

文章编号: 1001-0920(2006)01-0013-06

基于网络演算的网络控制系统确定性延迟模型

王子君, 许维胜, 王中杰, 吴启迪
(同济大学 控制理论与控制工程系, 上海 200092)

摘要: 延迟对网络控制系统(NCS)的研究有着重要的影响. 针对控制网络的特殊性, 总结、拓展了网络演算理论, 结合控制网络拓扑结构以及数据调度策略, 得出了基于网络演算理论的NCS网络一般性延迟模型及延迟上界, 使得对NCS确定性延迟的研究更符合完备性的要求.

关键词: 网络控制系统; 网络演算; 到达曲线; 服务曲线; 延时

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Delay Model of Network Control Systems Based on Network Calculus

WANG Zi-jun, XU Wei-sheng, WANG Zhong-jie, WU Qi-di

(Department of Control Theory and Control Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China
Correspondent: WANG Zi-jun, E-mail: wangzjun77@hotmail.com)

Abstract: Network calculus is extended and applied to network control system (NCS). Centralized continuous flows with either FCFS or PQ service strategies based on star or line topologies are considered. A general deterministic delay of NCS is derived.

Key words: Network control systems; Network calculus; Arrive curve; Service curve; Delay

1 引言

网络控制系统(NCS)是一种将传感器、执行器和控制器等单元通过通信网络连接起来的分布式系统^[1]. 但通信网络由于引入以太网以及 Internet, 使控制系统的分析和设计变得非常困难, 这是由控制信息在通信线路上传递的诱导时延引起的. 这种不确定性的延迟会严重影响系统性能甚至引起系统不稳定. 为了提高信息传输延迟的确定性, 文献[2]通过在协议高层限制进入网络的负载来提高信息传输的效率, 降低由于信息拥塞带来的延迟, 提高延迟的确定性; [3, 4]使用了基于优先级的信息传输调度策略, 以此来优化和提高信息传输的确定性; 为了更加深入地了解信息传递时延的特征, [5]讨论了以太网传输信息时的随机性问题; [6, 7]对目前在计算机网络中广泛使用的交换以太网用于NCS通信回路的

时延确定性问题进行了初步探讨.

NCS模型是NCS分析和控制器设计的基础, 影响NCS模型的关键因素是信息传递时延, 为了更加完备的建立NCS模型, 需要对控制信息传递延迟的确定性问题进行深入研究, 即对时延的确定性上界的研究. 本文从理论上研究了控制网络传输延迟的确切界限. 网络演算则是一种确定式网络要素计算方法, 可从理论的深度得出确定的网络点对点传输延迟界限.

由于控制网络对时延的要求更加苛刻, 本文针对控制网络的特点利用并发展了网络演算的理论基础, 同时针对整个控制网络对网络演算理论进行了拓展, 得到更加适合控制网络的一般性计算理论, 继而建立了影响NCS性能确定性延迟模型, 从理论上给出了控制网络信息传输的确定性延迟上界.

收稿日期: 2004-12-31; 修回日期: 2005-03-21.

基金项目: 国家863计划重大科研项目(2003AA412310); 上海市高校优秀青年教师基金项目(2004).

作者简介: 王子君(1977—), 男, 河北衡水人, 博士生, 从事网络控制系统及其服务质量控制、网络演算理论等研究;
吴启迪(1947—), 女, 浙江温州人, 教授, 博士生导师, 从事控制理论及应用、自动化系统等研究.

出于完整性考虑,本文总结了网络演算技术的精髓^[8-10],同时针对NCS的应用背景建立了相应的NCS结构模型,并从控制网络的特殊性出发,拓展了网络演算理论,分析了确定性控制网络的延迟特性,并得出了两种常用拓扑结构下的延迟分析结果

2 网络演算理论

网络演算是计算网络确定性延迟上界的重要而有效的方法.最初提出这种技术的目的是解决网络服务质量(QoS)的资源预留问题.网络演算是最大最小代数在流问题上的具体应用,最初的工作来自Cruz^[8,9].

