

文章编号: 1001-0920(2006)10-1172-05

## 鲁棒最优随机时滞滤波器的频域设计方法

王晓军, 邵惠鹤

(上海交通大学 自动化系, 上海 200240)

**摘要:** 采用频域的零点配置方法, 通过在系统极点附近配置多个滤波器零点设计强鲁棒性的多峰极不灵敏 (ED) 最优随机时滞滤波器。此外通过考虑系统的阻尼变化, 设计了对频率和阻尼误差均有较强鲁棒性的完全不灵敏最优随机时滞滤波器。该设计方法简单实用, 在桥式起重机防摆控制中的应用证明了该方法的良好性能, 与基本的时滞滤波器进行比较, 该方法设计的鲁棒时滞滤波器能更有效地抑制负载的残留振荡, 对绳长变化具有更好的鲁棒性。

**关键词:** 最优随机时滞滤波器 (OATF); 残留振荡; 桥式起重机

中图分类号: TP271

文献标识码: A

## Design of Robust Optimal Arbitrary Time-delay Filter in the Frequency Domain

WANG Xiaojun, SHAO Huihe

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China. Correspondent: WANG Xiaojun, E-mail: xjwang@sjtu.edu.cn)

**Abstract:** Zero placement method in the frequency domain is utilized to design robust multi-hump ED optimal arbitrary time-delay filter (OATF) by placing two or more filter zeros nearby the system poles. A total insensitive OATF can be also achieved if the problem of insensitivity to damping errors is considered. This design strategy is easier to derive and implement. Application in the anti-swing control of overhead cranes verifies the fine performance of this strategy. Compared with the basic OATF, the proposed new OATF produces better suppression of the load vibrations, which is more robust to the variation of the cable length.

**Key words:** Optimal arbitrary time-delay filter (OATF); Residual vibration; Overhead crane

### 1 引言

轻型柔性机械在进行定位操作时, 很容易产生较大的残留振荡。为了抑制这种残留振荡, 提高定位精度和效率, 常用的控制方案可归为两类: 闭环反馈控制和开环前馈控制。虽然闭环控制的稳定性和鲁棒性较强, 但算法设计相对较为复杂且应用较少<sup>[1]</sup>。前馈控制算法简单、易于执行, 而且与闭环控制并行设计更能大幅提高系统的控制性能, 所以柔性系统的前馈控制同样得到了人们的广泛关注<sup>[2]</sup>。

作为一种前馈方案, 输入整形是将期望的系统输入和包含于输入整形器的一系列脉冲序列进行卷

积, 产生一个整形的输入来驱动系统<sup>[3]</sup>。在 Singer 等人<sup>[3]</sup>提出的时域输入整形器设计的基础上, Singhoose 等人<sup>[4,5]</sup>利用矢量图方法设计了极不灵敏 (ED) 以及多峰 EI 输入整形器, 提高了对模型误差的鲁棒性。而自适应整形器的设计是为了在较短的整形器时间长度下获得较好的对参数变化的鲁棒性能, 提高作业效率<sup>[6]</sup>。然而, 无论是时域设计方法还是鲁棒性更好的矢量图方法以及自适应输入整形技术, 设计过程都较为复杂, 而且随着整形器鲁棒性的提高, 设计将更为繁琐。研究表明, 输入整形的频域设计是一种更为简单有效的设计方案<sup>[7,8]</sup>。

此外, Magee 等人<sup>[9]</sup>提出了一种最优随机时滞

收稿日期: 2005-07-19; 修回日期: 2005-10-12

基金项目: 国家 863 计划项目 (2002AA 412010)。

作者简介: 王晓军 (1978—), 男, 河北秦皇岛人, 博士生, 从事过程建模与控制、智能控制等研究; 邵惠鹤 (1936—), 男, 浙江宁波人, 教授, 博士生导师, 从事工业工程优化控制与智能控制等研究。

