

文章编号: 1001-0920(2006)10-1167-05

利用退火回归神经网络极值搜索算法求纳什均衡解

查旭¹, 左斌², 胡云安²

(1 哈尔滨工业大学 深空探测中心, 哈尔滨 150001; 2 海军航空工程学院 控制工程系, 山东 烟台 264001)

摘要: 针对如何解算 n 人非合作的动态博弈对策中的纳什均衡解问题, 提出一种利用退火回归神经网络极值搜索算法解算纳什均衡解的方法。在动态博弈对策问题中, 将每个竞争者视为一个代价函数, 利用此算法可以使每个代价函数均收敛于其最小值, 从而获得此对策的纳什均衡解。此算法不限制代价函数的具体形式, 同时由于摒弃了正弦激励信号, 解决了一般极值搜索算法中存在的输出量“颤动”现象和控制量来回切换问题, 改善了系统的动态性能。

关键词: 非合作博弈; 纳什均衡解; 回归神经网络; 极值搜索算法

中图分类号: T183 文献标识码: A

Nash Equilibrium Solution by Extremum Seeking Algorithm Based on Annealing Recurrent Neural Network

ZHA Xu¹, ZUO Bin², HU Yun-an²

(1. Deep Space Exploration Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 2 Department of Control Engineering, Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai 264001, China Correspondent: ZHA Xu, E-mail: tacitrainbow@netease.com)

Abstract: An algorithm is proposed to solve the Nash equilibrium solution for an n -person noncooperative dynamic game by an annealing recurrent neural network for extremum seeking algorithm (ESA). In noncooperative dynamic game, each player is defined as a cost function. Each cost function will fast converge to its minimum point by the algorithm proposed, so that the Nash equilibrium solution can be obtained. ESA combined with the annealing recurrent neural network does not limit the formation of the cost functions or make use of search signals such as sinusoidal periodic signals, which can solve the “chatter” problem of the output and the switching problem of the control law in the general ESA, and improve the dynamic performance of the system.

Key words: Noncooperative game; Nash equilibrium solution; Recurrent neural network; ESA

1 引言

在一个 n 人非合作的动态博弈问题中, 每个竞争者都可以定义为一个代价函数, 通过设计控制算法使得每个代价函数都能尽快地收敛到其最小值, 从而获得该博弈问题的纳什均衡解^[1,2]。

解算纳什均衡解的方法有很多^[1,3,4], Basar 针对两人双代价函数的博弈问题, 提出了解算纳什均衡解的方法, 但此方法仅局限于代价函数是具有静态信息结构的线性二次高斯形式^[3], 因此该方法不具有普遍性; Bernardo 等提出了定量解算法, 该方法要求详细了解代价函数的数学表达式形式, 因此

限制了此求解方法的应用; “第三方策略”方法可以在不知晓代价函数的数学表达式形式, 而只知道其测量结果的情况下, 解算出纳什均衡解, 但这种方法仅仅是一种经验方法, 其结果具有很大的偶然性。

为了能够在代价函数只具有可测性而不能完全知晓其数学表达形式的情况下解算出纳什均衡解, 本文提出了利用退火回归神经网络极值搜索算法求解纳什均衡解的方法, 该算法能够克服以往方法存在的必须严格知晓或限制代价函数的形式以及方法偶然性的问题, 使控制对象迅速收敛于其纳什均衡解。

收稿日期: 2005-06-20; 修回日期: 2005-10-10

作者简介: 查旭(1972—), 男, 安徽怀宁人, 博士生, 从事飞行控制和非线性控制等研究; 胡云安(1966—), 男, 湖北松滋人, 教授, 博士生导师, 从事神经网络控制、非线性控制等研究。

极值搜索算法是由 Tsien 于 1954 年提出的一种自适应控制方法,该方法能在控制对象的某些信息不被了解或者不确定的情况下,利用正弦函数作为激励信号求解出代价函数的极值.然而使用正弦激励信号会导致系统输出存在“颤动”现象和控制量的来回切换问题.为了解决该问题,本文提出了将退火回归神经网络与极值搜索算法相结合的方法:首先,将极值搜索算法问题转化为求解代价函数中斜率为零的极值点问题,然后,构造出退火回归神经网络,通过此神经网络搜寻到代价函数的极值点,并将控制对象稳定于此极值点上.退火回归神经网络极值搜索算法中摒弃了原有的正弦激励信号,能较好地解决一般极值搜索算法中存在的上述问题,极大地提高了系统的动态性能,拓宽了极值搜索算法的应用范围.

