

文章编号: 1001-0920(2006)10-1148-05

一类时滞 LPV 系统的鲁棒故障检测

王红茹, 王常虹, 高会军

(哈尔滨工业大学 空间控制与惯性技术研究中心, 哈尔滨 150001)

摘 要: 研究一类具有参数依赖时滞的线性参数变化系统的鲁棒故障检测问题, 使残差信号和故障信号之间的误差最小, 同时提高残差信号对控制输入和未知输入信号的鲁棒性. 基于依赖于时变参数的滤波器构造残差产生系统, 利用 H 控制理论将故障检测滤波器的设计归结为 H 滤波问题, 应用线性矩阵不等式技术得到了此类系统鲁棒故障检测滤波器存在的充分条件. 数值仿真表明所提方法是可行的.

关键词: 时滞线性参数变化系统; 故障检测; H 滤波; 线性矩阵不等式; 残差

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Robust Fault Detection for a Class of LPV Systems with Time-delays

WANG Hong-ru, WANG Chang-hong, GAO Hui-jun

(Space Control and Inertial Technology Research Centre, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China

Correspondent: WANG Hong-ru, E-mail: whrh@163.com)

Abstract: The robust fault detection problem for a class of linear parameter-varying systems with parameter-varying delays is studied. The objective is to make the difference between the residual signal and the fault signal as small as possible, and enhance the robustness of these signals to control input and unknown input. Attention is focused on constructing the residual generator based on the filter whose parameter matrices depend on time-varying parameter, and formulating the design of fault detection filters as H filtering problem. Sufficient condition for the existence of the above filters is established by means of linear matrix inequalities. A numerical example is given to illustrate the feasibility of the proposed approach.

Key words: Linear parameter-varying system with time-delay; Fault detection; H filtering; Linear matrix inequality; Residual

1 引 言

基于模型的故障检测的基本思想是产生残差信号, 并选择残差评价函数和阈值, 如果残差评价函数的值大于阈值, 则发出报警信号. 但系统的不确定性、未知输入和控制输入等因素都会影响故障检测系统的性能, 因此基于模型的鲁棒故障检测, 特别是鲁棒故障检测滤波器的设计问题, 引起了许多学者的兴趣, 并取得了大量的研究成果^[1~6], 如多目标优化^[1]、扰动解耦^[2]和特征结构配置^[3]等方法. 近年来, 利用 H 控制理论将鲁棒故障检测问题转化为

鲁棒 H 滤波成为解决不确定 LTI 系统鲁棒故障检测问题的有效方法^[4,5].

线性参数变化 (LPV) 系统是一类具有参数不确定的时变系统, 其状态空间矩阵是实时可测且在闭集上变化的时变参数的确定函数, 许多实际系统可用 LPV 系统模型来描述. 目前对时滞 LPV 系统的研究主要集中在稳定性分析和控制器设计方面^[7~9], 而有关时滞 LPV 系统鲁棒故障检测问题的研究成果少有报道.

本文研究了时滞依赖于时变参数的 LPV 系统

收稿日期: 2005-07-06; 修回日期: 2005-10-06

基金项目: 国家自然科学基金项目 (69874008).

作者简介: 王红茹 (1969—), 女, 哈尔滨人, 博士生, 从事故障诊断和智能控制等研究; 王常虹 (1961—), 男, 辽宁鞍山人, 教授, 博士生导师, 从事检测技术、网络控制等研究.

$$\begin{bmatrix} P(\rho)B(\rho) & C^T(\rho) \\ 0 & 0 \\ -\gamma I & D^T(\rho) \\ * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

对于所有参数变化轨迹成立,则在零初始状态条件下,系统(9)是渐近稳定的,且对于给定的 $\gamma > 0$ 和任意非零的 $w(t) \in L_2[0, \infty)$, 满足性能指标 $z_2 < \gamma \|w\|_2$