2.1 基本术语

定义1 广义增函数集合 F 和 F_0 分别为

$$F = \{f(x) \mid \forall s, t \geq z^+, \text{ 且 } s < t, 0 < f(s) < f(t)\};$$

$$F_0 = \{f(x) \mid f \in F, \text{ 且 } f(0) = 0\}. \quad (1)$$

定义2 最小加卷积运算

$$(f \otimes g)(t) = \min_{0 \leq u \leq t} [f(u) + g(t-u)], f, g \in F.$$

定义3 反卷积运算

$$(f \oslash g)(t) = \sup_{u \geq 0} [f(t+u) - g(u)], f, g \in F.$$

定义4 (凸函数) 设 f 为定义在区间 $I \subseteq \mathbb{R}$ 上的函数,若对 I 上任意两点 x_1, x_2 和实数 $\lambda \in [0, 1]$, 总有

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2),$$

则称 f 为 I 上的上凸函数,记为 $f \in \mathbf{T}$; 反之,如果总有

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2),$$

则称 f 为 I 上的下凸函数,记为 $f \in \mathbf{R}$.

定义5 函数集 $\mathbf{T}_0 = \{f(x) \mid f \in F \text{ 且 } f \in \mathbf{T}\}$; 函数集 $\mathbf{R}_0 = \{f(x) \mid f \in F_0 \text{ 且 } f \in \mathbf{R}\}$.

定义6 子加性质: $f \in F$, 若 $f(x_1 + x_2) \leq f(x_1) + f(x_2)$ 成立, 则称 f 满足子加性质.

推论1^[10] \otimes 运算满足结合律、交换律, 并对 \oplus 运算满足分配律.

定理1^[10] 如果 $f_1, f_2 \in \mathbf{R}_0$, 则它们的最小卷积运算 $f_1 \otimes f_2 \in \mathbf{R}_0$.

2.2 分析曲线及其特性

定义7 (到达曲线) 函数 $\hat{h}(t) \in F, t \geq 0$ 称为网络流 $R(t)$ 的到达曲线, 当且仅当满足以下条件: $R \leq \hat{h}$, 亦可称 R 受限于 \hat{h} 或 R 是 \hat{h} 光滑的.

推论2^[10] 到达曲线的最小闭包是流量函数的自反卷积, 即 $R \oslash R$.

推论3^[10] 到达曲线 $\hat{h} \in F_0$, 且满足子加性质,

若输入流量 $R(t)$ 受限于 $\hat{h}(t)$, 则 $R = R \otimes \hat{h}$.

定义8 (服务曲线) 函数 $\hat{\lambda}(t) \in F_0, t \geq 0$ 称为网络节点 N_E 的服务曲线, 当且仅当 $\hat{\lambda}$ 满足 $R^* \leq \hat{\lambda} \otimes R$, 其中 $R(t)$ 和 $R^*(t)$ 分别为 N_E 的输入、输出流函数.

定义9 (严格服务曲线) 如果在某网络节点 N_E 内存在数据帧排队的某时间段 u 内, N_E 的输出至少等于 $h^*(u)$, 则称 N_E 的服务曲线 \hat{h}^* 为严格服务曲线.

定理2^[10] (串联定理) 端到端的服务曲线为 $\hat{h}_{2e} = \otimes_{k=1}^n \hat{h}_k$, 其中 n 表示经过的网络节点总数, 其中第 i 节点的服务曲线为 \hat{h}_i .

2.3 基本性能界限

定理3^[10] (输出定理) 给定网络节点 N_E 和网络流 $R(t)$, 如果 $R(t)$ 受限于到达曲线 \hat{h} , N_E 对 $R(t)$ 的服务曲线为 $\hat{\lambda}$, 则 $R(t)$ 在 N_E 的输出曲线 $R^*(t)$ 受限于 $\hat{h} \oslash \hat{\lambda}$, 即

$$R^* \leq R^* \otimes (\hat{h} \oslash \hat{\lambda}). \quad (2)$$

定理4^[10] (延迟上界) 给定网络节点 N_E 和网络流 $R(t)$, 如果 $R(t)$ 受限于到达曲线 \hat{h} , N_E 对 $R(t)$ 的服务曲线为 $\hat{\lambda}$, 则 $R(t)$ 在 N_E 的延迟 $d(N_E; t)$ 存在上界

$$d(N_E; t) \leq H(\hat{h}, \hat{\lambda}) = \sup_u \{ \inf \{ T : T \geq 0 \text{ 且 } \hat{h}(u) \leq \hat{\lambda}(u+T) \} \}. \quad (3)$$

定理5^[10] (缓冲上界) 给定网络节点 N_E 和网络流 $R(t)$, 如果 $R(t)$ 受限于到达曲线 \hat{h} , N_E 对 $R(t)$ 的服务曲线为 $\hat{\lambda}$, 则 $R(t)$ 在 N_E 的缓存信息存在上界

$$R(t) \leq R^*(t) = v(\hat{h}, \hat{\lambda}) \sup_s \{ h(s) - \lambda(s) \}. \quad (4)$$

3 NCS 结构模型

为从理论上得出NCS网络延迟的严格界限, 本节对网络交换模式、拓扑结构和数据特性等关键因素作出合理的规约, 以提供NCS网络延迟的理论模型基础.

