第21卷 第11期
Vol 21 No. 11

控 制 与 决 策
Control and Decision

2006年11月
Nov. 2006

文章编号: 1001-0920(2006)11-1289-04

一类不确定非完整移动机械臂的鲁棒镇定

吴玉香, 胡跃明
(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广州 510641)

摘 要: 讨论了一类带有未知惯性参数, 未建模动态及外界干扰的非完整动力学系统的鲁棒镇定问题. 基于滑模控制思想及非完整运动学系统的镇定策略, 给出了该类系统的鲁棒镇定方法. 将其用于一类不确定非完整移动机械臂的鲁棒镇定分析, 仿真结果验证了所提出控制方法的正确有效性.

关键词: 非完整约束; 不确定非线性系统; 鲁棒镇定; 移动机械臂
中图分类号: TP27 **文献标识码**: A

Robust Stabilization of Uncertain Nonholonomic Mobile Manipulators

WU Yu-xiang, HU Yue-ming
(College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China. Correspondent: WU Yu-xiang, E-mail: xyuwu@scut.edu.cn)

Abstract: The robust stabilization problem of the nonholonomic mobile manipulators with unknown constant inertia parameters, unmodeled dynamics and external disturbances is discussed. The robust stabilization approach is provided based on combining sliding mode control with stabilization strategy of nonholonomic kinematics system. The approach is used to the robust stabilization analysis of an uncertain nonholonomic mobile manipulators. The simulation results show the effectiveness of the proposed scheme.

Key words: Nonholonomic constraint; Uncertain nonlinear system; Robust stabilization; Mobile manipulators

1 引 言

近10多年来, 国内外学者越来越多地关注非完整系统的控制问题. 非完整性通常是由机械系统受到对速度的不可积约束引起的, 如移动机器人, 载体姿态不受控的空间机器人等. 尽管这类系统是可控的, 但由于它不满足Brockett条件[1], 所以不能用连续的纯状态反馈使其镇定[2]. 对于不考虑动力学特性的非完整运动学系统的镇定问题, 已有许多学者对其进行了研究[3~5]. 在这些研究中所用的控制量是广义速度, 而实际系统是动力学系统, 对系统施加的是广义力而非广义速度. 将非完整运动学系统的镇定控制律推广到有不确定性的非完整动力学系统还是一个较新的讨论课题.

本文基于滑模控制的思想, 提出了一种控制器设计方法, 使得文献[4]关于非完整运动学系统的指数镇定方法可推广到相应的带有参数不确定、未建模动态和外界干扰的动力学系统上. 并将研究结果应用于一类受非完整约束的移动机械臂的控制器设计, 仿真结果验证了所提出方法的正确有效性.

2 问题的提出

考虑一类受非完整约束的移动机械臂的一般数学模型[6]

$$H(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) + T_d = B(q)\tau + A^{\mathrm{T}}(q)\lambda, \tag{1a}$$

$$A(q)\dot{q} = 0. \tag{1b}$$

其中: $q \in R^n$ 为 n 维广义坐标向量, $H(q) \in R^{n\times n}$ 为正定对称惯性矩阵, $C(q,\dot{q}) \in R^{n\times n}$ 为哥氏力和向心力矩阵, $G(q) \in R^n$ 为万有引力矢量, $B(q) \in R^{n\times r}$ 为

收稿日期: 2005-07-26; **修回日期**: 2006-01-17.
作者简介: 吴玉香(1968—), 女, 湖南常德人, 博士生, 从事非线性控制、智能控制等研究; 胡跃明(1962—), 男, 安徽绩溪人, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、机器人控制等研究.

输入转换矩阵, $A(q) \in R^{m\times n}$ 是与约束有关的满秩矩阵, $\lambda\in R^m$ 是Lagrange 乘子; $\tau\in R^r$ 是 r 维广义力 $(r=n-m)$; T_d 为系统未建模动态及外界干扰. 假定约束(1b) 是完全非完整的, 方程(1a) 有如下性质[6]:

性质 1 H 是正定对称矩阵, 适当定义 C, $\dot{H}-2C$ 是反对称矩阵;

性质 2 存在正常数 λ_1,λ_2 使得 $\lambda_1 I\leq H(q)\leq\lambda_2 I$;

性质 3 $H\dot{\xi}+C\xi+G=\Phi(q,\dot{q},\xi,\dot{\xi})\theta$,

其中: Φ 为与惯性参数无关的已知矩阵, θ 为未知惯性参数矢量.

