

文章编号: 1001-0920(2006)01-0034-04

基于T-S模型的体操机器人系统模糊变结构控制

郑艳¹, 郑秀萍^{1b}, 褚俊霞², 井元伟^{1b}

(1 东北大学 a 教育部暨辽宁省流程工业综合自动化重点实验室, b 信息科学与工程学院, 沈阳 110004; 2 辽宁石油化工大学 信息工程系, 辽宁 抚顺 113001)

摘要: 针对体操机器人(Acrobot)这类非线性系统, 给出一种基于T-S模型的模糊变结构控制律设计. 首先采用T-S模型建模, 得到Acrobot的全局模糊模型; 然后基于Lyapunov理论设计出保证Acrobot全局渐近稳定的模糊变结构平衡控制器. 仿真结果表明, 所设计的模糊变结构控制器与普通变结构控制器相比, 可使Acrobot系统在垂直向上平衡点附近具有更大的吸引域和更强的鲁棒性.

关键词: 体操机器人; 变结构控制; T-S模型; 吸引域; 李雅普诺夫函数

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Fuzzy Variable Structure Control for Acrobot Based on T-S Model

ZHENG Yan¹, ZHENG Xiuping^{1b}, CHU Junxia², JING Yuanwei^{1b}

(1a Key Lab of Process Industry Automation of Ministry of Education, 1b College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2 Department of Information Engineering, Liaoning University of Petroleum and Chemical, Fushun 113001, China Correspondent: ZHENG Yan, E-mail: zheng6307@163.com)

Abstract: The design of fuzzy variable structure control law is presented for an acrobot as a class of nonlinear system. The global fuzzy model is obtained by employing T-S fuzzy modeling method. Then the fuzzy variable structure balance controller is designed based on Lyapunov theory to guarantee acrobot global asymptotically stability. The simulation results show that, by the fuzzy variable structure control comparing with common variable structure control method, a larger basin of attraction and stronger robustness can be provided in the neighborhood of up-vertical equilibrium point of acrobot system.

Key words: Acrobot; Variable structure control; T-S model; Basin of attraction; Lyapunov function

1 引言

Acrobot是一种在垂直平面上运动的机器人——两杆体操机器人, 它是一类典型的非线性系统. 对这类系统的控制目标是使其从垂直向下的稳定平衡点快速平滑地摆起到垂直向上的不稳定平衡点, 并稳定在该平衡点. 因此这类机器人的控制设计包括两部分: 摆起控制器设计和平衡控制器设计. 首先设计摆起控制器, 使系统摆到垂直向上位置的邻域内; 然后再切换到平衡控制器, 使系统最终在垂直向

上位置平衡和稳定. 目前关于摆起控制器设计的研究已有大量报导^[1-4], 但平衡控制器则是对非线性模型在垂直向上的不稳定平衡点进行近似线性化后的线性模型设计的局部线性平衡控制器. 线性平衡控制器设计简单, 但吸引域(即稳定范围)非常小, 极点配置和LQR(线性二次型最优控制)平衡控制器吸引域只有 ± 4 左右, 这将导致摆起控制器到平衡控制器的切换十分困难. 对于大的干扰, 系统响应将超出平衡控制器的吸引域, 此时虽能通过切换到摆

收稿日期: 2004-09-17; 修回日期: 2004-11-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(60274009); 国家863计划项目(2004AA412030).

作者简介: 郑艳(1963—), 女, 沈阳人, 博士生, 从事机器人、智能控制等研究; 井元伟(1956—), 男, 辽宁西丰人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统、通信网络系统的控制等研究.

起控制器继续进行摆起控制,直到再进入线性平衡控制器的吸引域为止,但这将导致摆起时间过长或控制器切换频繁^[3-4],因此设计吸引域更大的平衡控制器对 A crobot 的控制具有重要意义.本文的主要任务就是设计吸引域尽可能大的平衡控制器.