3.1 NCS 网络交换模式

本文的网络模型中局域网使用交换机代替集线器来转发信息, 即采用所谓的交换式局域网. 交换机每个输入端口都支持缓存功能, 信息帧在到达交换机后均被保存在插口卡的RAM中. 交换机的每个端口都是一个独立的冲突域, 不会发生传输冲突. 这就允许所有输入端口同时接收和发送帧, 它们可以并行地、全双工地工作, 支持两个方向上的流量同时进行. 因此发送方计算机在发送之前不必检测信道. 集线网络与交换网络连接模型比较如图1所示.

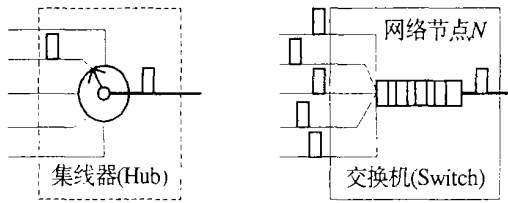


图 1 传统 Hub 与交换式网络比较

定义 10 相邻节点距离 $\theta(i; j)$: 给定网络 N , N 是由有限交换机和有限终端组成, 任意相邻的两个交换机或终端与交换机之间的距离表示为 $\theta(i; j)$.

定义 11 任意节点距离 $D(i; l, m, k)$: 给定网络 N , N 是由有限交换机 SW 和有限终端 ST 组成, 则

$$D(i; m) = \theta(ST_i; SW_l) + \theta(SW_m, ST_m) + \sum_{r=i}^m \theta(SW_r; SW_{r+1}).$$

3.2 NCS 数据及拓扑结构

控制网络中传输的数据不尽相同, 数据包大小、调度策略、产生规律以及传输路径等都各有不同的特性。这些在衡量 NCS 的性能以及规约延迟模型时都是至关重要的因素。假设在控制网络中, 信息有不同的类型和不同的优先级。这里我们仅考虑常用的两种拓扑结构, 如图 2 和图 3 所示。其中交换机简称为 SW , 数据终端称为 ST_i 。不失一般性, 这里假设与 SW_i 直接相连的终端和交换机分别为 $ST_i, SW_{i-1}, SW_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n$ 。

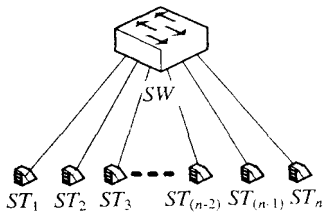


图 2 星型 NCS 拓扑

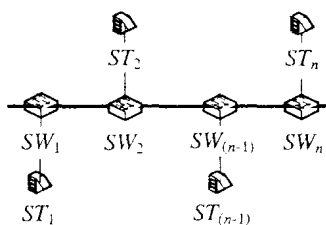


图 3 总线型 NCS 拓扑

定义 12 信息类型集合 U 与优先级类型集合 P : 控制网络 N , 将 N 中传输的所有信息的类型 u 组成的集合记为 U ; 而信息的优先级 p 组成的集合记为 P 。

定义 13 数据流权函数 $\chi(l_i, u_i, p_i)$: 控制网络

N , 其信息类型和优先级集合分别为 u_i 和 p_i , 数据帧的最大长度为 l_i (包括成帧间隔位), 此数据流的权记为 $\chi(l_i, u_i, p_i)$ 。

4 交换网络模型特性

定理 6 如果 $f \in \mathbf{T}_0$, 且 $g \in \mathbf{R}_0$, 记 $h(t) = [g - f]^+(t)$, 则 $h \in \mathbf{R}_0$ 。

证明 由下凸函数定义可知: $f \in \mathbf{T}_0$, 则 $f \in \hat{\mathbf{T}}$ 可得 $-f \in \hat{\mathbf{R}}$ 。事实上, 如果 $\mathcal{Y}(t) = -f(t), \forall \lambda \in [0, 1]$, 有