本文研究的是 H, C, G 中的惯性参数未知、未建模动态及外界干扰未知但有界时系统的镇定问题, 而认为仅由几何参数确定的 B, A 中无未知参数.

假设 $g(q)=[g_1(q),\cdots,g_m(q)]$ 构成 $A(q)$ 零空间的一组基, 令 $v=[v_1\ \cdots\ v_m]^{\mathrm{T}}$ 为速度矢量, 则方程 1 的控制问题可化为如下系统的控制问题:

$$\dot{q}=g_1(q)v_1+\cdots+g_m(q)v_m=g(q)v, \tag{2a}$$

$$H_1(q)\dot{v}+C_1(q,\dot{q})v+G_1(q)+T_{1d}=B_1(q)\tau \tag{2b}$$

其中

$$T_{1d}=g^{\mathrm{T}}(q)T_d,\ B_1=g^{\mathrm{T}}(q)B,$$
$$H_1=g^{\mathrm{T}}(q)Hg(q),\ G_1=g^{\mathrm{T}}(q)G,$$
$$G_1=g^{\mathrm{T}}(q)H\dot{g}(q)+g^{\mathrm{T}}(q)Cg(q).$$

系统方程(2) 与(1) 相比, 它为非完整动力学系统提供了一个简单的系统描述, 且容易证明其具有如下性质:

性质 4 H_1 是正定对称阵, $\dot{H}_1-2C_1$ 是反对称阵;

性质 5 由于 $g(q)$ 只是一些正弦余弦函数的线性组合, 故存在正常数 λ_3,λ_4 使得 $\lambda_3 I\leq H_1(q)\leq\lambda_4 I$;

性质 6 $H_1\dot{\xi}+C_1\xi+G_1=\Phi_1(q,\dot{q},\xi,\dot{\xi})\theta$,

其中: Φ_1 为与惯性参数无关的已知矩阵, θ 为未知惯性参数矢量.

3 控制器设计

3.1 运动学系统的镇定控制

本文仅考虑两输入且可化为单链系统的受非完整约束的运动学模型的镇定问题. 运动学方程(2a) 由于受非完整约束, 不可能采用连续的静态反馈实现其镇定. 在文献[4] 中已经证明(2a) 可经过同胚坐标变换, 将其转换为新的模型如下:

$$[\dot{z}_1\ \ \dot{z}_2\ \ \dot{z}_3]^{\mathrm{T}}=[\upsilon_1\ \ \upsilon_2\ \ z_2\upsilon_1-d\upsilon_1]^{\mathrm{T}}. \tag{3}$$

由于进行的是同胚坐标变换, 所以系统(3) 的镇定问题等价于系统(2a) 的镇定问题. 应用控制律

$$\upsilon_1=-K_1z_1+\alpha,$$
$$\upsilon_2=-K_2z_2-(K_3z_3+k_3dz_1)/\alpha, \tag{4}$$

可使系统(3) 指数镇定. 式(4) 经反变换, 即可得到指数镇定(2a) 的控制速度 v_d. 其中: $\alpha=\alpha_0 e^{-\beta t}(\alpha_0\neq 0,\beta>0)$, K_1,K_2,K_3 为满足如下条件的常数:

1) $K_1>\beta>0$;

2) 矩阵 $\begin{bmatrix}-K_2 & -K_3\\ -\beta/(K_1-\beta) & \beta\end{bmatrix}$ 为稳定阵.

