

文章编号: 1001-0920(2006)10-1177-04

二维切换系统指数镇定问题研究

丛 岫¹, 费吉庆², 费树岷¹

(1 东南大学 自动化研究所, 南京 210096; 2 中国电子科技集团公司 第 28 研究所, 南京 210000)

摘 要: 对于由两个不稳定的线性时不变子系统构成的二维切换系统, 利用逐段光滑 Lyapunov 函数方法研究其指数镇定问题. 通过切换面及相应 Lyapunov 函数的适当参数化, 导出了关于可指数镇定性的代数判据, 由此得到切换面及 Lyapunov 函数的求解方法. 算例验证了该理论的灵活性与有效性.

关键词: 切换系统; 指数镇定; 参数化; 逐段光滑 Lyapunov 函数

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Exponential Stabilization of Second-order Switched Systems

CON G Shen¹, FEI Li-qing², FEI Shu-min¹

(1. Research Institute of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China; 2 The 28th Research Institute, China Electronics Technology Group Corporation, Nanjing 210000, China Correspondent: CONG Shen, E-mail: shen-tsong@163.com)

Abstract: Piecewise smooth Lyapunov function is employed to investigate the exponential stabilization of a second-order switched system composed of two unstable LTI subsystems. Based on the proper parameterization of switching surfaces and corresponding Lyapunov function, an algebraic criterion of the exponential stabilizability is deduced, from which the switching surface and Lyapunov function are explicitly formulated. An illustrative example is given to demonstrate the flexibility and effectiveness of the proposed approach.

Key words: Switched systems; Exponential stabilization; Parameterization; Piecewise smooth Lyapunov function

1 引 言

切换系统镇定问题是近 10 年来控制理论领域的研究热点. 这一问题的研究推动了动力系统稳定性理论与 Lyapunov 方法的发展, 揭示出自然界中可能存在的复杂动力学行为; 拓宽了 Lyapunov 方法的理论框架及其适用范围; 丰富了 Lyapunov 函数的构造方式. 较之一般的高维系统, 由于其几何直观性, 对于二维切换系统镇定问题的认识更为深入, 研究方法也较为丰富, 大体可归结为微分方程定性理论(几何方法)^[1-3]与 Lyapunov 函数方法^[4,5].

几何方法的主要思想是通过提取系统特征值结构(结点, 鞍点, 焦点)的信息, 研究各种特征值组合方式下二维切换系统的可镇定性及镇定切换控制的

构造^[1,2]. 几何方法物理意义清晰, 易于论证可镇定性的必要条件; 但缺少统一的可镇定性判据, 难以一致地估计状态收敛率, 因此通常只能推证系统具有可渐近镇定性, 并且结论不具备鲁棒性, 因为矩阵参数的摄动对于特征值结构的影响是难以刻画与分析的. 可二次镇定性为线性系统二次型 Lyapunov 函数方法对于切换系统的直接推广, 较之几何方法, 其具有形式上统一的可镇定性判据与鲁棒性, 但仅就二维切换系统而言, 可二次镇定性条件比较苛刻, 欠缺灵活性, 下文将推证其固有的局限性.

本文将切换面视为控制器, 引入与之相应的逐段连续可微的 Lyapunov 函数^[6], 通过适当的参数化, 将镇定切换控制存在性判别与构造问题转化为

收稿日期: 2005-07-19; 修回日期: 2006-01-23

基金项目: 国家自然科学基金项目(60574006).

作者简介: 丛岫(1976—), 男, 哈尔滨人, 博士生, 从事切换系统与时滞系统稳定性研究, 费树岷(1961—), 男, 安徽宣城人, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统与切换系统稳定性研究.

关于参数存在性检验的代数判据 算例说明,对于不可二次镇定的系统,仍然存在切换控制使之指数镇定 文中 D^+ 表示实值连续函数右导数算子.