造成线性平衡控制器吸引域小的主要原因是平衡控制器是按线性模型设计的,系统偏离平衡点时,模型误差加大,当偏离到一定程度时,线性平衡控制器将失效.而直接对非线性模型进行设计又十分困难.近年来利用模糊控制方法解决复杂系统的非线性问题得到广泛研究^[5-9],其中 Takagi-Sugeno^[6]提出的著名的 T-S 模型将线性系统控制理论与模糊系统控制理论相结合,为解决复杂的非线性控制问题提供了新的途径.

本文采用 T-S 模型为 A crobot 系统建立模糊模型,基于 Lyapunov 理论设计模糊变结构控制律,并将该控制律代入 A crobot 非线性系统模型中进行仿真.仿真结果表明,本文所设计系统的吸引域大于普通的变结构控制,更大于极点配置和 LQR 控制,对外部干扰具有较强的鲁棒性.

2 T-S 模糊建模

2.1 T-S 模糊模型描述

考虑非线性系统

$$\dot{x} = F(x, u) = f(x) + g(x)u, \quad (1)$$

其中: $x \in R^n$ 是状态变量, $u \in R^m$ 是控制输入.

T-S 模糊模型是由一组“if-then”模糊规则来描述非线性系统(1)的行为,每一个规则代表一个子系统,整个模糊系统即为各子系统的线性组合.第 i 条模糊规则对应的模糊状态方程为

$$\begin{aligned} R^i: & \text{if } x_1(t) \text{ is } M^i_1 \text{ and } \dots \text{ and } x_n(t) \text{ is } M^i_n, \\ & \text{then } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), \\ & i = 1, 2, \dots, l \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $M^i_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 是模糊子集, l 是规则个数; A_i, B_i 是第 i 个子系统相应维数的矩阵.对系统(2)进行单点模糊化,乘积推理以及加权平均解模糊方法得系统的全局模糊状态方程

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^l h_i(x) [A_i x(t) + B_i u(t)], \quad (3)$$

其中: $h_i(x)$ 是 M^i_j 对应的隶属函数,满足 $0 \leq h_i(x) \leq 1$,

$$\sum_{i=1}^l h_i(x) = 1$$

2.2 T-S 模糊模型的求取

求在平衡点 (x_0, u_0) 附近满足 $(x_0, u_0) = (0, 0)$, $F(x_0, u_0) = 0$ 的线性模型可用劳劳展开法并忽略高次项求得,即

$$\dot{x} = A x + B u, \quad (4)$$

其中

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}}, B = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}} \quad (5)$$

若 (x_0, u_0) 既不是平衡点又不满足 $(x_0, u_0) = (0, 0)$, 则采用如下方法进行线性化^[6,8]:

$$B = g(x_0). \quad (6)$$

设 α^T 为 A 阵的第 i 行, 则

$$\alpha^T = \nabla f_i(x_0) + \frac{f_i(x_0) - x_0^T \nabla f_i(x_0)}{x_0^T x_0} x_0, \quad (7)$$

其中: ∇ 为梯度, $\|\cdot\|$ 为欧几里德范数.体操机器人结构如图 1 所示.

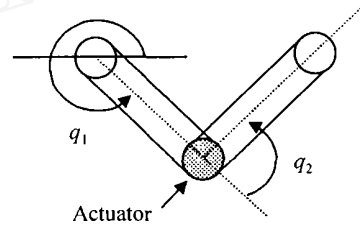


图 1 体操机器人模型

选择状态变量 $x^T = [q_1 - \pi/2, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]$, 则其非线性动力学方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3, \quad \dot{x}_2 = x_4, \\ \dot{x}_3 &= \frac{m_{12}(h_2 + \Phi - \tau) - m_{22}(h_1 + \Phi)}{m_{22}m_{11} - m_{12}m_{21}}, \\ \dot{x}_4 &= \frac{m_{11}(\tau - h_2 - \Phi) - m_{21}(h_1 + \Phi)}{m_{22}m_{11} - m_{12}m_{21}}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} m_{11} &= m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_1 + I_2, \\ m_{12} &= m_{21} = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_2, \\ m_{22} &= m_2 l_{c2}^2 + I_2, \\ h_1 &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2^2 - m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2 \dot{q}_1, \\ h_2 &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1^2, \\ \Phi &= (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos(q_1) + m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2), \\ \tau &= m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2), \end{aligned}$$

τ 为控制输入, 式中参数见表 1.

