文章编号: 1001-0920(2006)10-1197-04

一类不确定性网络控制系统的滑模控制器设计

巩敦卫, 张建化, 郭一楠
(中国矿业大学 信电学院, 江苏 徐州 221008)

摘 要: 网络诱导时延是影响网络控制系统稳定性和动态性能的主要因素. 针对一类具有不确定性的网络控制系统, 给出具有网络诱导时延及不确定性的被控对象模型, 设计其滑模控制器, 建立基于滑模反馈控制器的网络控制系统闭环模型. 通过Lyapunov方法证明, 所得最大允许时延能够保证闭环网络控制系统稳定. 仿真例子验证了该方法的正确性和有效性.

关键词: 网络控制系统; 网络诱导时延; 滑模控制器
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Design of Sliding Mode Controller for a Class of Networked Control Systems with Uncertainties

GONG Dun-wei, ZHANG Jian-hua, GUO Yi-nan
(School of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China. Correspondent: ZHANG Jian-hua, E-mail: jianhuazh@126.com)

Abstract: Network-induced delay is a main factor that influences the stability and the dynamical performance of networked control systems. For networked control systems with uncertainties, a controlled object model with network-induced delay and uncertainties is presented. A sliding mode controller is designed and the corresponding closed loop form of the networked control system is established. Applying Lyapunov method shows that the maximum allowable delay bound obtained can ensure the system's stability. Finally, a simulation example illustrates the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: Networked control systems; Network-induced delay; Sliding mode controller

1 引 言

网络控制系统(NCS)是指用实时通讯网络代替传统的点对点连接方式构成的实时反馈控制系统[1~3], 其主要优点是连线减少、易于实现资源共享、易于维护和扩展、灵活性大等. 但由于通讯网络的引入, 使得NCS产生数据传输的网络诱导时延、数据包错序以及数据包丢失等问题, 其中网络诱导时延是造成系统性能下降甚至不稳定的最基本因素. 网络诱导时延主要包括传感器-控制器的时延 τ_{sc}, 控制器计算时延 τ_c 以及控制器-执行器的时延 τ_{ca}, 这些时延可能是确定的、有界的或随机的[4]. 因此, 设计闭环网络控制系统的控制器时必须考虑信息的传输时延.

Nilsson[1] 把网络诱导时延建模成定常的、独立随机的以及由Markov链调节的随机变量, 在网络诱导时延小于一个采样周期的情况下, 设计了LQG随机最优控制器. 但控制器的设计要求已知时延的状态分布. Walsh等人[2,5]考虑了线性和非线性的连续被控对象和连续控制器的情形, 把网络诱导时延对NCS的作用建模成一个误差信号, 用摄动理论和Lyapunov方法找到最大允许传输间隔(MATI), 保证NCS系统的稳定性. 但Walsh的结论同传感器节点的数目有关, 且结果保守性较大. Lei等人[6]在连

收稿日期: 2005-07-26; **修回日期**: 2005-11-25.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60304016).
作者简介: 巩敦卫(1970—), 男, 江苏徐州人, 教授, 博士生导师, 从事进化计算与智能控制的研究; 张建化(1979—), 男, 河南灵宝人, 硕士生, 从事网络计算与网络控制的研究.

续的被控对象和控制器的情形下, 考虑被控对象状态项的不确定参数, 基于Lyapunov方法给出了保证系统稳定的MATI, 但其控制器只是简单的比例反馈, 且没有考虑其动态特性. 熊远生等人[7]通过设置接收缓冲区的方法, 将NCS的不确定性时延转化成一确定性时延, 基于离散确定性模型在状态预估的基础上, 构造滑模面设计出该系统的离散变结构准滑模控制器. 黄曼等人[8]针对一类具有多状态时延和不确定性的单输入线性网络控制系统, 通过定义一个虚拟状态给出NCS的增广状态模型, 结合线性二次最优控制器设计出该系统的滑模控制器.

本文首先利用变结构控制律保证系统运动到滑模面; 然后构造一个Lyapunov函数来证明所得最大允许时延上界能够保证闭环NCS稳定. 最后通过仿真验证了该方法的有效性.

2　网络控制系统的模型及滑模控制器的设计

在控制系统中, 考虑线性系统的不确定性, 被控对象可描述为

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + Bu(t) + f(x(t), t), \tag{1}$$

其中: $x(t) \in R^n$ 是被控对象的状态, $u(t) \in R^m$ 是被控对象的输入, $A \in R^{n\times n}$ 是状态矩阵, $B \in R^{n\times m}$ 是输入矩阵且 $\mathrm{rank}(B) = m$; $\Delta A \in R^{n\times n}$, $f(x(t), t) \in R^n$ 分别是有界不确定性和非线性扰动, 且满足

$$\|\Delta A\| \leq \rho_1,\ \|f(x(t), t)\| \leq \rho_2\|x(t)\|, \tag{2}$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示矩阵的欧氏范数.