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}(\lambda t_1 + (1 - \lambda)t_2) &= \\ -f(\lambda t_1 + (1 - \lambda)t_2) &= \\ \lambda[-f(t_1)] + (1 - \lambda)[-f(t_2)] &= \\ \lambda\mathcal{Y}(t_1) + (1 - \lambda)\mathcal{Y}(t_2). \end{aligned}$$

再由下凸函数对加法的封闭性, 显然 $h(t) \in \mathbf{R}$; 由定义 5, 只要证明 $h(0) = 0$ 且 $h(t)$ 为广义递增函数即可; 事实上, $g(0) = 0, f(0) = 0$, 故

$$\begin{aligned} h(0) &= [g - f]^+(0) = 0, \\ \forall 0 \leq x \leq y, \exists \lambda \in [0, 1], \\ \text{s.t. } x &= \lambda y + (1 - \lambda) \cdot 0, \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} h(x) &= h[\lambda y + (1 - \lambda) \cdot 0] \\ &\leq \lambda h(y) + (1 - \lambda)h(0) = \lambda h(y) = h(y). \end{aligned} \quad (5)$$

定理得证

定理 7 (集束流约束) 给定网络节点 N_E 以服务曲线 $\hat{\lambda}(t) \in \mathbf{R}_0$ 和 FCFS 的方式服务于集束流 F , 而 F 由 $f_i (i = 1, 2)$ 组成; 假设其中某个流 (不妨设为 f_1) 的到达曲线为 $\hat{h}_1 \in \mathbf{T}_0$, 并记 $\hat{\lambda} = [\hat{\lambda} - \hat{h}_1]^+(t)$, 则: $\hat{\lambda} \in \mathbf{R}_0$; $\hat{\lambda}$ 为 f_2 的服务曲线

证明 由定理 6 可以直接推出结论成立

下面证明结论。假设流 f_1 和 f_2 的输入、输出曲线分别为 R_i 和 $R_i^*, i = 1, 2$;

并假设 $0 \leq s$ 为 N_E 最近一次空闲时刻, 即 $t = s$ 时 N_E 的缓冲区为空, 且处理器空闲, 即此时有 $R_2(s) = R_2^*(s); R_1(s) = R_1^*(s)$, 因此有

$$\begin{aligned} [R_1^*(t) - R_1^*(s)] + \\ [R_2^*(t) - R_2^*(s)] &\leq \hat{\lambda}(t - s) \Rightarrow \\ [R_1^*(t) - R_1^*(s)] &\leq \\ \hat{\lambda}(t - s) - [R_2^*(t) - R_2^*(s)] \end{aligned}$$

又因

$$\begin{aligned} R_2^*(t) - R_2^*(s) &= \hat{R}_2^*(t) - R_2(s) \\ R_2(t) - R_2(s) &= \hat{h}_1(t - s), \end{aligned}$$

故有

$$\begin{aligned} R_1^*(t) - R_1(s) &= R_1^*(t) - R_1^*(s) \\ &\leq (\hat{\lambda} - \hat{h}_1)(t - s). \end{aligned}$$

显然 $R_1^*(t) - R_1^*(s) \leq 0$, 即

$$R_1^*(t) - R_1(s) \quad [\hat{\lambda} - \hat{h}_1]^+(t - s) = \hat{\lambda}$$

定理得证

推论 4(集束流约束) 给定网络节点 N_E 以常速率 C 服务于集束流 F , 其中 F 是由 $f_i (i = 1, 2)$ 组成, f_i 的权为 X_i , 且 $X_1 > X_2$; 则:

1) f_1 的服务曲线为 $\hat{\lambda}_1 = [Ct - l_2^{max}]^+$, 其中 l_2^{max} 为 f_2 最大数据帧长度;

2) 如果 f_1 的到达曲线为 $\hat{h}_1 \in \mathbf{T}_0$, 则 $\hat{\lambda} = [C - \hat{h}_1]^+(t) \in \mathbf{R}_0$ 为 f_2 的服务曲线

证明 1) 的证明非常明显, 事实上, 由于 $X_1 > X_2$, 当有 f_1 的数据帧到达时, 存在 3 种可能: 网络节点空闲, 正在处理 f_1 的数据帧, 正在处理 f_2 的数据帧, 因此对于 $\forall s \in [0, t]$ 存在 $R_1^*(t) - R_1^*(s) = C(t - s) - l_2^{max}$, 其中 R_1^* 为 f_1 的输出