表 1 体操机器人的物理参数

m_1	m_2	l_1	l_2	l_{c1}	l_{c2}	I_1	I_2	g
1	1	1	2	0.5	1	0.083	0.33	9.8

注: 参数单位分别是 m (kg), l (m), I ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$), g ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$).

对上述体操机器人建立 T-S 模糊模型, 用下面两条规则来描述系统的动态行为:

$$\begin{aligned} R^1: & \text{if } x_1 \text{ is about } 0 \text{ and } \dots \text{ and } x_4 \text{ is about } 0, \\ & \text{then } \dot{x} = A_1 x + B_1 u; \end{aligned} \quad (9)$$

R^2 : if x_1 is about $\pi/2$ and ... x_4 is about 0,
then $\dot{x} = A_2x + B_2u$ (10)

第1个子系统是在 $x_0^T = [0, 0, 0, 0]$ 附近的近似线性化模型 A crobot 在垂直向上平衡点 $x_0^T = [0, 0, 0, 0]$ 附近满足 $f(x_0, u_0) = 0$ 将表1中参数代入, 由式(5)得近似线性化模型

$$\dot{x} = A_1x + B_1u, \quad (11)$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 12 & 49 & -12 & 54 & 0 & 0 \\ -14 & 49 & 29 & 36 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 & 98 \\ 5 & 98 \end{bmatrix}$$

第2个子系统是在 $x_0^T = [\pi/2, 0, 0, 0]$ 附近的近似线性化模型, 因为当 $x_1 = \pm \pi/2$ 时系统不可控, 故取 $x_1 = 88\pi/180^\circ$ 由式(6), (7)及 $x_0^T = [88\pi/180^\circ; 0, 0, 0]$ 得

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 127 & 9 & 0 & 488 & 3 & 0 & 0 \\ -9 & 587 & 2 & -1 & 301 & 06 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 & 98 \\ 5 & 98 \end{bmatrix}$$

取隶属函数为

$$h_1(x) = \frac{1 - 1/(1 + \exp(-7(x_1 - \pi/4)))}{1 + \exp(-7(x_1 + \pi/4))},$$

$$h_2(x) = 1 - h_1(x). \quad (14)$$

此时 A crobot 的全局模糊模型为

$$\dot{x} = (h_1A_1 + h_2A_2) + (h_1B_1 + h_2B_2)u. \quad (15)$$

3 模糊变结构控制器设计

假设模糊系统(2)是局部能控的, 即 (A_i, B_i) 是可控的 选择变结构控制的指数趋近律为

$$\dot{S} = -\epsilon S^2 - x \operatorname{sgn}(S) - kS, \quad (16)$$

其中: $S = Cx = 0$ 是切换面, $\epsilon > 0, k > 0$ 为常数 不难验证, 按式(16)选择趋近律必满足到达条件 $SS' < 0$

将式(16)代入(2)可得模糊变结构控制器结构为

$$R^i: \text{if } x_1(t) \text{ is } M^i \text{ and ... and } x_n(t) \text{ is } M^i, \\ \text{then } u_i = - (CB_i)^{-1}CA_ix - (CB_i)^{-1}kS - \\ (CB_i)^{-1}\epsilon S^2 - x \operatorname{sgn}(S),$$

$$i = 1, 2, \dots, l, \quad (17)$$

其中 l 是模糊规则的个数 若对 $i = 1, 2, \dots, l, CB_i$ 是非奇异的, 则控制器(17)存在

取 Lyapunov 函数 $V(x) = \frac{1}{2}S^T S$, 对于单输入系统, S 为标量函数, 则 $V(x) = \frac{1}{2}SS$, 有

$$\dot{V}(x) = SS' = - [kS^2 + \epsilon S^3 - x \operatorname{sgn}(S)] < 0, \quad (18)$$