为了建立NCS模型, 做如下假设: 1) 无网络连接的原始连续对象是稳定的; 2) 控制器是动态连续的; 3) 通讯网络是无错传输的; 4) 传感器到控制器之间的距离非常短, 可以忽略 τ_{sc}. 在上述假设条件下, 考虑到网络诱导时延, 构建NCS闭环模型为

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + Bu(t - \tau) + f(x(t), t), \tag{3}$$

其中: $\tau = \tau_{ca}$, τ_{ca} 是控制器到执行器的时延. 下面给出控制器的设计方法.

选取如下滑模面函数:

$$S(t) = Cx(t) + CB\int_{-\tau} u(\alpha)\mathrm{d}\alpha, \tag{4}$$

其中: $S = [S_1(t), \cdots, S_m(t)]^T \in R^m$, $C = [c_1^T, \cdots, c_m^T]^T \in R^{m\times n}$ 为常数矩阵, 且满足 CB 是非奇异的条件.

考虑如下形式的控制器:

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t), \tag{5}$$

其中: $u_{eq}(t)$ 是式(3)标称系统 $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - \tau)$ 的等效控制, $u_N(t)$ 是克服系统不确定性和非线性扰动的切换控制.

对式(4)求导并将式(3)标称系统代入得

$$\dot{S}(t) = C\dot{x}(t) + CBu(t) - CBu(t - \tau) = CBu(t) + CAx(t). \tag{6}$$

令 $\dot{S}(t) = 0$, 则等效控制 $u_{eq}(t)$ 为

$$u_{eq}(t) = -(CB)^{-1}CAx(t),$$

令 $K = (CB)^{-1}CA$, 则

$$u_{eq}(t) = -Kx(t). \tag{7}$$

为消除系统不确定性和外部非线性扰动的影响, 切换控制 $u_N(t)$ 取为

$$u_N(t) = -(CB)^{-1}(kS(t) + \rho(t)\,\mathrm{sgn}(S(t))), \tag{8}$$

其中

$$\rho(t) = (\rho_1 + \rho_2)\|C\|\|x(t)\|,\ k > 0.$$

为了保证系统(3)滑模面的存在, 考虑 $S(t)$ 沿系统(3)的导数

$$\dot{S}(t) = C(A + \Delta A)x(t) + CBu(t) + Cf(x(t), t). \tag{9}$$

定理 1　对于系统(3)采用控制律(5), 那么系统滑动模存在, 即动态系统(9)是渐近稳定的.

证明　取Lyapunov函数

$$V(S, t) = \frac{1}{2}S^T(t)S(t),$$

则 $V(S, t)$ 沿式(9)的导数为

$$\begin{aligned}
&\dot{V}(S, t) = \\
&S^T[C(A + \Delta A)x(t) + \\
&CBu(t) + Cf(x(t), t)] = \\
&S^T[C(A + \Delta A)x(t) + CB(u_{eq}(t) + \\
&u_N(t)) + Cf(x(t), t)] = \\
&S^T[C\Delta Ax(t) + Cf(x(t), t) - \\
&kS(t) - \rho(t)\,\mathrm{sgn}(S(t))] \leq \\
&\rho_1\|S^T\|\|C\|\|x(t)\| + \\
&\rho_2\|S^T\|\|C\|\|x(t)\| - \\
&k\|S(t)\|^2 - \rho(t)\|S(t)\| = \\
&-k\|S(t)\|^2.
\end{aligned}$$

由于 $k > 0$, 所以当 $S(t) \neq 0$ 时, $\dot{V}(S, t) < 0$, 即滑模系统满足到达条件.

由式(3)和式(5)知, 当系统状态到达滑动模面后, 其滑动模态方程为

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) - BKx(t - \tau) + f(x(t), t). \tag{10}$$

定理得证. □

3　闭环网络控制系统的稳定性分析

基于以上闭环网络控制系统模型, 本节采用Lyapunov方法给出该闭环网络控制系统的稳定性条件.