滤波器来消除柔性系统的残留振荡 该方法的优势在于其时滞时间可以任意选定, 不依赖于系统参数 然而这种方法对建模误差的鲁棒性不强, 影响了实际应用 在此基础上, 文献[10]进一步研究了最优随机时滞滤波器(OATF)的鲁棒性, 提出在系统极点处配置多重滤波器零点可以提高系统的鲁棒性

为了进一步解决基本OATF的鲁棒性问题, 本文利用频域的零点配置方法设计鲁棒性更强的新的OATF. 通过在系统极点附近配置多个滤波器零点设计鲁棒性更强的多峰EI最优随机时滞滤波器 此外, 通过考虑系统阻尼的变化设计了对频率和阻尼误差均有较强鲁棒性的完全不灵敏OATF, 设计方法简单实用且易于理解 在桥式起重机防摆控制中的应用验证了该方法的有效性

## 2 频域设计鲁棒OATF

文献[4, 5]指出, 有着相同的整形器长度, 极不灵敏(EI)类整形器比零振荡和微分(ZVD)类整形器对频率变化的鲁棒性更强 下面通过零点配置方法来设计基于EI类整形器零点配置的鲁棒OATF.

### 2.1 基于多峰EI的OATF设计

多峰EIOATF的设计是保持阻尼 $\zeta$ 不变, 在模型频率 $\omega$ 两侧配置多个滤波器零点 例如, 可以在模型频率两侧配置两个零点

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega + \frac{\omega - \omega_0}{N}, \\ \omega_2 &= \omega - \frac{\omega - \omega_0}{N}, \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $N$  是一个正整数,  $\omega_0$  和  $\omega$  分别为系统频率的初始值和终端值

相应的零点的  $Z$  域形式为

$$\begin{aligned} z_1 &= e^{-\zeta\omega_1 T} e^{j\omega_1 \sqrt{1-\zeta^2} T}, \\ z_1^* &= e^{-\zeta\omega_1 T} e^{-j\omega_1 \sqrt{1-\zeta^2} T}, \\ z_2 &= e^{-\zeta\omega_2 T} e^{j\omega_2 \sqrt{1-\zeta^2} T}, \\ z_2^* &= e^{-\zeta\omega_2 T} e^{-j\omega_2 \sqrt{1-\zeta^2} T}. \end{aligned} \quad (2)$$

多重零点可以提高整形器的鲁棒性<sup>[7]</sup>; 同时设计的滤波器的零点和极点应尽量少, 滤波器的零点位于原点, 这样没有分母动态, 所以滤波器在  $z = 0$  处有与零点个数相同的极点<sup>[8]</sup>. 基于上述原则设计的时滞滤波器方程为

$$F(z) = \frac{C}{z^m} (z - z_1)^{m_1} (z - z_1^*)^{m_1} \times (z - z_2)^{m_2} (z - z_2^*)^{m_2}, \quad (3)$$

式中:  $m = 2m_1 + 2m_2$ ;  $m_1$  和  $m_2$  是配置的零点的鲁棒性阶次;  $C$  为归一化因子, 是为了设计滤波器使滤波的输入和未滤波的输入具有相同的系统输出值

对式(3)进一步整理, 并根据  $Z$  反变换公式, 可得到如下的脉冲序列形式:

$$f(t) = C(\delta(t) + a_1\delta(t-T) + a_2\delta(t-2T) + \dots + a_m\delta(t-mT)), \quad (4)$$