引理 1[7] 若 $q^*=0$ 是 $\dot{q}=f(q,t)$ 的指数稳定平衡点, 则存在Lyapunov 函数 $V_1(q,t)$ 和某些常量 $\epsilon, a_1,a_2,a_3,a_4>0$, 对所有的 $q\in B_\epsilon$, $\rho=\|q\|_2$, B_ϵ 为以原点为圆心, 半径为 ϵ 的球, 有

$$a_1\rho^2\leq V_1\leq a_2\rho^2,$$
$$\dot{V}_1=\frac{\partial V_1}{\partial t}+\frac{\partial V_1}{\partial q}\dot{q}\leq -a_3\rho^2,$$
$$\left\|\frac{\partial V_1}{\partial q}\right\|_2\leq a_4\rho. \tag{5}$$

现考虑动力学系统(2b), 令 $e=v-v_d$, 则式(2) 化为

$$\dot{q}=g(q)(e+v_d), \tag{6a}$$

$$H_1\dot{e}=-H_1\dot{v}_d-C_1(e+v_d)-G_1-T_{1d}+B_1\tau \tag{6b}$$

利用性质 6, 系统(6b) 可表示为

$$H_1\dot{e}=-\Phi_1\theta-C_1e-T_{1d}+B_1(q)\tau, \tag{7}$$

其中 $\Phi_1(q,\dot{q},v_d,\dot{v}_d)=H_1\dot{v}_d+C_1v_d+G_1$ 为已知矩阵.

在进行下一步研究前, 先作如下假设:

假设 1 惯性参数 $\theta=[\theta_1,\cdots,\theta_p]^{\mathrm{T}}$ 的上界是已知的, 即存在已知常值向量 $c=[c_1,\cdots,c_p]^{\mathrm{T}}$, 使得 $|\theta_i|\leq c_i$, $i=1,2,\cdots,p$.

假设 2 未建模动态和外界干扰 $T_{1d}=[f_1,\cdots,f_m]^{\mathrm{T}}$ 有界且上界已知, 即存在已知常数向量 $\tilde{d}=[d_1,\cdots,d_m]^{\mathrm{T}}$, 使得 $|f_i|\leq d_i$, $i=1,\cdots,m$.

假设 3 $B_1(q)$ 可逆.

本文欲解决的问题是: 对满足假设 1～假设 3 的系统(7) 和(6a), 如何设计控制律使得系统在存在未知惯性参数、未建模动态及外界干扰的情形下鲁棒镇定到 $q=0$, $e=0$.

3.2 动力学系统的控制

本文设计动力学系统控制的基本思路是: 首先设计一滑动面, 使 e 在有限时间内到达滑动面并保持在该滑动面上, 且在该滑动面上有 $e\equiv 0$; 其次在滑动面上考虑 q 的稳定性, 由式(6a) 可知, 在此滑动面上有 $\dot{q}=g(q)v_d$. 因此只要能证明在 e 到达滑动面

时 q 有界，则前面所设计的控制 v_d 可使系统(6a)全局指数稳定，故 q 指数趋近于零。

取滑动面 $S=\frac{1}{2}e^{T}H_1e$，由 H_1 的正定性知 S 非负，对 S 求导，有

$$\begin{aligned}\dot{S}&=\frac{1}{2}e^{T}\dot{H}_1e+e^{T}H_1\dot{e}=\\&e^{T}B_1\tau-e^{T}\Phi_1\theta-e^{T}T_{1d}\le\\&e^{T}B_1\tau+e^{T}\Phi_1\,\mathrm{sgn}(\Phi_1^{T}e)c+e^{T}\mathrm{sgn}(e)\tilde{d}.\end{aligned}\qquad(8)$$

取

$$\begin{aligned}\tau=&-B_1^{-1}(\beta_1e+\beta_2\mathrm{sgn}(e)+\\&\Phi_1\,\mathrm{sgn}(\Phi_1^{T}e)c+\mathrm{sgn}(e)\tilde{d}),\end{aligned}\qquad(9)$$

其中：$\beta_1,\beta_2>0$；若 $W=[w_1,\cdots,w_n]^{T}$，则

$$\mathrm{sgn}(W)=\mathrm{diag}[\mathrm{sgn}(w_1),\cdots,\mathrm{sgn}(w_n)]^{T}.$$

将式(9)代入式(8)得

$$\dot{S}\le-\beta_1e^{T}e-\beta_2e^{T}\mathrm{sgn}(e)\le-\beta_2\|e\|_1,\qquad(10)$$

其中 $\|e\|_1$ 表示 e 的 1 范数，即各元素的绝对值之和。

由动力学模型的性质 2 知 $H_1\le\lambda_4I$，故

$$S=\frac{1}{2}e^{T}H_1e\le\frac{1}{2}\lambda_4\|e\|_2^2\le\frac{1}{2}\lambda_4\|e\|_1^2,\qquad(11)$$