引理 1 的证明与文献[7]的定理 2 类似,这里省略

引理 2^[11] 设 E, F 和 H 是适当维数的矩阵,且 H 是对称的, N_E 和 N_F 分别是矩阵 E 和 F 的直交补,

则存在一个矩阵 W , 使得

$$H + E^T W^T F + E^T W F < 0, \quad (11)$$

当且仅当

$$N_E^T H N_E < 0, N_F^T H N_F < 0 \quad (12)$$

定理 1 给定常数 $\gamma > 0$, 系统(1)存在鲁棒故障检测滤波器的充分条件是,存在连续可微的对称正定矩阵 $P_1(\rho) \in R^{n \times n}$ 和 $P_3(\rho) \in R^{n \times n}$, 对称正定矩阵 $Q_1 \in R^{n \times n}, Q_2 \in R^{n \times n}, Q_3 \in R^{n \times n}$, 及矩阵 $P_2(\rho) \in R^{n \times n}, X \in R^{n \times n}, Y \in R^{n \times n}, Z \in R^{n \times n}, \bar{A}_F(\rho) \in R^{n \times n}, \bar{B}_F(\rho) \in R^{n \times m}, \bar{C}_F(\rho) \in R^{l \times n}, \bar{D}_F(\rho) \in R^{l \times m}$, 使如下线性矩阵不等式对于所有参数变化轨迹成立:

$$\begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} & \Xi_{13} & \Xi_{14} & X^T A_d(\rho) & 0 & X^T B(\rho) & \Xi_{18} & \Xi_{19} & 0 & X^T & Z^T \\ * & \Xi_{22} & \Xi_{23} & \Xi_{24} & Y^T A_d(\rho) & 0 & Y^T B(\rho) & \Xi_{28} & \Xi_{29} & 0 & Y^T & Z^T \\ * & * & \Xi_{33} & \Xi_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Xi_{310} & 0 & 0 \\ * & * & * & \Xi_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{C}_F^T(\rho) & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Xi_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Xi_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\gamma I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\gamma I & 0 & \Xi_{810} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\gamma I & \Xi_{910} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\gamma I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -P_1(\rho) & -P_2(\rho) \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -P_3(\rho) \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \Xi_{11} &= -X - X^T, \\ \Xi_{12} &= -Y - Z^T, \\ \Xi_{22} &= -Z - Z^T, \\ \Xi_{13} &= X^T A(\rho) + \bar{B}_F(\rho) C(\rho) + P_1(\rho), \\ \Xi_{14} &= \bar{A}_F(\rho) + P_2(\rho), \\ \Xi_{310} &= C^T(\rho) D_F^T(\rho), \\ \Xi_{18} &= X^T B_d(\rho) + \bar{B}_F(\rho) D_d(\rho), \\ \Xi_{19} &= X^T B_f(\rho) + \bar{B}_F(\rho) D_f(\rho), \\ \Xi_{23} &= Y^T A(\rho) + \bar{B}_F(\rho) C(\rho) + P_2^T(\rho), \\ \Xi_{24} &= \bar{A}_F(\rho) + P_3(\rho), \\ \Xi_{810} &= D_d^T(\rho) D_f^T(\rho), \\ \Xi_{55} &= -\left(1 - \sum_{i=1}^s \left(\tau_i \frac{\partial}{\partial \rho_i}\right)\right) Q_1, \\ \Xi_{66} &= -\left(1 - \sum_{i=1}^s \left(\tau_i \frac{\partial}{\partial \rho_i}\right)\right) Q_2, \\ \Xi_{28} &= Y^T B_d(\rho) + \bar{B}_F(\rho) D_d(\rho), \\ \Xi_{29} &= Y^T B_f(\rho) + \bar{B}_F(\rho) D_f(\rho), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Xi_{33} &= -P_1(\rho) + \sum_{i=1}^s \left(\tau_i \frac{\partial P_1}{\partial \rho_i}\right) + Q_1, \\ \Xi_{34} &= -P_2(\rho) + \sum_{i=1}^s \left(\tau_i \frac{\partial P_2}{\partial \rho_i}\right), \\ \Xi_{44} &= -P_3(\rho) + \sum_{i=1}^s \left(\tau_i \frac{\partial P_3}{\partial \rho_i}\right) + Q_3, \\ \Xi_{910} &= D_f^T(\rho) D_F^T(\rho) - I. \end{aligned}$$

且满足要求的鲁棒故障检测滤波器的参数矩阵可由下式构造:

$$\begin{cases} A_F(\rho) = Z^{-T} \bar{A}_F(\rho), C_F(\rho) = \bar{C}_F(\rho), \\ B_F(\rho) = Z^{-T} \bar{B}_F(\rho), D_F(\rho) = \bar{D}_F(\rho). \end{cases} \quad (14)$$

证明 根据引理 1, 对给定的常数 $\gamma > 0$, 如果存在连续可微的对称矩阵 $\bar{P}(\rho) > 0$ 和对称矩阵 $\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix} > 0$, 使线性矩阵不等式(15)对所有参数变化轨迹成立, 则在零初始状态下, 增广系统(4)是渐近稳定的且满足性能指标(6).