式中:  $T$  为时滞时间;  $a_1 \sim a_m$  为脉冲系数, 是时滞时间  $T$  的函数

在式(3)的基础上, 令  $m_1 = m_2 = 1$ , 即配置单重零点便可得到基于EI的OATF. 式(4)中EIOATF的脉冲系数为

$$a_1 = -2e^{-\zeta\omega_1 T} \cos(\omega_1 T) - 2e^{-\zeta\omega_2 T} \cos(\omega_2 T), \quad (5)$$

$$a_2 = e^{-2\zeta\omega_1 T} + e^{-2\zeta\omega_2 T} + 4e^{-\zeta(\omega_1 + \omega_2) T} \cos(\omega_1 T) \cos(\omega_2 T),$$

$$a_3 = -2e^{-3\zeta\omega_1 T} \cos(\omega_1 T) - 2e^{-3\zeta\omega_2 T} \cos(\omega_2 T), \quad (6)$$

$$a_4 = e^{-2\zeta(\omega_1 + \omega_2) T}, \quad C = 1/(1 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4), \quad (7)$$

式中

$$\omega_{n1} = \omega \sqrt{1 - \zeta^2}, \omega_{n2} = \omega \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (8)$$

进一步不难得出EIOATF的零点分布为

$$\begin{aligned} s_1 &= -\zeta\omega \pm j(\omega_{n1} \pm \frac{2n\pi}{T}), \\ s_2 &= -\zeta\omega \pm j(\omega_{n2} \pm \frac{2n\pi}{T}). \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)表明, 与基本的OATF<sup>[9]</sup>相似, 不管时滞时间  $T$  的大小, EIOATF 配置的一系列零点在  $n = 0$  时总能在系统极点的两侧配置两个零点 这一点等效于EI输入整形器的零点配置 可以说EIOATF的实质是基于频域的EI输入整形器的零点配置

通过保持 $\zeta$ 不变, 在系统零点附近配置多个滤波器零点, 很容易将这种EIOATF的设计扩展到鲁棒性更强的基于多峰EI的OATF. 本节设计的鲁棒OATF对建模误差的鲁棒性将在仿真算例中具体予以分析

### 2.2 完全不灵敏OATF设计

上节多峰EIOATF的设计中要始终保持系统阻尼不变 本节将考虑系统阻尼的变化, 设计对频率误差和阻尼误差均有较好鲁棒性的完全不灵敏OATF.

在上节EIOATF设计的基础上, 可以在系统建模阻尼值的附近配置多个零点来提高滤波器的鲁棒性 首先, 根据上节所述步骤, 保持阻尼 $\zeta$ 不变, 在模型频率 $\omega$ 两侧 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ 处分别配置零点1, 2, 如式(1)所示 然后, 保持建模频率 $\omega$ 不变, 在阻尼 $\zeta$ 两侧

$\zeta_3$  和  $\zeta_4$  处配置零点, 3, 4 分别为

$$\begin{aligned} \zeta_3 &= \zeta_+ \frac{\zeta_+ - \zeta_-}{N}, \\ \zeta_4 &= \zeta_- \frac{\zeta_+ - \zeta_-}{N}, \end{aligned} \quad (10)$$

式中:  $N$  为正整数,  $\zeta_+$  和  $\zeta_-$  分别为系统阻尼的初始值和终端值

最后得到的滤波器方程为

$$\begin{aligned} F(z) &= \frac{C}{z^m} (z - z_1)^{m_1} (z - z_1^*)^{m_1} \times \\ & (z - z_2)^{m_2} (z - z_2^*)^{m_2} \times \\ & (z - z_3)^{m_3} (z - z_3^*)^{m_3} \times \\ & (z - z_4)^{m_4} (z - z_4^*)^{m_4}, \end{aligned} \quad (11)$$

式中  $m = 2m_1 + 2m_2 + 2m_3 + 2m_4$

这样得到的滤波器对频率误差和阻尼误差均有较好的鲁棒性, 可称之为完全不灵敏 OATF.