2 问题阐述

针对一个描述 n 人非合作的动态博弈问题的非线性系统

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)), \quad (1)$$

第 i 个竞争者的代价函数可以表述为

$$J_i(t) = J_i(x(t)), \quad i = [1, 2, \dots, n], \quad (2)$$

因此,系统的代价函数可以表述为

$$y = [J_1(t), J_2(t), \dots, J_n(t)]^T = [J_1(x(t)), J_2(x(t)), \dots, J_n(x(t))]^T. \quad (3)$$

其中: $x \in R^m$ 是系统的状态变量, $u_i(t) \in R$ ($i = [1, 2, \dots, n]$) 是第 i 个竞争者的输入控制量, $J_i(t) \in R$ 是第 i 个竞争者的代价函数,并且假设函数 $f(x(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t))$ 和 $J_i(t)$ ($i = [1, 2, \dots, n]$) 都是光滑函数.

在极值搜索算法系统中,必须满足以下 3 条假设^[5,6]:

假设 1 当系统(1)存在光滑的控制律 $u_i(t) = \alpha_i(x(t), \theta)$ 时,其中 $i = [1, 2, \dots, n]$, $\theta \in R$, $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$ 表示搜索向量组,必然存在光滑函数 $x_e: R^n \rightarrow R^m$,使得

$$f(x, \alpha_1(x, \theta), \alpha_2(x, \theta), \dots, \alpha_n(x, \theta)) = 0 \leftarrow x = x_e(\theta),$$

那么系统的代价函数总可以表示为

$$y = [J_1(\theta), J_2(\theta), \dots, J_n(\theta)]^T. \quad (4)$$

假设 2 对于 $\forall \theta \in R^n$, $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$, 闭环系统方程 $\dot{x} = x_e(\theta)$ 局部渐近稳定.

假设 3 存在 $\theta^* \in R^n$, $\theta^* = [\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*]^T$, 使得系统存在一个纳什均衡解

$$J^*(\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*) = [J_1^*(\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*), J_2^*(\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*) \dots J_n^*(\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*)],$$

且对 $\forall \theta \in R^n$, $i = [1, 2, \dots, n]$, 有

$$J_i^*(\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*) = J_i(\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*),$$

那么将代价函数(4)两端对时间微分后,可得

$$F(\theta(t)) \dot{\theta}(t) = \dot{y}(t). \quad (5)$$

其中

$$F(\theta(t)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial J_1(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\partial J_1(\theta)}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial J_1(\theta)}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial J_2(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\partial J_2(\theta)}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial J_2(\theta)}{\partial \theta_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial J_n(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\partial J_n(\theta)}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial J_n(\theta)}{\partial \theta_n} \end{bmatrix},$$

$$\dot{\theta}(t) = [\dot{\theta}_1(t), \dot{\theta}_2(t), \dots, \dot{\theta}_n(t)]^T,$$

$$\dot{y}(t) = \left[\frac{dJ_1(\theta)}{dt}, \frac{dJ_2(\theta)}{dt}, \dots, \frac{dJ_n(\theta)}{dt} \right]^T.$$

为了方便问题的描述,定义 $F(\theta(t))$ 为

$$F(\theta(t)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial J_1(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\partial J_1(\theta)}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial J_1(\theta)}{\partial \theta_n} & \dots \\ \frac{\partial J_2(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\partial J_2(\theta)}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial J_2(\theta)}{\partial \theta_n} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}^T. \quad (6)$$

在极值搜索控制中,系统要求收敛到代价函数最小值后稳定,即向量 θ 值必须收敛到最小向量组 $\theta^* = [\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*]^T$,从而使得

$$|F(\theta)| = \begin{bmatrix} \left| \frac{\partial J_1(\theta)}{\partial \theta_1} \right| & \left| \frac{\partial J_1(\theta)}{\partial \theta_2} \right| & \dots & \left| \frac{\partial J_1(\theta)}{\partial \theta_n} \right| & \dots \\ \left| \frac{\partial J_2(\theta)}{\partial \theta_1} \right| & \left| \frac{\partial J_2(\theta)}{\partial \theta_2} \right| & \dots & \left| \frac{\partial J_2(\theta)}{\partial \theta_n} \right| & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}^T$$