2 初步结果

本文在Lyapunov方法的框架下研究二维切换系统的指数镇定问题 设 $A_1, A_2 \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 均为非Hurwitz稳定矩阵,由其构成的切换系统描述为

$$\dot{x}(t) = A_{s(x,t)}x(t), t \geq 0, x \in \mathbf{R}^2, \quad (1)$$

其中 $s: \mathbf{R}^2 \times [0, \infty) \rightarrow \{1, 2\}$ 为切换控制

定义 1 系统(1)称为可全局渐近镇定,如果存在切换控制 $s(t, x(t)), t \geq 0$,使得 $\forall x(0) \in \mathbf{R}^2$,系统(1)的解轨线满足 $\|x(t)\| \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$.

定义 2 系统(1)称为可全局指数镇定,如果存在切换控制 $s(t, x(t)), t \geq 0$,使得系统(1)的解轨线满足 $\|x(t)\| < \eta \|x(0)\| e^{-\beta t}, \eta \geq 1, \beta > 0, t \geq 0$.

定义 3 系统(1)称为可二次镇定,如果存在对称正定矩阵 $W \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$,使得 $\mathbf{R}^2 \setminus \{0\} = \Omega_1 \cup \Omega_2$,其中

$$\Omega_i = \{x \in \mathbf{R}^2 \mid x^T (A_i W + W A_i) x < 0\}, i = 1, 2$$

引理 1^[7] 矩阵 $A \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 为Hurwitz稳定矩阵当且仅当 $\det(A) > 0, \text{tr}(A) < 0$

引理 2^[8] 系统(1)可二次镇定,当且仅当存在非负数 $0 < \delta < 1$,使得 $\delta A_1 + (1 - \delta)A_2$ 为Hurwitz稳定矩阵

定理 1 系统(1)可二次镇定,仅当 4 个特征值 $\lambda(A_1), \lambda(A_2)$ 至少其中之一位于复平面的开左半平面

证明 反证法 若 $\lambda(A_1), \lambda(A_2)$ 均位于复平面的右半闭平面,则 $\text{tr}(A_1) > 0, \text{tr}(A_2) > 0$ 同时成立,因而不可能存在 $0 < \delta < 1$,使得 $\delta \text{tr}(A_1) + (1 - \delta) \text{tr}(A_2) < 0$,结合引理 1 与引理 2,结论得证

3 主要结果

如果从几何观点刻画子系统在镇定切换控制驱动下的依次作用,则表征为相平面被剖分为相互交错的区域,这些区域的几何性质由对应子系统的特征所决定,从而切换系统可镇定性问题归结为这种剖分的存在性与稳定性检验 定义 3 中可二次镇定性即根据几何观点表述的 过原点的两条直线所界定的对角锥形区域是较为直观与灵活的剖分方式,几何方法的研究结论表明,对于可渐近镇定性,这种剖分具有足够的一般性 考虑 $\Pi_i: S_i x = 0, i = 1, 2, x \in \mathbf{R}^2$,以其为切换面所触发的切换控制为

$$s(t, x(t)) = \begin{cases} 1, s(t) = 2, S_{1x}(t) = 0; \\ 2, s(t) = 1, S_{2x}(t) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

那么指数镇定问题归结为确定切换面的位置,并验

证系统(1)在切换控制(2)驱动下指数稳定

图 1 说明了利用参数 $a > 0, b > 0, \psi \in [-\pi, \pi]$ 确定切换面 $\Pi_i (i = 1, 2)$ 位置的过程

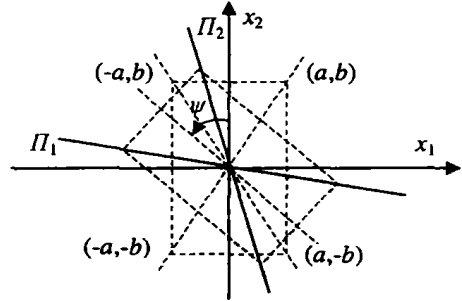


图 1 切换面参数化

$$\text{设 } L_1 = \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} -\sin \psi \\ \cos \psi \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix},$$

