshidi M, Titli A. Guaranteed-cost Design of Continuous-time Takagi-Sugeno Fuzzy Controllers via Linear Matrix Inequalities[A]. *IEEE Int Conf on Fuzzy Systems*[C]. Anchorage, 1998: 268-273.

[6] Guan X P, Chen C L. Delay-dependent Guaranteed Cost Control for T-S Fuzzy Systems with Time Delays [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2004, 12(2): 236-249.

[7] Yang Y J, Yue D, Guo X J. Guaranteed-cost Design Based on T-S Fuzzy Model[A]. *Proc of the World Congress on Intelligent Control and Automation* [C]. Shanghai, 2002: 1862-1866.

[8] Tanaka K, Sugeno M. Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 45(2): 135-156.

[9] Xie L H. Output Feedback H_∞ Control of Systems with Parameter Uncertainty[J]. *Int J of Control*, 1996, 63(4): 741-750.

(上接第985 页)

[15] Brits R, Engelbrecht A P, Fan den Bergh. Scalability of Niche PSO[A]. *Proc IEEE Int Conf on Intelligence Symposium* [C]. Indianapolis, 2003: 228-234.

[16] Fredric M Ham, Ivica Kostanic. *Principles of Neurocomputing for Science and Engineering* [M]. McGraw Hill, 2001.

[17] 李祥飞, 邹恩, 张泰山. 基于混沌变量的前向神经网络结构优化设计[J]. *控制与决策*, 2003, 18(6): 705-707.
(Li X F, Zou N, Zhang T S. Optimization Design of Feed-forward Neural Network Structure Based on Chaos Variables[J]. *Control and Decision*, 2003, 18(6): 705-707.)