中各元素呈现最小值.利用退火回归神经网络设计的目的是使 $|F(\theta)|$ 的值在尽量短的时间内收敛到其最小值,同时系统受到式(5)的限制.可将极值搜索问题转化为

$$\begin{aligned} & \text{最小化: } |F(\theta)|, \\ & \text{限制条件: } F(\theta(t)) \dot{\theta}(t) = \dot{y}(t). \end{aligned} \quad (7)$$

为了能利用退火回归神经网络解决极值搜索问题,极值搜索问题可以转化为

$$\begin{aligned} & \text{最小化: } c^T \xi, \\ & \text{限制条件: } A \xi = b \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\xi = \begin{bmatrix} F(\Theta) \\ |F(\Theta)| \\ \dot{\Theta}(t) \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ y(t) \\ y(t) \end{bmatrix},$$

$$c = [0_{1 \times n^2} \quad 1_{1 \times n^2} \quad 0_{1 \times n}]^T,$$

$$A = \begin{bmatrix} 1_{1 \times n^2} & -\text{sign}(F(\Theta)) & 0_{1 \times n} \\ M & 0_{n \times n^2} & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n^2} & 0_{n \times n^2} & F(\Theta) \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} \Theta^T & 0_{1 \times n} & \dots & 0_{1 \times n} \\ 0_{1 \times n} & \Theta^T & \dots & 0_{1 \times n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{1 \times n} & 0_{1 \times n} & \dots & \Theta^T \end{bmatrix}_{n \times n^2},$$

且定义 $\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0; \\ 0, & x = 0; \\ -1, & x < 0 \end{cases}$

根据对偶原理^[7], 相应地可以得到其对偶形式

最大化: $b^T z$,

限制条件: $A^T z = c$, (9)

其中 $z = [z_1 \quad z_2 \quad z_3]^T_{1 \times (2n+1)}$.

从而, 将解决一个极值搜索问题转化为利用退火回归神经网络解决在满足式(8)和式(9)限制条件下使 $c^T \xi$ 和 $b^T z$ 最优化的问题

3 退火回归神经网络设计

由极值搜索控制问题的转化结果, 可以给出如下能量函数, 它是可微的凸函数:

$$E(\xi, z) = \frac{1}{2} (c^T \xi - b^T z)^2 + \frac{1}{2} T(t) (A \xi - b)^2 + \frac{1}{2} T(t) (A^T z - c)^2 \quad (10)$$

其中: 第 1 项是式(8)和式(9)的对偶差的平方; 第 2 项和第 3 项分别是式(8)和式(9)的限制条件; $T(t)$ 是随时间变化的退火矩阵, 且

$$T = \text{diag}(\eta e^{-\beta_1 t} I_{n \times n}, \eta e^{-\beta_2 t} I_{n \times n}, \eta e^{-\beta_3 t} I_{(2n+1) \times (2n+1)}),$$

$I_{n \times n}$ 表示 $n \times n$ 的单位矩阵, $\eta, \beta_i (i=1, 2, 3)$ 是可调的正参数, 可以调节退火回归神经网络的收敛速率

采用式(10)的能量函数, 且将退火回归神经网络的动态方程定义为沿系统梯度的负方向^[8], 即表示为

$$\frac{dv}{dt} = -\mu \nabla E(v) \quad (11)$$

其中: $v = (\xi^T, z^T)^T$; $\nabla E(v)$ 表示能量函数 $E(v)$ 的梯度; μ 是正常数, 用于调节神经网络的收敛速度引入变量 $(\xi^T, z^T)^T$, 各参数变量的变化律可表示为

$$\frac{d\xi}{dt} = -\mu [c(c^T \xi - b^T z) +$$

$$A^T T^T(t) T(t) (A \xi - b)], \quad (12)$$

$$\frac{dz}{dt} = -\mu [-b(c^T \xi - b^T z) + T^T(t) T(t) A (A^T z - c)] \quad (13)$$