从定理 7 可以直接得到 2) 的结论

定理 8(并联交换特性) 设网络 N 由并联的 n 个处理节点 $N_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 组成, 其中每个节点的输入、输出流分别为 R_i, R_i^* , 如果 N_i 的服务曲线均为 $\hat{\lambda}_i$ 则 $R(t) = \bigvee_{i=1}^n R_i$ 在经过网络 N 时的服务曲线仍为 $\hat{\lambda}$

证明 这里采用归纳法进行证明

显然当 $n = 1$ 时结论成立

设当 $n = k$ 时结论依然成立, 即网络 N 的 k 个并环节点 N_i 为数据流 R_i 提供服务曲线, 那么 N 为

$$R(t) = \bigvee_{i=1}^k R_i \text{ 时提供的服务曲线仍为 } \hat{\lambda}$$

下面证明 $n = k + 1$ 时结论依然成立, 由 $n = k$

$$\text{时 } R(t) = \bigvee_{i=1}^k R_i, \text{ 有 } n = k + 1 \text{ 的总数据流 } R(t) =$$

$$\bigvee_{i=1}^k R_i + R_{k+1} = R + R_{k+1}, \text{ 因此只要将 } n = k + 1 \text{ 时}$$

的总数据流看成由 R 和 R_{k+1} 两个数据流组成, 而网络 N 可以看成前 k 个节点并联后组成的整体与第 $k + 1$ 个节点并联组成, 所以只要证明 $n = 2$ 时结论成立即可

$\forall \zeta > 0, \exists x, y \in [0, t]$, 不妨假设 $x > y$, 此时

$$R(t) = R_1(t) + R_2(t),$$

$$R^*(t) = R_1^*(t) + R_2^*(t),$$

则

$$R_1^*(t) > R_1(x) + \hat{\lambda}(t - x) - \zeta$$

$$R_2^*(t) > R_2(y) + \hat{\lambda}(t - y) - \zeta$$

$$R^*(t) = R_1^*(t) + R_2^*(t) >$$

$$R_1(x) + \hat{\lambda}(t - x) + R_2(y) + \hat{\lambda}(t - y) - 2\zeta$$

$$R_1(x) + R_2(x) + \hat{\lambda}(t - x) - 2\zeta =$$

$$R(x) + \hat{\lambda}(t - x) - 2\zeta$$

定理 9 如果数据流 F 在经过网络节点 N_E 时存在延迟界限 $[d, D]$, 设 F 对 N 的输入受限于到达曲线 $\hat{h}(t)$, $F, t \geq 0$, 则 F 在 N_E 的输出曲线受限于 $\hat{h}_1(t) = \hat{h}(t + D - d)$.

证明 $\forall t \geq 0$, 在时间 $[0, t]$ 内, 设 F 对 N_E 的输入、输出分别为 $f(t), f^*(t)$, 由于 $f(t)$ 受限于到达曲线 $\hat{h}(t)$, 即对 $\forall s \in [0, t]$, 有

$$f(t) \leq f(s) \oplus \hat{h},$$

即

$$f(t) \leq f(s) + \hat{h}(t - s).$$

考虑到在 $[s, t]$ 内 F 对 N_E 的输出量为 $f^*(t) - f^*(s)$, 则 $[s - D, t - d]$ 内 F 输入至 N_E 的数据量为 $f(s - D) - f(t - d)$, 由条件可知经过 N_E 的数据包延迟 $\hat{\lambda} \in [d, D]$, 因此存在

$$f^*(t) - f^*(s) \leq$$

$$f(s - D) - f(t - d) +$$

$$h[(t - d) - (s - D)],$$

$$f^*(t) - f^*(s) \leq$$

$$h[(t + D - d) - s] = \hat{h}_1(t - s),$$

即

$$f^* \leq f^* \oplus \hat{h}_1.$$

5 NCS 延迟分析理论

网络交换设备中出现数据包排队时采取的调度策略本质上有两种: 先来先服务 (FCFS) 和优先队列 (PQ) 服务, 这对信息的传输延迟有重要影响. 本节基于第 3 节网络模型的基础, 对这两种数据调度策略下的控制网络节点之间通信的确定性延迟进行理论证明

不失一般性, 由图 2 和图 3, 仅对其中之一的终端 ST_1 与其他各终端通信的延迟进行研究. ST_1 与其他终端的通信有两种: 1) ST_1 向某终端发出请求, 终端响应并返回给 ST_1 相应数据; 2) 某一类数据终端向 ST_1 发送数据. 这两种数据传送方式普遍存在于 NCS 中, 前者主要是控制网络与上层决策网络的交互, 采用这种传输方式的数据对时间的敏感性较弱, 而后者主要是控制网络内部的采样信息、控制信息以及故障、报警、管理信息等, 此种信息对实时性要求非常强烈, 也是控制系统设计需要精确预知的数据. 因此本文仅对第 2 种数据进行延迟分析.