在式(11)的基础上, 令  $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 1$ , 可得出完全不灵敏 OATF 的零点分布为

$$\begin{aligned} s_1 &= -\zeta\omega \pm j(\omega\sqrt{1-\zeta^2} \pm \frac{2n\pi}{T}), \\ s_2 &= -\zeta\omega \pm j(\omega\sqrt{1-\zeta^2} \pm \frac{2n\pi}{T}), \\ s_3 &= -\zeta\omega \pm j(\omega\sqrt{1-\zeta^2} \pm \frac{2n\pi}{T}), \\ s_4 &= -\zeta\omega \pm j(\omega\sqrt{1-\zeta^2} \pm \frac{2n\pi}{T}). \end{aligned} \quad (12)$$

与 EIOATF 类似, 式(12)中配置的一系列零点当  $n = 0$  时仍和时滞时间  $T$  无关.  $n = 0$  时的滤波器零点配置为: 保持  $\zeta$  不变, 在系统极点两侧配置了两个零点; 同时保持  $\omega$  不变, 另外在极点两侧配置了两个零点. 完全不灵敏 OATF 对建模误差的鲁棒性也将在仿真算例中具体予以分析.

### 3 仿真算例

为验证设计的滤波器的有效性, 在桥式起重机的防摆控制系统上进行应用研究.

通过对桥式起重机的数学模型线性化处理, 并以小车加速度作为系统输入, 悬绳摆角作为系统输出, 其频域形式为<sup>[11]</sup>

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{a(s)} = \frac{-1/l}{s^2 + (2l/l)s + g/l} \quad (13)$$

仿真中, 假设小车运行距离  $x_M = 6$  m, 初始绳长  $l_0 = 12$  m, 提升后最短绳长  $l_f = 6$  m. 小车运行和负载提升的最大速度均为  $0.2$  m/s, 小车和提升的最大加速均为  $0.1$  m/s<sup>2</sup>. 仿真中, 小车运行和负载提升的参考速度均为以上述数值额定运行的时间最优梯形速度曲线<sup>[11]</sup>.

### 3.1 多峰 EI 型 OATF 的设计

以平均频率和初始阻尼值作为建模数值

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{2}(\omega_+ + \omega_-) = \\ & \frac{1}{2}(\sqrt{g/l_0} + \sqrt{g/l_f}) = 1.0909, \\ \zeta &= \zeta_+ = \zeta_- = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

在  $\omega$  两侧取零点  $\omega_+ = 0.9973$ ,  $\omega_- = 1.1844$ , 并配置单重零点, 按 2.1 节步骤便可得到 EIOATF 的脉冲序列形式

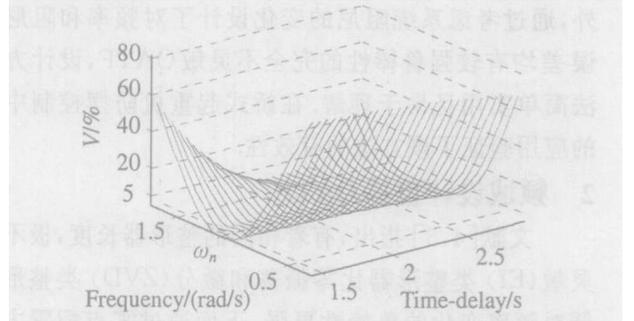


图 1 EIOATF 的灵敏度曲线

EIOATF 的三维灵敏度曲线如图 1 所示, 其中百分比振荡幅值是系统实际频率和时滞时间的函数. 从图中可以看出, 滤波器的频率不灵敏性随着时滞时间的变化而变化. 随着  $T$  的变化其脉冲系数可正可负, 考虑到负值脉冲易导致控制驱动产生溢出, 所以脉冲系数一般取正值. 本例中, 当  $T = 1.44$  s 时能够保证脉冲系数为正. 特别地, 当  $T = 1.44$  s 时, EIOATF 转化为 Singhose 的 EI 输入整形器<sup>[4]</sup>, 即

$$f(t) = 0.2546\delta(t) + 0.4908\delta(t - 2.88) + 0.2546\delta(t - 5.76). \quad (15)$$

随着  $T$  的增加, 灵敏度曲线将变为不对称, 向着高频方向倾斜, 同时对频率变化的鲁棒性也增强. 这种情况较适合于运行中系统频率单方向增大的柔性系统. 当  $T$  增大到  $2.88$  s 时滤波器的鲁棒性更强, 相当于在  $T = 1.44$  的基础上配置了双重零点.