定理 2　如果存在正定对称矩阵 P 和 Q, 使得

$$\tau < \frac{\sigma + \gamma\lambda_{\min}(BK) - \rho_1 - \rho_2}{\delta(\|BKA\| + \|BKBK\| + (\rho_1 + \rho_2)\|BK\|)} \tag{11}$$

成立, 则在控制律(5) 下, 闭环网络控制系统是渐近稳定的. 其中: $\gamma = \lambda_{\min}(P)/\lambda_{\max}(P)$, $\sigma = \lambda_{\min}(Q)/2\lambda_{\max}(P)$, $\delta = [\lambda_{\max}(P)/\lambda_{\min}(P)]^{1/2}$, P 和 Q 满足 Lyapunov 方程 $A^{T}P + PA = -Q$, $\lambda_{\min}(\bullet)$ 和 $\lambda_{\max}(\bullet)$ 分别表示矩阵的最小和最大特征值

证明　取 Lyapunov 函数 $V = x^{T}(t)Px(t)$, 则有

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \dot{x}^{T}(t)Px(t) + x^{T}(t)P\dot{x}(t) = \\
&[(A + \Delta A)x(t) - BKx(t-\tau) + \\
&f(x(t), t)]^{T}Px(t) + x^{T}(t)P[(A + \Delta A)x(t) - \\
&BKx(t-\tau) + f(x(t), t)] = \\
&x^{T}(t)(A^{T}P + PA)x(t) - 2x^{T}(t)PBKx(t-\tau) + \\
&2x^{T}(t)P\Delta Ax(t) + 2x^{T}(t)Pf(x(t), t) \leq \\
&-\lambda_{\min}(Q)\|x(t)\|^{2} + \\
&2(\rho_1 + \rho_2)\|P\|\|x(t)\|^{2} - \\
&2x^{T}(t)PBK\Big[x(t) - \int_{-\tau}\dot{x}(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha\Big] \leq \\
&-\lambda_{\min}(Q)\|x(t)\|^{2} + 2(\rho_1 + \\
&\rho_2)\|P\|\|x(t)\|^{2} - \\
&2\lambda_{\min}(PBK)\|x(t)\|^{2} + \\
&2\Big\|x^{T}(t)PBK\int_{-\tau}\dot{x}(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha\Big\|.
\end{aligned} \tag{12}$$

利用 Razumikhin 定理[9, 10], 假设对于任何正实数 $q > 1$ 有 $V(x(\theta)) < q^{2}V(x(t))$, $\forall\theta \in [t-2\tau, t]$, 则有

$$\|x(\theta)\| < q\delta\|x(t)\|, \tag{13}$$

其中 $\delta = [\lambda_{\max}(P)/\lambda_{\min}(P)]^{1/2}$.

将式(13) 代入(12) 并令 $q \to 1$ 得

$$\begin{aligned}
\dot{V} < &-\lambda_{\min}(Q)\|x(t)\|^{2} + \\
&2(\rho_1 + \rho_2)\|P\|\|x(t)\|^{2} - \\
&2\lambda_{\min}(PBK)\|x(t)\|^{2} + \\
&2\tau\delta[\|PBKA\| + \|PBKBK\| + \\
&(\rho_1 + \rho_2)\|PBK\|]\|x(t)\|^{2}.
\end{aligned}$$

因此, 如果网络诱导时延满足式(11), 那么 $\dot{V}(x, t) < 0$, 即式(3) 和式(5) 所描述的闭环网络控制系统是渐近稳定的 □

4　仿真研究

针对本文给出的被控对象模型以及所设计的滑模控制器, 为验证该网络滑模控制器的合理性和有效性, 考虑式(1) 所描述的具有不确定性和非线性扰动的系统, 其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix},\ \Delta A = \begin{bmatrix} 0.1\cos t & 0 \\ 0 & 0.1\sin t \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ f(x(t), t) = 0.1x(t)\sin x(t).$$

针对以上被控对象模型, 采用本文的网络控制系统模型, 取 $C = [3\quad 1]$, 则 $K = [2\quad 0]$. 选择正定阵

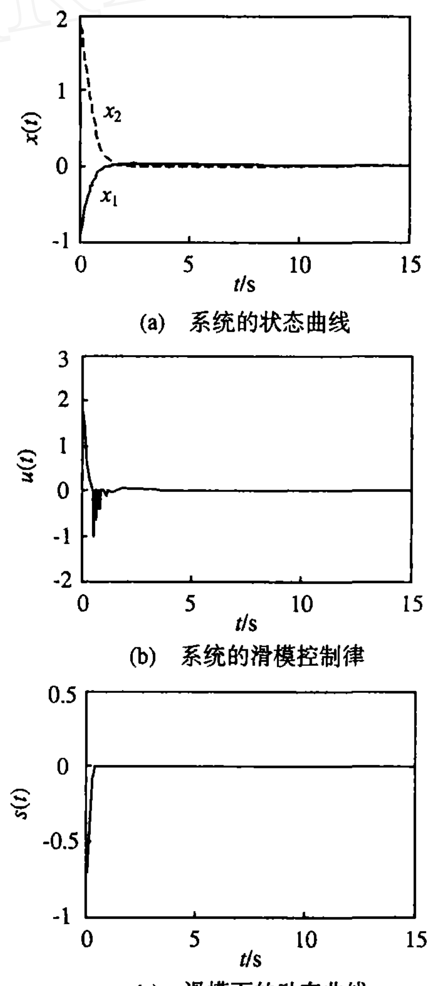
$$Q = \begin{bmatrix} 3.0162 & 1.0772 \\ 1.0772 & 4.9602 \end{bmatrix},$$