采用式(12)和(13)的变化律, 经过变形可得

$$\frac{du_1}{dt} = -\mu (cc^T + A^T T^T(t) T(t) A) v_1 + \mu c b^T v_2 + \mu A^T T^T(t) T(t) b,$$

$$\frac{du_2}{dt} = \mu b c^T v_1 - \mu (b b^T + T^T(t) T(t) A A^T) v_2 + \mu T^T(t) T(t) A c,$$

$$v_1 = u_1, v_2 = u_2 \quad (14)$$

退火回归神经网络神经元的个数是根据参数的个数而决定的 (u_1, u_2) 表示神经元的状态量, (v_1, v_2) 表示神经元的输出, 即 (ξ, z) . 输出变换函数采用比例函数, 两组神经元之间的权连接系数分别为

$$\begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu (cc^T + A^T T^T(t) T(t) A) & \mu b c^T \\ \mu c b^T & -\mu (b b^T + T^T(t) T(t) A A^T) \end{bmatrix},$$

阈值分别为

$$\begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu A^T T^T(t) T(t) b \\ \mu T^T(t) T(t) A c \end{bmatrix},$$

通过改变 μ, η, β 值的大小, 可以调节神经网络的权值和阈值 控制系统原理如图 1 所示

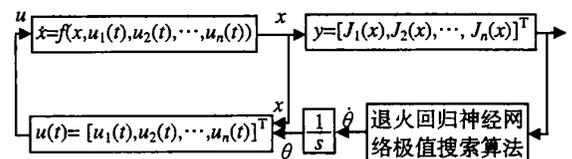


图 1 控制系统原理

4 收敛性分析

在讨论退火回归神经网络的收敛性之前, 首先介绍如下引理:

引理 1^[8] 假设存在函数 $f: D \subset R^n \rightarrow R$ 在凸集 $D_0 \subset D$ 中可微, 那么, 在集合 D_0 中函数 f 是凸函数, 当且仅当

$$(z - y)^T \nabla f(y) \leq f(z) - f(y), \quad \forall y, z \in D_0, \quad (15)$$

其中 $\nabla f(y)$ 表示 $f(y)$ 的梯度

引理 2 在任何时刻 t 内, 都有下式成立:

$$(v^* - v)^T \nabla E(v, t) \leq E(v, t) - E(v^*, t), \quad (16)$$

同时, 当且仅当式(8)和式(9)取最优解 ξ^* 和 z^* 时, 才有 $E(v^*) = 0$ 其中: $v^* = (\xi^{*T}, z^{*T})^T, v = (\xi^T, z^T)^T$.

证明 根据能量函数定义式(10)所示,当且仅当 v^* 是式(8)和式(9)的最优解时,才有 $E(u^*) = 0$, 因为对于所有的 v , 能量函数 $E(u, t) \geq 0$ 且连续可微, 从而, 根据引理 1 的结论易得引理 2

定理 1 定义如式(14)所示的神经网络渐近收敛到式(8)和式(9)的最优解

证明 不失一般性, 假设正数 $\mu = 1$, 给定 Lyapunov 函数为

$$V(v) = (v^* - v)^T(v^* - v)/2 \quad (17)$$

其中: $v^* = (\xi^{*T}, z^{*T})^T$, ξ^* 和 z^* 分别表示式(8)和式(9)的最优解 根据引理 2 和式(11)可得

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dv} \left(\frac{dv}{dt} \right) = (v^* - v)^T \frac{dv}{dt} = (v^* - v)^T \nabla E(v) = -E(v) \leq 0 \quad (18)$$

根据能量函数的定义式(10)可知 $E(v) \geq 0$, 根据 Lyapunov 稳定性判据得知定义的回归神经网络的输出渐近收敛于 v^* .

由于回归神经网络式(14)是渐近收敛的, 那么其能量函数 $E(v)$ 最终必定趋近于零 根据引理 2, 只有当式(8)与式(9)的 ξ 和 z 分别取最优解 ξ^* 和 z^* 时, 才能满足 $E(v) = 0$ 因此当系统稳定时, ξ 和 z 分别取得最优解 ξ^* 和 z^* , 从而 $|F(\theta)|$ 取得最小值, 故 θ 趋近于 $\theta^* = [\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*]^T$, 输出 $y^* = F(\theta^*)$.