则 $L = L^{-1}$. 切换面的参数化方程为

$$\begin{aligned} \Pi_1: S_{1x} = 0, S_1 &= L \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix}, \\ \Pi_2: S_{2x} = 0, S_2 &= L \begin{bmatrix} -b \\ a \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

相应的对角锥形剖分定义为

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \{x \in \mathbf{R}^2 \mid S_{1x} < 0, S_{2x} > 0\}, \\ \Omega_2 &= \{x \in \mathbf{R}^2 \mid S_{1x} > 0, S_{2x} < 0\}, \end{aligned} \quad (4)$$

那么切换控制(2)的等价描述为

$$s(t, x(t)) = \begin{cases} 1, x(t) \in \Omega_1; \\ 2, x(t) \in \Omega_2 \end{cases} \quad (5)$$

设 $\xi = Lx, \tilde{\Omega}_1 = \{\xi \in \mathbf{R}^2 \mid b^2 \xi_1^2 - a^2 \xi_2^2 < 0\}, \tilde{\Omega}_2 = \{\xi \in \mathbf{R}^2 \mid -b^2 \xi_1^2 + a^2 \xi_2^2 < 0\}$,则 $x \in \Omega_i, \tilde{\Omega}_i = \mathbf{R}^2$: 区域(4)几何性质的等价刻画如下:

引理 3 给定对称矩阵

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_1 &= -\tilde{Q}_2 = \text{diag}\{b^2 - a^2\}, \\ Q_1 &= -Q_2 = \frac{1}{2} [S_1 S_2 + S_2 S_1] = L \tilde{Q} L, \end{aligned}$$

则 $x \in \Omega_i, i = 1, 2$ 分别等价于:

1) $\xi \in \tilde{\Omega}_i$; 2) $x^T Q_i x < 0$; 3) $\xi^T \tilde{Q}_i \xi < 0$;

并且 $x \in \Omega_1 \cup \Omega_2$ 分别等价于:

1) $\xi \in \tilde{\Omega}_1 \cup \tilde{\Omega}_2$; 2) $x^T Q_i x = \xi^T \tilde{Q}_i \xi = 0, i = 1, 2$

引理 4(S-p procedure^[9]) 设 $G(x), H(x), x \in \mathbf{R}^n$ 为二次型函数,那么下列命题相互等价:

1) $G(x) < 0, \forall x \in \{y \in \mathbf{R}^n \mid H(y) = 0\}$;
2) 存在 $\lambda > 0$,使得 $G(x) - \lambda H(x) < 0, \forall x \in \mathbf{R}^n$.

定理 2

如果存在 $k > 0, \psi \in [-\pi, \pi]$,使得下

述三角函数不等式同时成立:

$$L_2 A_2 L_2 < 0, \tag{6a}$$

$$L_1 A_1 L_1 < 0, \tag{6b}$$

$$-k(L_2 A_2 L_1)^{-1}(L_1 A_1 L_2)(L_2 A_2 L_2) < - (L_2 A_2 L_2), \tag{6c}$$

$$- (L_1 A_1 L_2)^{-1}(L_2 A_2 L_1)(L_1 A_1 L_1) < -k(L_1 A_1 L_1), \tag{6d}$$

那么存在形如(3)的切换面,使得在切换控制(2)驱动下,系统(1)指数稳定

证明 构造逐段连续可微的正定Lyapunov函数

$$V(x) = \begin{cases} V_1(x) = x Q_1 x + x P x, & \Omega_1, \\ V_2(x) = x Q_2 x + x P x, & \Omega_2, \end{cases} \tag{7a}$$

其中 $P = L \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} L, \gamma > 0, \mu > 0$, 依据引理 3 可知

$$\min\{\gamma, \mu\} x^2 \leq V(x) \leq \max\{\gamma + b^2, \mu + a^2\} x^2, \tag{7b}$$