则每个子系统渐近稳定

整个系统的控制律为各局部子系统控制律的加权, 即

$$u(t) = \sum_{i=1}^l h_i u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (19)$$

每个局部子系统渐近稳定并不能保证全局模糊模型

(3) 渐近稳定 对于模糊系统(2)还应满足 $CB_i = CB_j = CB, \forall i, j$. 采用控制器(19), 方可使全局模糊模型(3)渐近稳定 这一点很容易验证

取 Lyapunov 函数为

$$V(x) = \frac{1}{2}SS,$$

$$\dot{V} = SS' = S \left(\sum_{i=1}^l h_i A_i x + \sum_{i=1}^l h_i B_i u \right) =$$

$$S \left(\sum_{i=1}^l h_i A_i x + CB u \right) =$$

$$- \sum_{i=1}^l [h_i k S^2 + h_i \epsilon S^3 - x \operatorname{sgn}(S)] < 0 \quad (20)$$

因此全局模糊模型渐近稳定

4 系统仿真

A crobot 系统非线性动力学模型如式(8), 当 $x_1 \in (-\pi/2, \pi/2)$ 时, 该系统可表示为式(9)和(10)所示的 T-S 模糊模型 全局模糊模型为式(15).

首先确定滑动模面 S , 即确定 C 从而确定控制 u 这里采用极点配置方法确定矩阵 C . 设极点为 $\lambda = [-7, -3, -2]$, 可求得 $C = [-33 \ 258 \ 2 \ 14 \ 629 \ 7 \ -14 \ 644 \ 0 \ -7 \ 151 \ 6]^T$, 则滑动模面为 $S = Cx = 0$ 选择 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 40, k = 0.1$, 按式(17)可得控制律为

$$u_1 = 82 \ 708x_1 + 27 \ 339x_2 + \\ 34 \ 723x_3 + 15 \ 345x_4 - \\ 40S^2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2} \operatorname{sgn}(S),$$

$$u_2 = 24 \ 498 \ 1x_1 - 0 \ 763 \ 7x_2 + \\ 34 \ 722 \ 6x_3 + 15 \ 344 \ 9x_4 - \\ 40S^2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2} \operatorname{sgn}(S).$$

按式(14)选取隶属函数, 则整个系统的模糊变结构控制律为

$$u = h_1 u_1 + h_2 u_2$$

在初始条件为 $x_0 = [50 \pi/180; 0, 0, 0]^T$ 时进行仿真, 仿真曲线如图 2 所示, 当 x_1 初始值为 50 时系统仍能稳定. 而在相同初始条件下, 单纯的变结构控制已不能保证系统稳定, 仿真曲线如图 3 所示. 因此本设计给出的模糊变结构控制律较单纯变结构控制具有更大的吸引域.