解出

$$P = \begin{bmatrix} 3.3411 & 0.7541 \\ 0.7541 & 1.0780 \end{bmatrix},\ \sigma = 0.3554,$$

$$\delta = 2.0494,\ \gamma = 0.2381,$$

则由式(11) 得到最大允许时延上界 $\tau < 0.0316$. 取 $k = 3$, 系统初值 $x(0) = [-1\quad 2]^{T}$, $\tau = 0.0315$, 仿真曲线如图 1 所示



(a)　系统的状态曲线

(b)　系统的滑模控制律

(c)　滑模面的动态曲线

图 1　仿真曲线

取 $k = 3$, 系统初值 $x(0) = [-1\quad 2]^{T}$, $\tau = 0.3$, 仿真曲线如图 2 所示. 由仿真结果可以看出: 采用本文的网络控制系统模型, 通过设计网络滑模控制器, 可以在最大允许时延上界下, 保证闭环网络控

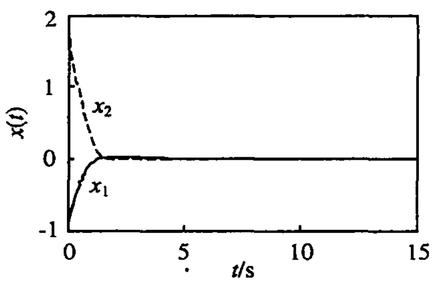


图 2 网络控制系统的状态曲线

制系统稳定; 所设计的滑模控制器, 对于系统的不确定性具有一定的鲁棒性.

5 结 语

针对一类具有不确定性的被控对象模型, 利用滑模变结构鲁棒性强、响应速度快、控制易实现等优点, 本文给出了NCS 网络滑模控制器的设计方法. 通过Lyapunov 方法证明, 所得最大允许时延能够保证闭环网络控制系统稳定. 仿真实例表明, 所得最大允许时延上界还存在很大的保守性, 因此如何降低保守性是需要进一步研究的问题. 另外, 对于输出反馈时的网络滑模控制器设计问题以及被控对象为非线性的网络滑模控制器的设计问题, 也需要进一步研究.

参考文献(References)

[1] Nilsson J. *Real-time Control Systems with Delays* [D]. Sweden: Lund Institute of Technology, 1998.

[2] Walsh G C, Ye H, Bushnell L. Stability Analysis of Networked Control Systems[A]. *Proc of the American Control Conf* [C]. Piscataway: IEEE, 1999: 2876-2880.

[3] Zhang W, Branicky M S, Philips S M. Stability of Networked Control Systems[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 84-99.

[4] Li F L, Moyne J R, Tilbury D M. Network Design Consideration for Distributed Control Systems [J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2002, 10(2): 297-307.

[5] Walsh G C, Beldiman O, Bushnell L. Asymptotic Behavior of Nonlinear Networked Control Systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(7): 1093-1097.

[6] Xie L, Zhang J M, Wang S Q. Stability Analysis of Networked Control System [A]. *Proc of the 1st Int Conf on Machine Learning and Cybernetics* [C]. Piscataway: IEEE, 2002: 757-759.

[7] 熊远生, 俞立, 徐建明. 网络控制系统的滑模变结构预估控制器的设计[J]. *电气传动自动化*, 2003, 25(4): 39-40.
(Xiong Y S, Yu L, Xu J M. Design of Sliding Mode Predicting Controller for Networked Control System [J]. *Electric Drive Automation*, 2003, 25(4): 39-40.)

[8] 黄曼, 王向东. 具有多延时和不确定性的网络控制系统的滑模控制器设计[J]. *沈阳工业大学学报*, 2004, 26(5): 539-542.
(Huang M, Wang X D. Design of Sliding Mode Control for Networked Control System with Uncertainties and Multiple Time Delay[J]. *J of Shenyang University of Technology*, 2004, 26(5): 539-542.)

[9] Xu B G, Liu Y Q. An Improved Razumikhin-type Theorem and Its Applications [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(4): 839-841.

[10] Mao X R. Comments on "An Improved Razumikhin Type Theorem and Its Applications"[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(3): 429-430.

下 期 要 目