若 $x \in \Omega_1 \cup \Omega_2$, 则连续性条件 $V(x) = x P x$ 成立

若 $x \in \Omega_1$, 由切换策略(5)可知

$$D^+ V(x) = \dot{V}_1(x) = x(A_1 Q_1 + Q_1 A_1)x + x(A_1 P + P A_1)x, \tag{8a}$$

其中各项依据引理 3 计算如下:

$$\begin{aligned} x(A_1 Q_1 + Q_1 A_1)x &= \xi L \left\{ A_1 L \begin{bmatrix} -b^2 & 0 \\ 0 & a^2 \end{bmatrix} L + L \begin{bmatrix} -b^2 & 0 \\ 0 & a^2 \end{bmatrix} L A_1 \right\} L \xi = \\ & \xi \left\{ \begin{bmatrix} L_1 A_1 L_1 & L_1 A_1 L_2 \\ L_2 A_1 L_1 & L_2 A_1 L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b^2 & 0 \\ 0 & a^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b^2 & 0 \\ 0 & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 A_1 L_1 & L_1 A_1 L_2 \\ L_2 A_1 L_1 & L_2 A_1 L_2 \end{bmatrix} \right\} \xi = \\ & \xi \begin{bmatrix} -b^2 L_1(A_1 + A_1)L_1 & a^2 L_1 A_1 L_2 - b^2 L_1 A_1 L_2 \\ -b^2 L_2 A_1 L_1 + a^2 L_2 A_1 L_1 & a^2 L_2(A_1 + A_1)L_2 \end{bmatrix} \xi, \end{aligned} \tag{8b}$$

$$\begin{aligned} x(A_1 P + P A_1)x &= \xi L \left\{ A_1 L \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} L + L \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} L A_1 \right\} L \xi = \\ & \xi \begin{bmatrix} \gamma L_1(A_1 + A_1)L_1 & \gamma L_1 A_1 L_2 + \mu L_1 A_1 L_2 \\ \gamma L_2 A_1 L_1 + \mu L_2 A_1 L_1 & \mu L_2(A_1 + A_1)L_2 \end{bmatrix} \xi, \end{aligned} \tag{8c}$$

依据式(8)及 $\theta = \theta, \theta \mathbf{R}$ 推知, 若 $x \in \Omega_1$, 则

$$D^+ V(x) = 2(\gamma - b^2)L_1 A_1 L_1 \xi_1^2 + 2(a^2 + \mu)L_2 A_2 L_2 \xi_2^2 + M_1 \xi_1 \xi_2, \xi \in \tilde{\Omega}_1, \tag{9}$$

其中 $M_1 = 2(\gamma - b^2)L_1 A_1 L_2 + 2(a^2 + \mu)L_2 A_2 L_1$. 同理, 若 $x \in \Omega_2$, 则

$$D^+ V(x) = 2(\mu - a^2)L_2 A_2 L_2 \xi_2^2 + 2(\gamma + b^2)L_1 A_1 L_1 \xi_1^2 + M_2 \xi_1 \xi_2, \xi \in \tilde{\Omega}_2, \tag{10}$$

其中 $M_2 = 2(\gamma + b^2)L_2 A_2 L_1 + 2(\mu - a^2)L_1 A_1 L_2$.

设 $M_1 = M_2 = 0$, 若 $L_1 A_1 L_2 \neq 0, L_2 A_2 L_1 \neq 0$, 则有下式成立:

$$\mu - a^2 = - (L_2 A_2 L_1)^{-1}(L_1 A_1 L_2)(\gamma + b^2), \tag{11a}$$

$$\gamma - b^2 = - (L_1 A_1 L_2)^{-1}(L_2 A_2 L_1)(\mu + a^2). \tag{11b}$$

设

$$\begin{aligned} N_1 &= \text{diag}\{- (L_1 A_1 L_2)^{-1}(L_2 A_2 L_1)(L_1 A_1 L_1), (L_2 A_2 L_2)\}, \\ N_2 &= \text{diag}\{(L_2 A_2 L_2), - (L_2 A_2 L_1)^{-1}(L_1 A_1 L_2)(L_2 A_2 L_2)\}. \end{aligned} \tag{12}$$