从而有

$$\|e\|_1\ge\sqrt{2S/\lambda_4},$$

代入式(10)得

$$\dot{S}\le-\beta_2\sqrt{2S/\lambda_4}.\qquad(12)$$

由式(12)知，S 为非负单调递减的。对式(12)积分得

$$\sqrt{S}\le\sqrt{S_0}-\frac{1}{2}\beta_2t\sqrt{2/\lambda_4},\qquad(13)$$

其中 S_0 为 S 在 $t=0$ 时初值。

由式(13)知，在有限时间 $T=\frac{2}{\beta_2}\sqrt{S_0\lambda_4/2}$ 内，S 以等速率到达零。又由式(12)知当 $S\ne0$ 时，有

$$S\dot{S}\le-\beta_2S\sqrt{2S/\lambda_4}<0,\qquad(14)$$

即在滑动面 $S=0$ 上的点均为止点。故有 $t\ge T$ 时，$S\equiv0$。又因 H_1 正定，故当 $t\ge T$ 时，$e\equiv0$。

下面证明当 $t\ge T$ 时 q 有界。由式(13)知，$\forall t\ge0$ 均有 $S\le S_0$，而由动力学模型的性质 5 知

$$S=\frac{1}{2}e^{T}H_1e\ge\lambda_3\frac{1}{2}e^{T}e,$$

即

$$e^{T}e\le2S/\lambda_3\le2S_0/\lambda_3,$$

故有

$$\|e\|_1\le\sqrt{me^{T}e}\le\sqrt{2mS_0/\lambda_3}\triangleq h,\ \forall t\ge0,\qquad(15)$$

式中 m 为 e 的维数。考虑系统(6a)，仍取 $V_1(q,t)$ 为此系统的 Lyapunov 函数，沿此系统对 V_1 求导得

$$\dot{V}_1=\frac{\partial V_1}{\partial t}+\frac{\partial V_1}{\partial q}g(q)v_d+\frac{\partial V_1}{\partial q}g(q)e.$$

由引理 1 可知

$$\frac{\partial V_1}{\partial t}+\frac{\partial V_1}{\partial q}g(q)v_d\le-a_3\rho^2,$$

$$\left\|\frac{\partial V_1}{\partial q}\right\|_2\le a_4\rho,$$

故有

$$\begin{aligned}\dot{V}_1\le&-a_3\rho^2+a_4\rho\|g(q)\|_2\|e\|_2\le\\&-a_3\rho^2+a_4\rho\|g(q)\|_2\|e\|_1.\end{aligned}$$

又因 $g(q)$ 的元素仅为正弦、余弦函数的线性组合，$\|g(q)\|_2\le a_5$，$a_5>0$ 为常数，所以

$$\dot{V}_1\le a_4a_5\rho\|e\|_1\le a_4a_5\rho h\triangleq k.$$

对上式积分得

$$V_1(q,t)\le V_1(q(0),0)+kt\qquad(16)$$

由式(16)可知，$V_1(T)$ 有界，从而知 $q(T)$ 有界。由此可知，当 $t\ge T$ 时，式(6a)为

$$\dot{q}=g(q)v_d,$$

且其初值 $q(T)$ 有界，故可知 q 鲁棒镇定到零。□

4　仿真研究

考虑如图 1 所示的一类移动机械臂系统，移动平台由独立驱动的两后轮和一提供平衡的从动前轮组成，P 为两后轮之间的中点，C 为移动平台的质心。在移动平台的质心位置装配一个二连杆机械臂，其绞点位置各由一台马达驱动，连杆 BC 可绕 z 轴转动，连杆 AB 可上下转动。由于移动平台由两马达驱动，其轮子与地面的约束为非完整约束(轮子只滚动不滑动)。以平台的质心位置 C 为参考点，则该移动机械臂的运动学和动力学方程为[8]

$$\begin{aligned}&\dot{q}=g(q)v,\\&H(q)\ddot{q}+C(q,\dot{q})\dot{q}+G(q)=\\&B(q)\tau+A^{T}(q)\lambda\end{aligned}\qquad(17)$$