首先定义数据类型子集 $U_p = \{u_i | \Phi(u_i) = p\}$, 假设任何一个数据终端都有可能传输所有类型的数据, 因此在考虑数据传输延迟时, 要按照数据类型将所有数据聚流传输. 在采用 PQ 传输的网络中, 假设高优先级的数据总是在低优先级之前进行处理; 而任何数据帧的长度都是有限的, 因此无论是经过还是产生于某终端都存在一个仅与帧长度有关的最小处理时间 δ_i (l 为帧长度). 假设交换机和 ST_i 的服务

曲线分别为 C_t 和 $\beta_i(t)$ \mathbf{R}_0, ST_i 产生数据是 $\alpha(t)$ \mathbf{T}_0 光滑的

定理 10 给定时间 t , 在星型拓扑结构中基于 FCFS 的调度策略, 数据终端 ST_i 到 ST_1 的延迟上界为

$$H(\alpha(t), \beta_i(t)) + H(I(SW; t), C_t) + H(R(t), \beta_i(t)) \quad (6)$$

其中

$$I(SW; t) = \bigcap_{i=1}^n [\alpha_i(t) \oslash \beta_i(t)],$$

$$R(t) = I(SW; t + H(I(SW; t), C_t) - \delta).$$

证明 由假设可知终端 ST_i 的输出和延迟分别为

$$O_i(t) = \alpha_i(t) \oslash \beta_i(t);$$

$$d(ST_i) \quad d_{\max}(ST_i) = H(\alpha_i(t), \beta_i(t)).$$

因此在距离 $\theta(ST_i; SW)$ 上, SW 的第 i 端口输入曲线为 $O_i(t)$ 光滑的 由交换机的结构可知, SW 对所有终端的服务曲线均为 C_t , 而 SW 的输入为

$$I(SW; t) = \bigcap_{i=1}^n O_i(t).$$

由定理 8 可得数据帧经过 SW 的延迟为

$$d(SW) \quad d_{\max}(SW) = H(I(SW; t), C_t),$$

又因为任何数据帧都有一定长度, 因此在经过 SW 时存在延迟下界 δ 即

$$d(SW) \in [\delta, d_{\max}(SW)]$$

由定理 9 可得 SW 对 ST_1 输出曲线即 ST_1 的到达曲线为

$$R(t) = I(SW; t + d_{\max}(SW) - \delta)$$

光滑的, 可得在 ST_1 的延迟

$$d(ST_1) \quad d_{\max}(ST_1) = H(R(t), \beta_1(t)),$$

即在星型拓扑结构下, 任意节点传输给 ST_1 的数据帧延迟上界为

$$d_{\max}(ST_i) + d_{\max}(SW) + d_{\max}(ST_1) = H(\alpha_i(t), \beta_i(t)) + H(I(SW; t), C_t) + H(R(t), \beta_1(t)).$$

定理 11 给定时间 t , 在星型拓扑结构中基于 PQ 的调度策略, 设数据类型的最高优先级为 p_{\max}

P , 最低为 1, 如果 $p_{\max} = 1$, 则数据调度策略退化为 FCFS; 假设任何数据终端都能产生任意优先级的数据, ST_i 产生优先级为 p 的数据曲线是 $\alpha_{(p,i)}(t)$

\mathbf{T}_0 光滑的, 设优先级小于 p 的数据帧最大长度为 $l_{(p,i)}^{\max}$, 则传送到 ST_1 的延迟上界为

$$H(\alpha_p^i(t), \beta_p^i(t)) + H(I_{U_p}(SW; t), \beta_{sw}(t)) + H(R_{U_p}(t), \beta_1^1(t)). \quad (7)$$