将(11a, b)分别代入(9, 10)可知

$$D^+ V(x) = \begin{cases} 2(\mu + a^2)\xi N_1 \xi, & \tilde{\Omega}_1, x \in \Omega_1; \\ 2(\gamma + b^2)\xi N_2 \xi, & \tilde{\Omega}_2, x \in \Omega_2 \end{cases} \tag{13}$$

如果存在 $\epsilon > 0$, 使得

$$D^+ V(x) < x Q_i x - \epsilon x^2 - \epsilon x^2, x \in \Omega_i, i = 1, 2, \tag{14}$$

那么结合(7)得到

$$D^+ x(t)^2 \leq \frac{1}{\min\{\gamma, \mu\}} D^+ V(x(t)) - \frac{\epsilon}{\min\{\gamma, \mu\}} x(t)^2, t \geq 0 \tag{15}$$

依据引理 3 及(12, 13), 利用 S-procedure 推知(14)成立的充分条件为存在 $k > 0$, 使得不等式

$$N_1 - \tilde{Q}_1 < 0, k N_2 - \tilde{Q}_2 < 0 \tag{16}$$

成立. 根据(16)的严格性, 存在 $\epsilon > 0$, 使得

$$\begin{aligned} N_1 - \tilde{Q}_1 &< \frac{-\epsilon}{2(\mu + a^2)} I_2, \\ N_2 - k^{-1} \tilde{Q}_2 &< \frac{-\epsilon}{2k(\gamma + b^2)} I_2 \end{aligned} \tag{17}$$

由(17)即可推知(14)成立. 结合(12)与引理 3 推知不等式(16)等价于下述三角函数不等式:

$$\begin{aligned} L_2 A_2 L_2 &< -a^2 < 0, \\ L_1 A_1 L_1 &< -k^{-1} b^2 < 0, \\ -k(L_2 A_2 L_1)^{-1}(L_1 A_1 L_2)(L_2 A_2 L_2) &< \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 a^2 &< - (L_1 A_1 L_1), \\
 - (L_1 A_1 L_1)^{-1} (L_1 A_1 L_1) (L_1 A_1 L_1) &< \\
 b^2 &< - k (L_1 A_1 L_1). \tag{18}
 \end{aligned}$$

因此若三角函数不等式(6)成立,则参数 $a > 0, b > 0, \psi \in [-\pi, \pi]$ 可由(18)解得,镇定切换控制将随之确定,依据(15)得证指数稳定性结论

注1 若 $A_1 = A_1$, 则 $L_1 A_1 L_1 = (L_1 A_1 L_1) = L_2 A_1 L_1$, 因此式(6d)可简化为 $-(L_1 A_1 L_1) < -k(L_1 A_1 L_1)$; 类似地,若 $A_2 = A_2$, 则(6c)可简化为 $-(L_2 A_2 L_2) < -k(L_2 A_2 L_2)$.

4 例子

设子系统矩阵为

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

注2 其特征值为 $\lambda(A_1) = 0, \lambda(A_2) = \pm 1.73i$, 全部位于复平面的右半闭平面,故不存在二次镇定切换控制

相关元素计算如下:

$$\begin{aligned}
 L_1 A_1 L_1 &= \sin \psi \cos \psi, L_2 A_2 L_2 = -\sin \psi \cos \psi, \\
 L_1 A_1 L_2 &= \cos^2 \psi, L_2 A_2 L_1 = -\sin^2 \psi, \\
 L_2 A_2 L_2 &= 2 \sin^2 \psi - 1, \\
 L_1 A_1 L_1 &= 2 \cos^2 \psi - 1, \\
 L_1 A_1 L_2 &= 2 - 2 \sin \psi \cos \psi, \\
 L_2 A_2 L_1 &= -2 - 2 \sin \psi \cos \psi.
 \end{aligned}$$