在 $t = 1s$ 时加入幅值为 5 的脉冲干扰, 系统仍

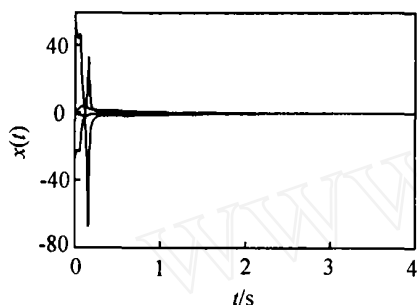


图 2 模糊变结构控制的状态响应

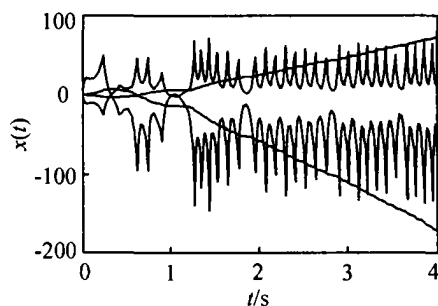


图 3 单纯变结构控制的状态响应

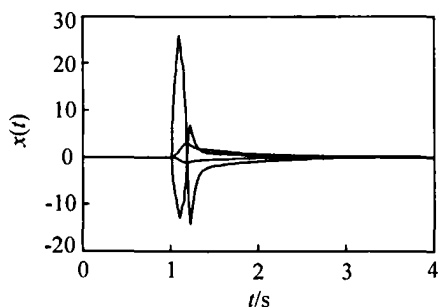


图 4 加入脉冲干扰时模糊变结构控制的状态响应

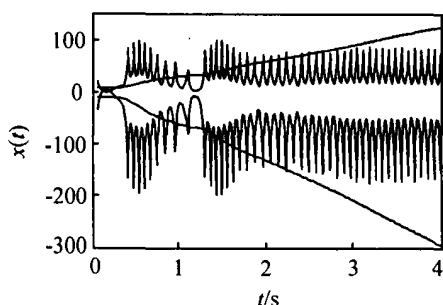


图 5 加入脉冲干扰时单纯变结构控制的状态响应

能稳定, 仿真曲线见图 4. 而在相同的干扰作用下, 采用单纯变结构控制已不能使系统稳定, 仿真曲线见图 5. 因此本设计给出的模糊变结构控制律较单纯变结构控制具有更强的鲁棒性.

5 结 语

本文讨论了 Acrobot 这一非线性系统基于 T-S 模型的变结构控制问题. 将变结构控制与模糊控制相结合, 采用模糊语言来描述非线性模型, 给出了 Acrobot 的 T-S 模糊模型; 利用 Lyapunov 理论给出了保证 Acrobot 系统全局模糊模型渐近稳定的模糊变结构控制律. 充分利用了两种控制方法的优点. 仿真结果表明, 该控制律使得 Acrobot 在垂直平衡点附近具有较大的吸引域和较强的鲁棒性.

参考文献 (References)

- [1] Mark W. Spong. The Swing up Control Problem for the Acrobot [J]. *IEEE Control System Magazine*, 1995, 15(1): 49-55.
- [2] Mark W. Spong. Some Aspects of Switching Control in Robot Locomotion [J]. *Automatisierungstechnik*, 2000, 48(1): 1-8.
- [3] 傅雪冬, 裴海龙, 吴国钊. Pendubot 的基于能量的非线性控制 [J]. *机器人*, 2000, 22(6): 451-456.
(Fu X D, Pei H L, Wu G Z. Energy-based Nonlinear Control of Pendulum [J]. *Robot*, 2000, 22(6): 451-456.)
- [4] Mark W. Spong. Energy Based Control of a Class of Underactuated Mechanical Systems [A]. *Proc 13th IFA C World Congress* [C]. San Francisco, 1996, F: 431-436.
- [5] Tanaka K, Sano M. Fuzzy Stability Criterion of a Class of Nonlinear Systems [J]. *Information Science*, 1993, 70(1): 3-26.
- [6] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy Identification of Systems and Its Application to Modeling and Control [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1985, 15(1): 116-132.
- [7] Tanaka K, Sugeno M. Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 45(2): 135-196.
- [8] 吴忠强, 许世范, 岳东. 非线性系统的 T-S 模糊建模与控制 [J]. *系统仿真学报*, 2002, 14(2): 253-256.
(Wu Z Q, Xu S F, Yue D. T-S Fuzzy Modeling and Control for Nonlinear Systems [J]. *J of System Simulation*, 2002, 14(2): 253-256.)
- [9] Ho Jae Lee, Jin Bae Park, Guanrong Chen. Robust Fuzzy Control of Nonlinear Systems with Parametric Uncertainties [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2001, 9(2): 369-379.