作为比较, 图 2 给出了基本 OATF 的灵敏度曲线; 图 3 则给出了文献[10]的  $n = 2$  时的鲁棒 OATF 的灵敏度曲线.

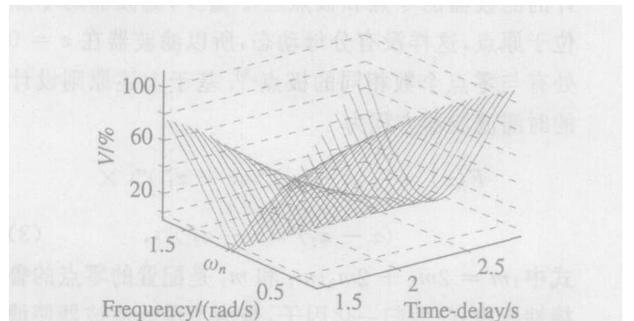


图 2 基本 OATF 的灵敏度曲线

图 2 中, 正幅值的时滞时间条件为  $T = \pi/(2\omega)$ . 当  $T = \pi/(2\omega) = 1.44$  s 时, 基本的 OATF 转换为 Singer 的 ZV 整形器, 即

$$f(t) = 0.5\delta(t) + 0.5\delta(t - 2.88); \quad (16)$$

而当  $T = \pi/\omega = 2.88$  s 时, 则会产生 Singer 的 ZVD 整形器

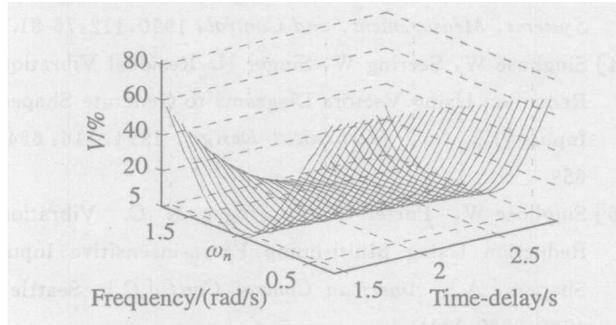


图 3 文献[10]的 OATF 的灵敏度曲线

图 3 中, 正幅值的时滞时间条件仍为  $T = \pi/(2\omega)$ . 当  $T = \pi/(2\omega) = 1.44$  s 时, 此时的 OATF 转换为 Singer 的 ZVD 整形器, 即

$$f(t) = 0.25\delta(t) + 0.50\delta(t - 2.88) + 0.25\delta(t - 5.76); \quad (17)$$

而随  $T$  的增大, 当  $T = \pi/\omega = 2.88$  s 时, 则会产生 Singer 的 ZVDDD 整形器, 鲁棒性进一步增强

为了更清楚地比较 3 种 OATF 的鲁棒性, 图 4 给出了  $T = 1.44$  s 时满足正幅值脉冲系数条件下的基本 OATF (曲线 1)、文献[10]的 OATF (曲线 2) 和 EIOATF (曲线 3) 的频率灵敏度曲线。从图中可以看出, 此时基本 OATF 的鲁棒性最差, 同时时间长度最短 (式(16)), 与文献[3]的结论相同。在相同的滤波器时间长度前提下 (式(15) 和式(17)), EIOATF 对频率误差的鲁棒性明显强于文献[10]的 OATF。