依据条件(6)分别推知

$$\begin{aligned}
 \sin \psi \cos \psi &> 0, \cos^2 \psi < 0.5, \\
 k \frac{1 - \sin \psi \cos \psi}{1 + \sin \psi \cos \psi} (2 \sin^2 \psi - 1) &< \sin \psi \cos \psi, \\
 \tan^2 \psi \sin \psi \cos \psi &< k(1 - 2 \cos^2 \psi).
 \end{aligned}$$

上列不等式等价于

$$\begin{aligned}
 \tan \psi &> 1.0, \\
 k \tan^4 \psi - (k + 1) \tan^3 \psi - \\
 \tan^2 \psi + (k - 1) \tan \psi - k &< 0, \\
 \tan^3 \psi - k \tan^2 \psi + k &< 0 \tag{19}
 \end{aligned}$$

取 $k = 10$, 由不等式(19)解得 $1.058 < \tan \psi < 1.159$. 取 $\tan \psi = 1.1, \psi = 47.73^\circ$; 从而 $0.32 < a^2 < 0.498, 0.60 < b^2 < 0.95$. 取 $a^2 = 0.4, b^2 = 0.9$, 依据(11)解得 $\gamma = 1.43, \mu = 1.18$, 相应Lyapunov函数(7)为

$$V(x) = \begin{cases} x^T W_1 x, & \Omega_1, \\ x^T W_2 x, & \Omega_2, \end{cases}$$

其中

$$W_1 = \begin{bmatrix} 1.11 & -0.52 \\ -0.52 & 1.01 \end{bmatrix}, W_2 = \begin{bmatrix} 1.48 & 0.77 \\ 0.77 & 1.63 \end{bmatrix}.$$

系统(1)在切换控制(5)驱动下的状态轨线如图2

所示

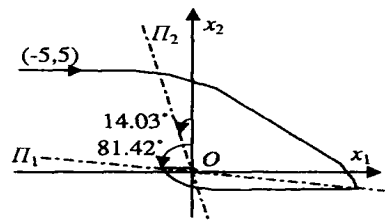


图2 镇定切换控制驱动下的状态轨线

考虑参数摄动系统: $\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ - & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \hat{A}_2 =$

$\begin{bmatrix} 1.2 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$, 在相同的镇定切换控制驱动下,其状态轨线如图3所示

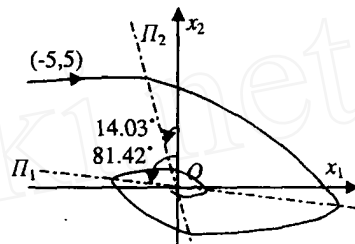


图3 镇定切换控制驱动下的摄动系统状态轨线

注3 $\lambda(A_1) = 0.05 \pm 0.31i, \lambda(A_2) = 0.1 \pm 1.67i$, 矩阵参数摄动导致特征值结构的改变,因此几何方法通常难以分析不确定性对于镇定问题结论的影响

5 结语

参数化是一种有效的控制器设计方法. 本文将切换面作为镇定控制器,通过适当的参数化,将二维切换系统可指数镇定性及相应的切换控制构造问题转化为具有统一形式的关于参数存在性检验的代数判据,从而克服了几何方法与二次镇定方法的某些局限性

参考文献(References)

[1] Hu B, Xu X, Antsaklis P J, et al. Robust Stabilizing Control Laws for a Class of Second-order Switched Systems[J]. *System and Control Letters*, 1999, 38(3): 197-207.

[2] Xu X, Antsaklis P J. Stabilization of Second-order LTI Switched Systems[J]. *Int J of Control*, 2000, 73(14): 1261-1279.

[3] Wulff K, Shorten S, Curran P, et al. On the Relationship between Matrix Pencil Eigenvalue Criteria and the Choice of Lyapunov Function for the Analysis of Second-order Switching System [A]. *Proc of American Control Conf [C]*. Anchorage, 2002: 1248-1253.

(下转第1184页)

画了控制器(21)与系统(19)互联后 w_1 的动态特性;多项式(22)刻画了控制器(21)与系统(23)互联后 w_1 的动态特性.在非零初始条件下,其响应曲线分别如图1和图2所示.