其中

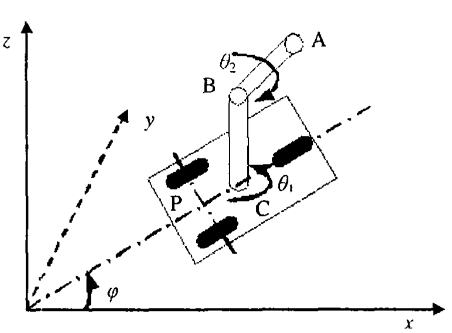


图 1　移动机械臂结构图

$$q = [x_c \quad y_c \quad \varphi \quad \theta_1 \quad \theta_2]^{\mathrm T},$$

$$v = [\dot\theta_r \quad \dot\theta_l \quad \dot\theta_1 \quad \dot\theta_2]^{\mathrm T},$$

$H(q), C(q, \dot q), G(q), B(q), A(q)$ 的表达式见文献[8]. 其运动学模型可分解为

$$\dot q_B = g_B(q_B) v_B, \tag{18a}$$

$$\dot q_M = v_M. \tag{18b}$$

其中

$$g_B(q_B) = \begin{bmatrix} \frac{r}{2}c\varphi - \frac{r}{R}ds\varphi & \frac{r}{2}c\varphi + \frac{r}{R}ds\varphi \\ \frac{r}{2}s\varphi + \frac{r}{R}dc\varphi & \frac{r}{2}s\varphi - \frac{r}{R}dc\varphi \\ r/R & -r/R \end{bmatrix},$$

$$v_B = \begin{bmatrix} \dot\theta_r \\ \dot\theta_l \end{bmatrix}, \quad v_M = [\dot\theta_1 \quad \dot\theta_2]^{\mathrm T},$$

$$c\varphi = \cos\varphi, \quad s\varphi = \sin\varphi.$$

r, R 分别为驱动轮半径及两后轮之间的距离. 对于式(18b), 令 $v_M = -k_M q_M$ 就能使其指数镇定. 对于式(18a), 令 v_C, ω 为移动平台的线速度和角速度, 则有

$$v_B = \frac{1}{r}\begin{bmatrix} 1 & R/2 \\ 1 & -R/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_C \\ \omega \end{bmatrix}. \tag{19}$$

取同胚坐标变换

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi \\ x_c c\varphi + y_c s\varphi \\ x_c s\varphi - y_c c\varphi \end{bmatrix},$$

$$\upsilon = \begin{bmatrix} \upsilon_1 \\ \upsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ v_C - z_3\omega \end{bmatrix}, \tag{20}$$

可将系统(18a)化为如下系统:

$$\dot z = [\dot z_1 \quad \dot z_2 \quad \dot z_3]^{\mathrm T} = [\upsilon_1 \quad \upsilon_2 \quad z_2\upsilon_1 - d\upsilon_1]^{\mathrm T}. \tag{21}$$

由前面的分析知存在控制

$$\upsilon_1 = -k_1 z_1 + \alpha,$$

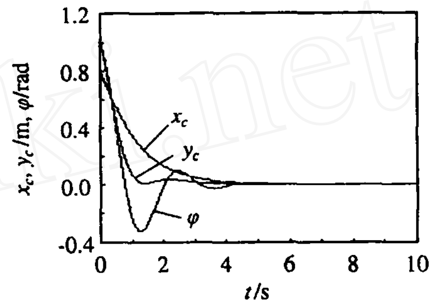
$$\upsilon_2 = -k_2 z_2 - (k_3 z_3 + k_3 d z_1)/\alpha, \tag{22}$$

使运动学模型(21)指数镇定. 由于采用的变换为同胚坐标变换, 控制律(22)也能使(18a)指数镇定. 经过反变换即可得使(18)指数镇定的控制律为

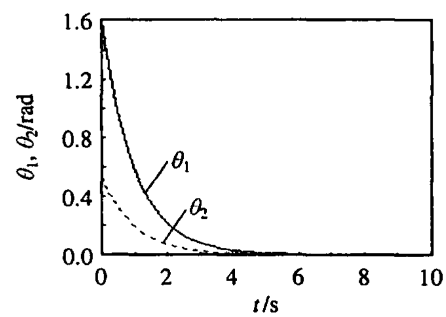
$$v_d = \begin{bmatrix} v_{dB} \\ v_{dM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\upsilon_2 + z_3\upsilon_1 + \frac{R}{2}\upsilon_1\right)/r \\ \left(\upsilon_2 + z_3\upsilon_1 - \frac{R}{2}\upsilon_1\right)/r \\ -k_M q_M \end{bmatrix}. \tag{23}$$

整个系统(17)在控制系统(23)和(9)的作用下可实现其鲁棒镇定.