其中

$$\alpha_p^i(t) = \bigcap_{p, U_p} \alpha_{(p,i)}(t),$$

$$\beta_p^i(t) = [\beta_i(t) - l_{(p,i)}^{\max}]^+,$$

$$I_{U_p}(SW; t) = \bigcap_{p, U_p} \{\alpha_p^i(t) \oslash \beta_p^i(t)\},$$

$$\beta_{sw}(t) = [C_t - l_{(p,i)}^{\max}]^+.$$

证明 据假设可知, 在终端 ST_i 产生的数据中优先级不小于 p 的数据为

$$\alpha_p^i(t) = \bigcap_{p, U_p} \alpha_{(p,i)}(t).$$

由推论 4 可知 ST_i 的服务曲线为

$$\beta_p^i(t) = [\beta_i(t) - l_{(p,i)}^{\max}]^+.$$

$\alpha_{(p,i)}(t)$ 在终端 ST_i 的输出和延迟分别为

$$O_{(p,i)}(t) = \alpha_{(p,i)}(t) \oslash \beta_p^i(t);$$

$$d_{U_p}(ST_i) \quad d_{U_p}^{\max}(ST_i) = H(\alpha_{(p,i)}(t), \beta_p^i(t)).$$

在距离 $\theta(ST_i; SW)$ 上, SW 的某端口输入曲线为 $O_{(p,i)}$ 光滑的, 由交换机的结构及推论 4 可知, SW 对所有终端的服务曲线均为

$$\beta_{sw}(t) = [C_t - l_{(p,i)}^{\max}]^+,$$

而 SW 的输入到达曲线为

$$I_{U_p}(SW; t) = \bigcap_{p, U_p} O_{(p,i)}(t),$$

由定理 8 可得数据帧经过 SW 的延迟为

$$d_{U_p}(SW) \quad d_{U_p}^{\max}(SW) = H(I_{U_p}(SW; t), \beta_{sw}(t)),$$

又因为任何数据帧都有一定长度, 故在经过 SW 时存在延迟下界 $\delta_{U_p}^{\max}$, 即

$$d_{U_p}(SW) \in [\delta_{U_p}^{\max}, d_{U_p}^{\max}(SW)];$$

由定理 9 可得 SW 对 ST_1 输出曲线即 ST_1 的到达曲线为

$$R_{U_p}(t) = I_{U_p}(SW; t + d_{U_p}^{\max}(SW) - \delta),$$

于是可得在 ST_1 的延迟为

$$d_{U_p}(ST_1) \quad d_{U_p}^{\max}(ST_1) = H(R_{U_p}(t), \beta_1^1(t)),$$

即在星型拓扑结构下, 任意节点传输给 ST_1 的数据帧的延迟上界为

$$d_{U_p}^{\max}(ST_i) + d_{U_p}^{\max}(SW) + d_{U_p}^{\max}(ST_1).$$

定理 12 给定时间 t , 在(类)总线型拓扑结构中基于 FCFS 的调度策略, 数据终端 ST_i 到 ST_1 的延迟界限为

$$H(\alpha(t), \beta_i(t)) + H(I(SW_n; t), C_t) + H(R(t), \beta_1(t)) + (i-1)\delta, \quad (8)$$

其中

$$I(SW_n; t) = \bigcap_{i=1}^n [\alpha_i(t) \oslash \beta_i(t)],$$

$$R(t) = I(SW_n; t + H(I(SW_n; t), C_t) - \delta).$$

证明 首先计算终端 ST_n 到 ST_1 的延迟, 即相距最远两数据终端之间的延迟 与定理 10 的证明过程类似, 首先可得 ST_n 的输出和延迟分别为

$$O_n(t) = \alpha_n(t) \oslash \beta_n(t);$$

$$d(ST_n) \quad d_{\max}(ST_n) = H(\alpha_n(t), \beta_n(t)).$$

因此 SW_n 的输入为

$$I_n(SW_n; t) = O_n(t),$$

由定理 8 可得数据帧经过 SW_n 的延迟为

$$d(SW_n) \quad d_{\max}^n(SW_n) = H(I_n(SW_n; t), Ct),$$

且

$$d(SW_n) \quad [\delta_i, d_{\max}(SW_n)];$$

而此时 SW_n 到 SW_1 为端到端数据传输, 由定理 3 可

知 SW_n 至 SW_1 的服务曲线为 $\bigotimes_{i=1}^n Ct = Ct$, 由此可以看出, 如果忽略交换机单独处理某个数据帧所用的时间 δ_i , 那么在线型结构中任意终端 ST_i 到 ST_1 最长延迟与定理 10 的结果相同 即

$$\begin{aligned} d_{\max}(ST_i) + d_{\max}(SW_n) + d_{\max}(ST_1) = \\ H(\alpha_i(t), \beta_i(t)) + H(I(SW_n; t), Ct) + \\ H(R(t), \beta_1(t)). \end{aligned}$$