应用引理 2, 可推出存在一般矩阵 $G \in R^{2n \times 2n}$, 使(16)和(15)是等价的

$$\begin{bmatrix}
 A^T(\rho)\bar{P}(\rho) + \bar{P}(\rho)A(\rho) + \sum_{i=1}^s (\tau_i \frac{\partial \bar{P}}{\partial \rho_i}) + \bar{Q} & \bar{P}(\rho)A_d(\rho) & \bar{P}(\rho)B(\rho) & C^T(\rho) \\
 * & - (1 - \sum_{i=1}^s (\tau_i \frac{\partial \bar{P}}{\partial \rho_i}))\bar{Q} & 0 & 0 \\
 * & * & - \gamma I & D^T(\rho) \\
 * & * & * & - \gamma I
 \end{bmatrix} < 0; \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix}
 -G - G^T & G^T \bar{A}(\rho) + \bar{P}(\rho) & G^T \bar{A}_d(\rho) & G^T \bar{B}(\rho) & 0 & G^T \\
 * & -\bar{P}(\rho) + \sum_{i=1}^s (\tau_i \frac{\partial \bar{P}}{\partial \rho_i}) + \bar{Q} & 0 & 0 & C^T(\rho) & 0 \\
 * & * & - (1 - \sum_{i=1}^s (\tau_i \frac{\partial \bar{P}}{\partial \rho_i}))\bar{Q} & 0 & 0 & 0 \\
 * & * & * & - \gamma I & D^T(\rho) & 0 \\
 * & * & * & * & - \gamma I & 0 \\
 * & * & * & * & * & - \bar{P}(\rho)
 \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

将矩阵 G 进行分解

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix},$$

不失一般性, 设 $G_{21} \in R^{n \times n}, G_{22} \in R^{n \times n}$ 是可逆的 从而可定义可逆矩阵

$$J_G := \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & G_{22}^{-1}G_{21} \end{bmatrix}.$$

用矩阵 $J := \text{diag}\{J_G, J_G, I, I, I, J_G\}$ 对式(16) 进行全等变换, 同时引入一组变量

$$\begin{aligned}
 J_G^T \bar{P}(\rho) J_G &= \begin{bmatrix} P_1(\rho) & P_2(\rho) \\ P_2^T(\rho) & P_3(\rho) \end{bmatrix}, \\
 \bar{A}_F(\rho) &= G_{21}^T A_F(\rho) G_{22}^{-1} G_{21}, \\
 \bar{B}_F(\rho) &= G_{21}^T B_F(\rho), \\
 \bar{C}_F(\rho) &= C_F(\rho) G_{22}^{-1} G_{21}, \\
 \bar{D}_F(\rho) &= D_F(\rho), \\
 Q_3 &= G_{21}^T G_{22}^{-T} Q_2 G_{22}^{-1} G_{21}, \\
 Z &= G_{21}^T G_{22}^{-T} G_{21}, \\
 Y &= G_{12} G_{22}^{-T} G_{21}, \\
 X &= G_{11},
 \end{aligned} \quad (17)$$

由此可推出(16) 等价于(13).