因此式(14)所描述的退火回归神经网络是渐近稳定的且收敛到系统(8)和式(9)的最优解

综合上述推导的退火回归神经网络极值搜索算法和定理 1 的证明, 可得如下定理:

定理 2 针对由状态方程(1)和代价函数(3), 以及控制律 $u_i(t) = \alpha(x(t), \theta)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 所描述的 n 人非合作的动态博弈问题, 在满足假设 1 ~ 3 的条件下, 采用退火回归神经网络式(14)所构成的极值搜索算法控制器, 可以确保此系统中的每个代价函数 $J_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 均收敛到其各自最小值, 从而得到该问题的纳什均衡解 $J^*(\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*)$.

5 仿真分析

考虑一个由二阶线性系统描述的二人非合作的动态博弈问题

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0.5(u_1(t) - 2 - 0.1u_2(t))^2 + 1.0 \\ 0.7(u_2(t) - 1 - 0.2u_1(t))^2 + 0.5 \end{bmatrix} \quad (19)$$

二人的代价函数分别为

$$J_1(t) = x_1(t), \quad (20)$$

$$J_2(t) = x_2(t). \quad (21)$$

系统的控制律为

$$u_i(t) = \theta_i(t), \quad i = 1, 2 \quad (22)$$

显然, 上述系统中的纳什均衡解为 $\theta^* = [2.143, \theta_2^* = 1.429]$

对比文献[3]所提出的纳什均衡解方法, 其代价函数必须满足如下形式:

$$J_{ii}(x, u_1, u_2) = x^T C_i^T u_i + u_i^T D_{iii} u_i / 2 + u_i^T D_{ij} u_j, \quad j = i, i, j = 1, 2 \quad (23)$$

其中 C_i, D_{ii}, D_{ij} 是常系数矩阵, 且 $D_{ij} > 0$ 因而, 上述动态博弈问题的代价函数(20)和式(21)是不满足具有静态信息结构的线性二次高斯形式, 如式(23)所示, 采用 Basar 的解决方法和“第三方策略”方法都无法得到系统的精确结果, 然而运用本文提出的退火回归神经网络极值搜索算法可以解决上述博弈问题

利用退火回归神经网络极值搜索算法对系统(19)进行仿真 初始条件分别为 $x_1(0) = 1.5, x_2(0) = 1.0$, 退火回归神经网络的设计参数分别为: $\mu = 0.50, \eta_1 = 1.0, \eta_2 = 1.0, \eta_3 = 1.2, \beta_1 = 0.01, \beta_2 = 0.01, \beta_3 = 0.03$ 仿真结果如图 2 和图 3 所示

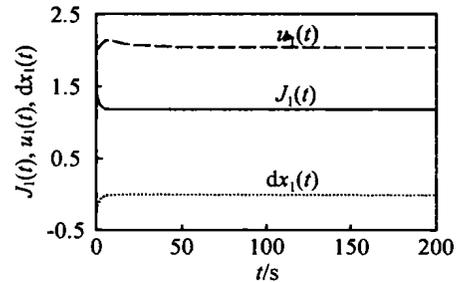


图 2 竞争者 1 的仿真结果

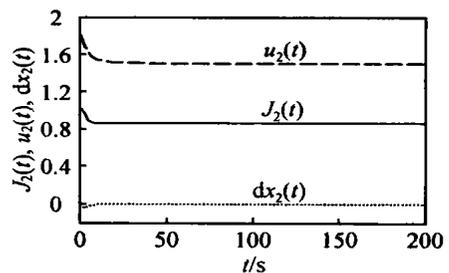


图 3 竞争者 2 的仿真结果

在图 2 和图 3 中, 实线表示两个竞争者的代价函数 $J_1(t)$ 和 $J_2(t)$, 虚线表示系统的两个输出控制量 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$, 同时也表示了两个值 $\theta_1(t)$ 和 $\theta_2(t)$, 点划线表示系统状态变量的微分信号 $\dot{x}_1(t)$ 和 $\dot{x}_2(t)$. 通过仿真结果可明显地看出, 利用退火回归神经网络极值搜索算法能使系统迅速收敛到其纳什均衡解 $\theta^* = [2.143, \theta_2^* = 1.429]$ 同时通过对比文献[4, 9]的仿真结果可知, 该算法有效地解决了一