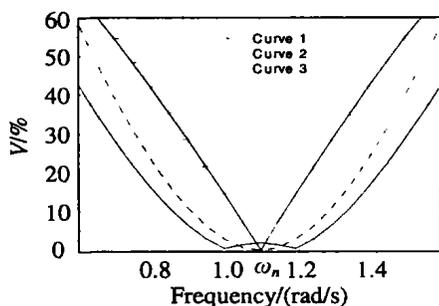


图 4 频率灵敏度曲线比较

此外, 对比图 1 ~ 3 可以看出, 随着时滞时间  $T$  的逐渐增加 (从  $T = 1.44$  s 开始), 3 者的灵敏度曲线都将向高频方向倾斜, 同时对频率变化的鲁棒性也都逐渐增强

如 2.1 节所述, EIOATF 的设计很容易扩展到

多峰 EIOATF. 在极点附近配置 3 个零点  $\omega = \omega_1, \omega_2 = (\omega_1 + \omega_3)/2, \omega_3 = \omega_1$ , 则将得到鲁棒性更强的双峰 EIOATF. 其灵敏度曲线类似于 EIOATF, 这里不再赘述. 正幅值的约束条件仍为  $T = 1.44$  s. 特别地, 当  $T = 1.44$  s 时便可得到 Singhose 的双峰 EI 输入整形器<sup>[5]</sup>, 即

$$f(t) = 0.1345\delta(t) + 0.3655\delta(t - 2.88) + 0.3655\delta(t - 5.76) + 0.1345\delta(t - 8.64). \quad (18)$$

### 3.2 完全不灵敏 OATF 的设计

由式(13)可知, 负载提升时,  $dl/dt$  不为零, 系统的阻尼随绳长的变化而变化. 当负载从 12 m 提升到 6 m 时, 阻尼的变化范围为  $-0.0256 < \zeta < 0$

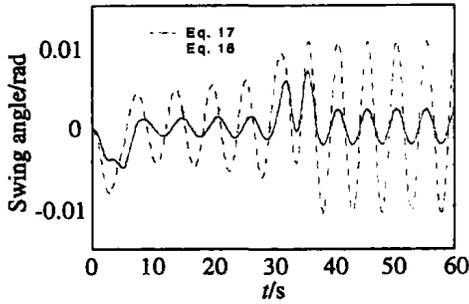
首先根据 2.2 节步骤, 保持阻尼  $\zeta = 0$  不变, 在模型频率两侧取  $\omega_1 = 0.9973, \omega_2 = 1.1844$ , 配置零点 1 和 2; 然后保持频率  $\omega_3 = 1.0909$  不变, 在  $\zeta = -0.0128$  处配置零点 3, 便可得到对频率和阻尼误差均有较好鲁棒性的完全不灵敏 OATF. 此时正幅值的条件变为  $T = 1.45$  s. 当  $T = 1.45$  s 时即为完全不灵敏输入整形器. 这时的时滞时间不同于 EI OATF 和双峰 EIOATF, 是由于此时考虑了系统的阻尼变化的缘故. 最后得出的完全不灵敏输入整形器为

$$f(t) = 0.1247\delta(t) + 0.3703\delta(t - 2.9) + 0.3751\delta(t - 5.8) + 0.1299\delta(t - 8.7). \quad (19)$$

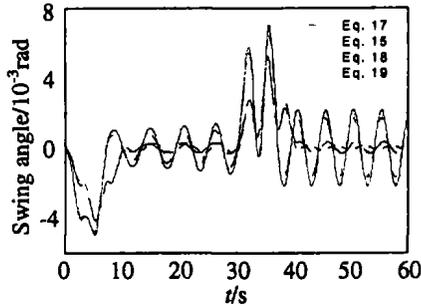
从式(15) ~ (19)可以看出, OATF 的时间  $T$  可任意选择, 较为灵活, 而输入整形器则是满足正幅值条件下取最小时滞时间的 OATF 的特例

为进一步验证所设计的 OATF 的有效性能, 下面分别将式(15) ~ (19)应用到桥式起重机的防摆控制中.