由于数据在经过任何处理器的延迟在控制网络中都不能忽略, 因此任意终端 ST_i 到 ST_1 的延迟上界为

$$\begin{aligned} H(\alpha_i(t), \beta_i(t)) + H(I(SW_n; t), Ct) + \\ H(R(t), \beta_1(t)) + (i-1)\delta_i \end{aligned}$$

其中

$$I(SW_n; t) = \bigotimes_{i=2}^n [\alpha_i(t) \oslash \beta_i(t)],$$

$$R(t) = I(SW_n; t) + H(I(SW_n; t), Ct) - \delta_i.$$

定理得证

定理 13 给定时间 t , 在(类)总线型拓扑结构中基于 PQ 的调度策略, 设数据类型的最高优先级为 p_{\max} P , 最低为 1; 如果 $p_{\max} = 1$ 则数据调度策略退化为 FCFS; 假设任何数据终端都能产生任意优先级的数据, ST_i 产生优先级为 p 的数据曲线为 $\alpha_{(p,i)}(t)$ \mathbf{T}_0 , 是光滑的, 设优先级小于 p 的数据帧最大长度为 $l_{(p,i)}^{\max}$, 则传送到 ST_1 的延迟上界为

$$\begin{aligned} H(\alpha_p^i(t), \beta_p^i(t)) + H(I_{U_p}(SW_n; t), \beta_{sw}^i(t)) + \\ H(R_{U_p}(t), \beta_p^i(t)) + (i-1)\delta_i \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\alpha_p^i(t) = \alpha_{(p,i)}(t),$$

$$\beta_p^i(t) = [\beta_i(t) - l_{(p,i)}^{\max}]^+,$$

$$I_{U_p}(SW_n; t) = \bigotimes_{p=U_p}^n \{\alpha_p^i(t) \oslash \beta_p^i(t)\},$$

$$\beta_{sw}^i(t) = [Ct - l_{(p,i)}^{\max}]^+.$$

证明过程与定理 12 类似, 此处略

6 结 语

本文针对 NCS 的网络特性, 从控制网络的具体拓扑结构出发, 按 NCS 的需求拓展了确定性网络演算理论, 从理论上得到了在两种常用的 NCS 拓扑结构下, 基于 FCFS 和 PQ 的数据调度策略时的 NCS 确定性延迟界限

NCS 网络数据传输延迟的确定性问题一直是一个研究热点, 也是普通计算机网络与控制系统真正融合的关键, 以太网的传输延迟问题是阻碍其完全进入控制领域的主要障碍, 本文正是结合网络结构以及数据调度策略得出系统的确定性延迟, 使得对 NCS 确定性延迟的研究更加符合完备性的要求

参考文献 (References)

- [1] Walsh G C, Hong Y, Bushnell L G. Stability Analysis of Networked Control Systems [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(3): 438-446
- [2] Furrer. *Ethernet TCP/IP in Industrial Automation: Basics and Practice* [M]. Heidelberg: Hüthig Verlag, 1998
- [3] Obaidat M S, Donahue D L. A Priority Ethernet LAN Protocol [A]. *Proc of the 1993 ACM Conf on Computer Science* [C]. Indianapolis: ACM Press, 1993: 243-250
- [4] Venkatramani C. *The Design, Implementation and Evaluation of RETHER: A Real-time Ethernet Protocol* [M]. New York: State University of New York, 1996
- [5] Kweon S K, Shin K G, Zheng Q. Statistical Real-time Communication over Ethernet for Manufacturing Automation Systems [A]. *Proc of the 15th IEEE Real-time Technology and Applications Symposium* [C]. British Columbia: IEEE Press, 1999: 192-202
- [6] Jasperneite J, Neumann P. Switched Ethernet for Factory Automation [A]. *8th IEEE Int Conf on Emerging Technologies and Factory Automation* [C]. Nice: IEEE Press, 2001: 205-212
- [7] Jasperneite J, Neumann P. How to Guarantee Real-time Behavior Using Ethernet [A]. *11th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing* [C]. Salvador-Bahia: IEEE Press, 2004: 115-140
- [8] Cruz R L. A Calculus for Network Delay, Part I: Network Elements in Isolation [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1991, 37(1): 114-131
- [9] Cruz R L. A Calculus for Network Delay, Part II: Network Analysis [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1991, 37(1): 132-141
- [10] Boudec J-Y L, Thiran P. *Network Calculus: A Theory of Deterministic Queuing System for the Internet* [M]. Heidelberg: Springer-Verlag, 2004