般极值搜索算法中存在的系统输出“颤动”现象和控制量的来回切换问题, 极大地改善了系统的动态性能

6 结 语

利用退火回归神经网络极值搜索算法实现了在代价函数不满足算法要求或者不能严格知晓代价函数的数学表达形式的情况下, 求解出 n 人非合作的动态博弈问题的纳什均衡解, 同时将退火回归神经网络与极值搜索算法相结合, 摒弃了一般极值搜索算法所采用的正弦激励信号, 从而解决了原始算法中存在的输出量“颤动”现象和控制量来回切换问题, 拓宽了极值搜索算法的应用范围。该解算方法设计简单, 对于求解 n 人非合作的动态博弈问题的纳什均衡解具有较强的实际指导意义。

参考文献(References)

- [1] Basar T. *Dynamic Noncooperative Game Theory* [M]. Philadelphia: SIAM, 1999.
- [2] Um it Ozguner, Perkins W. A Series Solution to the Nash Strategy for Large Scale Interconnected System [J]. *Automatica*, 1977, 13(2): 313-315.
- [3] Basar T. Equilibrium Solution in Two-person Quadratic Decision Problems with Static Information Structures [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1975, 20(3): 320-328.
- [4] Moschini G C. Nash Equilibrium in Strictly Competitive Game: Live Play in Soccer[J]. *Economics Letters*, 2004, (85): 365-371.
- [5] Wang H H, Yueng S, Krstic M. Experimental Application of Extremum Seeking on an Axial-flow Compressor [A]. *Proc of the American Control Conf* [C]. Philadelphia, 1998: 1989-1993.
- [6] Krstic M, Wang H. Design and Stability Analysis of Extremum Seeking Feedback for General Nonlinear Systems [A]. *Proc of the 36th Conf on Decision and Control* [C]. San Diego, 1997: 1743-1748.
- [7] 郑大钟. *线性系统理论* [M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.
(Zheng D Z. *Linear Systems Theory* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1990.)
- [8] Tang W S, Wang J. A Recurrent Neural Network for Minimum Infinity-norm Kinematic Control of Redundant Manipulators with an Improved Problem Formulation and Reduced Architecture Complexity [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 2001, 31(1): 98-105.
- [9] Pan Y, Ozguner U, Acanman T. Stability and Performance Improvement of Extremum Seeking Control with Sliding Mode [J]. *Control*, 2003, 76(3): 968-985.
- [8] Zhou X X, Liang J. Nonlinear Adaptive Control of TC-SC to Improve the Performance of Power Systems [J]. *IEE Proc Gener Trans Distrib*, 1999, 146(3): 301-305.
- [9] Gan D, Qu Z, Cai H. Multimachine Power System Excitation Control Design via Theories of Feedback Linearization Control and Nonlinear Robust Control [J]. *Int J of System Science*, 2000, 31(4): 519-527.
- [10] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P. *Nonlinear and Adaptive Control Design* [M]. New York: John Wiley & Sons, 1995.
- [11] Li W L, Jing Y W, Dimirovski G M, et al. Nonlinear Robust Control Based on Adaptive Backstepping Design for Thyristor Controlled Series Compensation [A]. *IEEE CCA '03 Conf* [C]. Turkey, 2003.
- [12] Astolfi A, Ortega R. Immersion and Invariance: A New Tool for Stabilization and Adaptive Control of Nonlinear Systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(4): 590-606.
- [13] Karagiannis D, Astolfi A. Nonlinear Adaptive Control of Systems in Feedback Form: An Alternative to Adaptive Backstepping [A]. *IFAC Symposium on Large Scale Systems* [C]. Osaka, 2004: 71-76.
- [14] Hingorani N G, G Yuyi L. *Understanding FACTS* [M]. New York: IEEE Press, 2000.
- [15] Ortega R, Astolfi A, Barabanov N. Nonlinear PI Control of Uncertain Systems: An Alternative to Parameter Adaptation [J]. *Systems and Control Letters*, 2002, 47(3): 259-278.

(上接第 1166 页)