由式(17) 可得到滤波器的参数矩阵

$$\begin{cases}
 A_F(\rho) = G_{21}^T \bar{A}_F(\rho) G_{22}^{-1} G_{21}, \\
 B_F(\rho) = G_{21}^T \bar{B}_F(\rho), \\
 C_F(\rho) = \bar{C}_F(\rho) G_{22}^{-1} G_{21}
 \end{cases} \quad (18)$$

然而, 式(13) 中并未包含构造滤波器所需的 G_{21} 和 G_{22} , 因此利用滤波器(3) 的闭环传递函数

$$T_{ry} = C_F(\rho) (sI - A_F(\rho))^{-1} \times B_F(\rho) + D_F(\rho),$$

将式(18) 代入上式, 并考虑式(17), 可得

$$T_{ry} = \bar{C}_F(\rho) (sI - G_{21}^T G_{22} G_{21}^T \bar{A}_F(\rho))^{-1} \times$$

$$\begin{aligned}
 &G_{21}^{-1} G_{22} G_{21}^T \bar{B}_F(\rho) + \bar{D}_F(\rho) = \\
 &\bar{C}_F(\rho) (sI - Z^{-T} \bar{A}_F(\rho))^{-1} \times \\
 &Z^{-T} \bar{B}_F(\rho) + \bar{D}_F(\rho),
 \end{aligned}$$

由此可推得(14).

由上述推导可得如下结论: 对于给定常数 $\gamma > 0$, 如果存在连续可微的对称正定矩阵 $P_1(\rho) \in R^{n \times n}$ 和 $P_3(\rho) \in R^{n \times n}$, 对称正定矩阵 $Q_1 \in R^{n \times n}, Q_2 \in R^{n \times n}, Q_3 \in R^{n \times n}$, 及一般矩阵 $P_2(\rho) \in R^{n \times n}, X \in R^{n \times n}, Y \in R^{n \times n}, Z \in R^{n \times n}, \bar{A}_F(\rho) \in R^{n \times n}, \bar{B}_F(\rho) \in R^{n \times n}, \bar{C}_F(\rho) \in R^{1 \times n}, \bar{D}_F(\rho) \in R^{1 \times n}$, 使线性矩阵不等式(13) 对于所有参数变化轨迹成立, 那么增广系统(4) 是渐近稳定的且满足性能指标(6). 此时, 滤波器参数矩阵由式(14) 确定

注 1 由于对参数的依赖性, 式(13) 对应参数的整个变化轨迹, 是无限维线性矩阵不等式, 为解决这一问题, 借助于文献[10] 中提出的基函数和网格技术, 将其转化为有限维的线性矩阵不等式, 这里选取如下基函数:

$$\{f_j(\rho)\}, j = 1, \dots, N_f,$$

并有如下条件:

$$P_i(\rho) = \sum_{j=1}^{N_f} f_j(\rho) P_{ij} > 0, i = 1, 2, 3 \quad (19)$$

注 2 定理 1 将故障检测滤波器存在的条件转化为一个线性矩阵不等式组的可解性问题, 式(13) 不仅是关于矩阵变量, 也是关于标量 γ 的线性矩阵不等式组 因此, 可将 γ 作为一个优化变量, 通过求解如下凸优化问题来设计系统的最优鲁棒故障检测滤波器:

$$\begin{aligned}
 &\min \gamma, \\
 &\text{s t } (13), (19),
 \end{aligned} \quad (20)$$

从而得到最优值 \mathcal{Y} , 使残差信号和故障信号之间的误差最小, 同时保证残差信号对控制输入和未知输入信号具有最优衰减水平.

4 数值仿真

考虑由系统(1)描述的时滞LPV系统, 参数矩阵为

$$A(\rho) = \begin{bmatrix} 0 & 2 + 0.2\rho_1(t) \\ -3 & -4 + 0.1\rho_1(t) \end{bmatrix},$$

$$A_d(\rho) = \begin{bmatrix} 0.2\rho_1(t) & 0.1 \\ -0.2 + 0.1\rho_1(t) & -0.3 \end{bmatrix},$$

$$B(\rho) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_d(\rho) = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.3 \end{bmatrix},$$

$$B_f(\rho) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C(\rho) = [1 \ 0],$$

$$D_d(\rho) = 0.5, D_f(\rho) = 1.$$

其中: $\rho_1(t) = \sin t$ 和 $\rho_2(t) = |\cos t|$ 为时变参数, 参数变化区间为 $[-1, 1] \times [0, 1]$, 且 $|\dot{\rho}_1(t)| \leq 1$, $|\dot{\rho}_2(t)| \leq 1$.