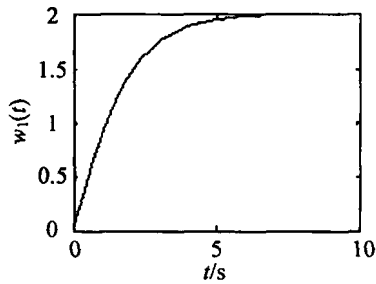


图1 系统(20)非零初始条件响应曲线

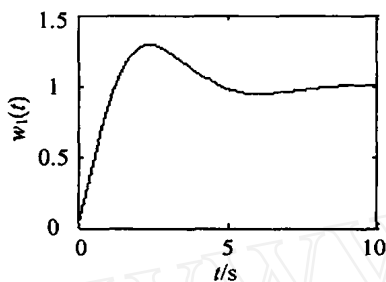


图2 系统(22)非零初始条件响应曲线

从举例及仿真曲线可以看出,利用本文方法所设计的控制器可以对多个对象同时镇定.

5 结论

本文从行为的观点研究了系统理论中的一个经典问题——同时镇定,因为控制被认为是施加在系统(外部)变量上的一个(限制)法则,这样就避免了可能因部分状态的不可观测性引进观测器而导致系统结构的复杂.以这样的方式设计的控制器事实上

能使一类(参数变化的)系统同时镇定.鲁棒控制的主要特点之一就是能处理系统参数的不确定性,故本文的设计方法从一个侧面保证了系统设计的鲁棒性.

参考文献(References)

- [1] Vidyasagar M. *Control System Synthesis: A Factorization Approach* [M]. Cambridge: MIT Press, 1985: 123-131.
- [2] Willems J C. Paradigms and Puzzles in the Theory of Dynamical System [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1991, 36(3): 259-294.
- [3] Willems J C. On Interconnection, Control, and Feedback [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(3): 326-339.
- [4] Willems J C, Trentelman H L. Synthesis of Dissipative System Using Quadratic Differential Forms, Part 1 [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(1): 53-69.
- [5] Trentelman H L, Willems J C. Synthesis of Dissipative System Using Quadratic Differential Forms, Part 2 [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(1): 70-85.
- [6] Belur M N, Trentelman H L. Stabilization, Pole Placement, and Regular Implementability [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(5): 735-744.
- [7] Van Der Schaft A J. Achievable Behavior of General System [J]. *System Control Letter*, 2003, 49(9): 141-149.
- [8] Julius A A, Willems J C, Belur M N, et al. The Canonical Controller and Regular Interconnection [J]. *System Control Letter*, 2005, 51: 253-258.
- [9] Poldeman J W, Willems J C. *Introduction to Mathematical System Theory: A Behavioral Approach* [M]. New York: Springer, 1998: 363-382.

(上接第1180页)

- [4] Cheng D. Stabilization of Planar Switched System [J]. *System and Control Letter*, 2004, 51(2): 79-88.
- [5] Paul A, Akar M, Safonov M G, et al. Necessary and Sufficient Conditions for Stability of a Class of Second-order Switched System [A]. *Proc of American Control Conf* [C]. Boston, 2004: 4561-4562.
- [6] Johansson M, Rantzer A. Computation of Piecewise Quadratic Lyapunov Functions for Hybrid Systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(4): 555-559.
- [7] 程代展, 秦化淑. 平面系统稳定性的间接方法 [J]. *控制理论与应用*, 1999, 16(5): 651-654.
- (Cheng D Z, Qin H S. Indirect Method for Stability of Plane Systems [J]. *Control Theory and Applications*, 1999, 16(5): 651-654.)
- [8] Skafidas E, Evans R J, Savkin A V, et al. Stability Results for Switched Controller Systems [J]. *Automatica*, 1999, 35(4): 553-564.
- [9] Boyd S, Ghaoui El, Feron E, et al. *Linear Matrix Inequality in System and Control Theory* [M]. Philadelphia Press, 1994.