图 5 给出了小车运行 6 m, 负载从 12 m 提升到 6 m 时, 上述滤波器分别作用下的负载摆动情况. 可以看出, 防摆效果由好到弱的顺序为式(19), (18), (15), (17) 和 (16). 可见本文所设计的完全不灵敏 OATF, 双峰 EIOATF 和 EIOATF 比文献[10]的 OATF 和基本 OATF 更好地抑制了起重机负载的残留振荡, 对绳长变化的鲁棒性更强. 其中基本的 OATF 对频率变化的鲁棒性最差; 而完全不灵敏 OATF 的效果最好, 把负载的残留振荡减小到了一个很小的幅值, 但这种鲁棒性的提高也不是没有代价的. 对比式(15) ~ (19)可以看出, 整形器的时间长度也逐渐增大



(a) 式(16), (17)



(b) 式(15), (17), (18), (19)

图5 考虑负载提升时的负载摆角比较

#### 4 结 论

本文利用频域的零点配置方法来设计强鲁棒性的最优随机时滞滤波器(OATF). 不同于基本的OATF的本质是在系统极点上配置零点, 本文通过在系统极点附近配置多个滤波器零点设计出鲁棒性更强的EI及多峰EI最优随机时滞滤波器和对频率和阻尼误差均有较好鲁棒性的完全不灵敏OATF. 研究表明, 文献[4, 5]提出的EI及多峰EI整形器是本文设计的EI及多峰EI最优随机时滞滤波器的特例. 在桥式起重机防摆控制中的应用证明了该方法的良好性能, 基于该方法设计的鲁棒时滞滤波器能更有效地抑制负载的残留振荡, 对绳长变化具有更好的鲁棒性.

#### 参考文献(References)

- [1] Sharkawy A B, EL-Awady H, Moustafa K A F. Stable Fuzzy Control for a Class of Nonlinear System [J]. *Trans of the Institute of Measurement and Control*, 2003, 25(3): 265-278
- [2] Singhose W, Biediger E O, Chen Y. Reference Command Shaping Using Specified-negative-amplitude Input Shapers for Vibration Reduction [J]. *J of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2004, 126: 210-214
- [3] Singer N C, Seering W P. Preshaping Command Inputs to Reduce System Vibration [J]. *J of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1990, 112: 76-81.
- [4] Singhose W, Seering W, Singer N. Residual Vibration Reduction Using Vectors Diagrams to Generate Shaped Inputs [J]. *J of Mechanical Design*, 1994, 116: 654-659
- [5] Singhose W, Porter L J, Singer N C. Vibration Reduction Using Multi-hump Extra-insensitive Input Shapers [A]. *American Control Conf [C]*. Seattle, 1995: 3830-3834
- [6] Cutforth C F, Pao L Y. Adaptive Input Shaping for Maneuvering Flexible Structures [J]. *Automatica*, 2004, 40: 685-693
- [7] Bhat S P, Miu D K. Precise Point to Point Positioning Control of Flexible Structure [J]. *ASME J of Dynamic System, Measurement, and Control*, 1990, 112(4): 667-674
- [8] Tuttle T D, Seering W P. A Zero-placement Technology for Designing Shaped Inputs to Suppress Multiple-mode Vibration [A]. *American Control Conf [C]*. Baltimore, 1994: 2533-2537.
- [9] Magee D P, Book W J. Optimal Filtering to Minimize the Elastic Behavior in Serial Link Manipulators [A]. *American Control Conf [C]*. Philadelphia, 1998: 2637-2642
- [10] 梁春燕, 谢剑英. 一种消除残留振荡的最优随机时滞滤波器[J]. *上海交通大学学报*, 2000, 34(13): 1645-1648 (Liang C C, Xie J Y. Optimal Arbitrary Time-delay Filter to Cancel Residual Vibration [J]. *J of Shanghai Jiaotong University*, 2000, 34(13): 1645-1648)
- [11] Singhose W, Porter L, Kenison M, et al. Effects of Hoisting on the Input Shaping Control of Gantry Cranes [J]. *Control Engineering Practice*, 2000, 8: 1159-1165