$h(\rho) = 0.3\rho_2(t)$ 为时变时滞, 其变化范围为 $0 \sim 0.3$, 满足 $\dot{h}(\rho) < 1$. 未知输入 $d(t)$ 为幅值不大于 0.5 的随机信号, 控制输入 $u(t)$ 为单位阶跃信号. 故障信号为

$$f(t) = \begin{cases} \sin 4t, & 3 \leq t \leq 7; \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

利用网格技术将参数变化区域均匀划分为 9×9 网格, 并选择基函数

$$f_1(\rho) = 1, f_2(\rho) = \rho_1(t), f_3(\rho) = \rho_2(t).$$

应用 Matlab LM I 工具箱求解凸优化问题(20), 得到鲁棒故障检测滤波器的参数矩阵为

$$A_F = \begin{bmatrix} -0.6121 & 0.9138 \\ -0.9933 & -0.4142 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2203 & 0.1179 \\ -0.3478 & 0.1083 \end{bmatrix} \rho_1(t) + \begin{bmatrix} 0.0840 & -0.0058 \\ -0.4002 & 0.1458 \end{bmatrix} \rho_2(t),$$

$$B_F = \begin{bmatrix} -1.1436 \\ -0.6227 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.0066 \\ 0.0379 \end{bmatrix} \rho_1(t) + \begin{bmatrix} 0.0299 \\ -0.0326 \end{bmatrix} \rho_2(t),$$

$$C_F = [0.7954 \ -0.0607] + [-0.0017 \ -0.0032] \rho_1(t) + [-0.0114 \ -0.0045] \rho_2(t),$$

$$D_F = 0.702 + 0.0045\rho_1(t) - 0.01\rho_2(t),$$

$$\mathcal{Y} = 0.5564$$

根据式(7)计算得阈值

$$J_{th} = \sup_{d, L_2, J=0} r(t) = 1.4224$$

仿真结果表明

$$J(r) = \left(\int_0^{3.4} r^T(t) r(t) dt \right)^{1/2} = 1.4822 > J_{th},$$

说明故障出现在 0.4 s 后被检测到

图1为有故障和无故障时的残差评价函数变化曲线

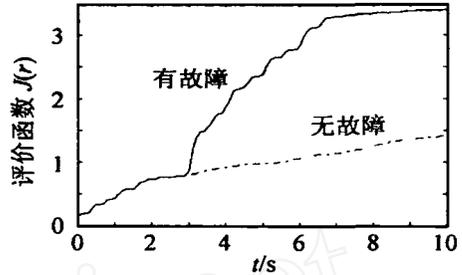


图1 残差评价函数变化曲线

图2和图3分别给出了有故障和无故障时, 残差产生系统即故障检测滤波器的输出. 从图中可看出, 采用本文方法设计的故障检测滤波器是可行的

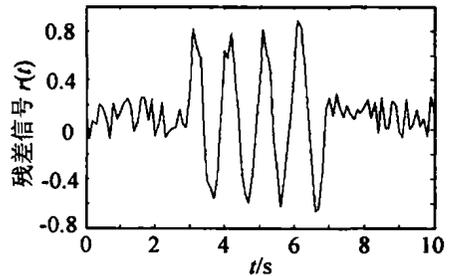


图2 残差信号(有故障)

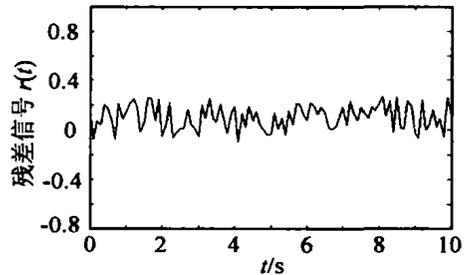


图3 残差信号(无故障)

5 结论

本文基于依赖于时变参数的滤波器构造残差产生系统, 将具有参数依赖状态时滞的LPV系统的故障检测问题转化为 H_∞ 滤波问题. 利用线性矩阵不等式技术得到此类系统鲁棒故障检测滤波器存在的充分条件, 并借助基函数和网格技术, 将该类滤波器的设计问题转化为有限维线性矩阵不等式组的求解问题. 仿真结果表明采用本文方法设计得到的故障检测滤波器是可行的.

(下转第1158页)

5 结 语

本文针对无线信道的特点和无线视频传输过程中所面临的主要问题,提出了基于反馈的信道自适应混合ARQ/FEC的传输控制框架,给出整体框架的功能性结构图,并对每一功能模块进行了系统的分析.为了更准确清晰地对算法进行阐释,对每一步算法都进行了形式化.最后,针对两种经典的无线信道条件,对基于反馈的信道自适应视频传输进行了仿真实验,与前人的方法进行比较得到了较为满意的结果.下一步的研究工作应面向对无线信道的误码率建立更为精确的模型,并进一步改进对误码率的跟踪和预测的方法.

参考文献(References)

- [1] Mohr W W, Onoe S. The 3GPP Proposal for MT-2000 [J]. *IEEE Communication Magazine*, 1999, 37(2): 72-81.
- [2] Etoh M, Yoshimura T. Advances in Wireless Video Delivery[J]. *Proc IEEE*, 2005, 93(1): 111-122.
- [3] Zhang Q, Zhu W, Zhang Y. Channel-adaptive Resource Allocation for Scalable Video Transmission over 3G Wireless Network [J]. *IEEE Trans on Circuits System Video Technology*, 2004, 14(8): 1049-1063.
- [4] Wang Y, Zhu Q F. Error Control and Concealment for Video Communication: A Review [J]. *Proc IEEE*, 1998, 86(5): 974-997.
- [5] Zhang Q, Kassam S A. Hybrid ARQ with Selective Combining for Fading Channels [J]. *IEEE J Select Areas Communication*, 1999, 17(5): 867-880.
- [6] Girod B, Faber N. Feedback-based Error Control for Mobile Video Transmission [J]. *IEEE Proc*, 1999, 87(10): 1707-1723.
- [7] Stockhammer T, Hannuksela M M, Wiegand T. H. 264/AVC in Wireless Environments [J]. *IEEE Trans on Circuits System Video Technology*, 2003, 13(7): 657-673.

(上接第 1152 页)

参考文献(References)

- [1] Ding S X, Jeansch T, Frank P M. A Unified Approach to the Optimization of Fault Detection Systems [J]. *Int J Adaptive Control Signal Processing*, 2000, 14(7): 725-745.
- [2] Niemann H, Saberi A, Stoorvogel A, et al. Exact, Almost and Delayed Fault Detection: An Observer-based Approach [J]. *Int J Robust and Nonlinear Control*, 1999, 9(4): 215-238.
- [3] Frank P M. Enhancement of Robustness in Observer-based Fault Detection [J]. *Int J Control*, 1994, 59(4): 955-981.
- [4] Zhong M Y, Ding S X, Lam J, et al. An LM I Approach to Design Robust Fault Detection Filter for Uncertain LTI Systems [J]. *Automatica*, 2003, 39(3): 543-550.
- [5] Nobrega E G, Abdalla M O, Grigoriadis K M. LM I based Filter Design for Fault Detection and Isolation [A]. *Proc of the 39th Conf on Decision and Control [C]*. Australia, 2000: 4329-4334.
- [6] Frank P M, Ding S X. Survey of Robust Residual Generation and Evaluation Methods in Observer-based Fault Detection Systems [J]. *J of Process Control*, 1997, 7(6): 403-424.
- [7] Wu F, Grigoriadis K M. LPV Systems with Parameter-varying Time-delays: Analysis and Control [J]. *Automatica*, 2001, 37(2): 221-229.
- [8] Zhang X P, Tsiotras P, Knospe C. Stability Analysis of LPV Time-delayed Systems [J]. *Int J of Control*, 2002, 75(7): 538-558.
- [9] 郑连伟, 郭立山, 刘晓平. 一类线性参数变化时滞系统的 H 控制 [J]. *控制与决策*, 2001, 16(5): 595-598. (Zheng L W, Guo L S, Liu X P. H Control for a Class of Linear Parameter-varying Systems with Time-delay [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(5): 595-598.)
- [10] Apkarian P, Adams R J. Advanced Gain-scheduling Techniques for Uncertain Systems [J]. *IEEE Trans on Control System Technology*, 1998, 6(1): 21-32.
- [11] Apkarian P, Tuan H D, Bernussou J. Continuous-time Analysis, Eigenstructure Assignment, and H_2 Synthesis with Enhanced Linear Matrix Inequalities (LM I) Characterizations [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(12): 1941-1946.