在仿真过程中, 移动机械臂相关参数为: $m_0 = 50$ kg, $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 3.5$ kg, $R = 0.3$ m, $d = 0.3$ m, $J_0 = 1.417$ kg·m^2, $J_1 = 0.03$ kg·m^2, $J_2 = 0.036$ kg·m^2, $r = 0.1$ m, $L_1 = 0.5$ m, $L_2 = 0.35$ m; 未建模动态和外界扰动为 $T_{1di} = 0.5$ N·m, $i = 1, 2, 3, 4$. 各控制参数分别取为: $\alpha_0 = 1$, $\gamma = 1$, $k_1 = 2$, $k_2 = 3$, $k_3 = -12$, $c = [4 \quad 60 \quad 2 \quad 0.1 \quad 0.05]^{\mathrm T}$, $\tilde d = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^{\mathrm T}$. 图 2 和图 3 分别为初始条件 $q_0 = [1 \quad 1 \quad \pi/4 \quad \pi/2 \quad \pi/6]^{\mathrm T}$ 时移动机械臂的位置响应曲线和速度跟踪误差曲线.

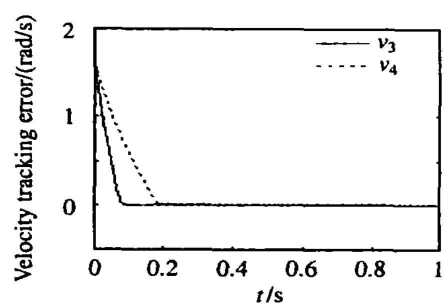


(a)　(x_c, y_c, φ) 的时间响应曲线

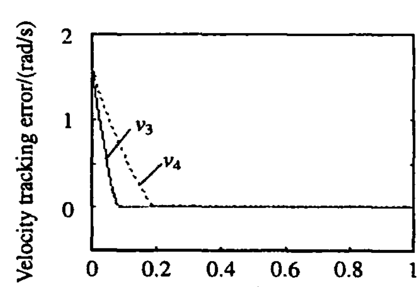


(b)　(θ_1, θ_2) 的时间响应曲线

图 2　系统各状态的时间响应曲线



(a)　速度 v_1, v_2 的跟踪误差曲线



(b)　速度 v_3, v_4 的跟踪误差曲线

图 3　速度跟踪误差曲线

(下转第 1297 页)

择算法是较优的; 基于SPT 规则的满批算法的性能也较好; 2) 对于满批算法而言, SPTFB 算法要优于WSPTFB 算法, 这与前面的结论是一致的; 3) 在一般情况下, 基于WSPT 规则的选择算法WSPTS 是性能最强的

6　结　语

实验表明, 根据最优分批性质提出的选择分批算法WSPTS 是各种算法中最有效的, 但该算法相对基于SPT 规则的选择分批算法而言, 稳定性较差 另外, 选择分批算法要优于常规算法 实验结果还表明, 工件的初始次序对算法的结果是有影响的, 这提示未来的研究方向应该把算法和邻域搜索结合起来, 这是一个极有潜力的研究方向

参考文献(References)

[1] Chandreu V, Lee C Y, Uzsoy R. Minimizing Total Completion Time on Batch Processing Machines[J]. *Int J of Production Research*, 1993, 31(9): 2097-2121.

[2] Potts C N, Mikhail Y Kovalyov. Scheduling with Batching: A Review [J]. *European J of Operational Research*, 2000, 120(2): 228-249.

[3] French S. *Sequencing and Scheduling: An Introduction to the Mathematics of the Job-shop* [M]. New York: John Wiley, 1982.

[4] Uzsoy R, Yang Y Y. Minimizing Total Weighted Completion Time on a Single Batch Processing Machine [J]. *Production and Operations Management*, 1997, 6(1): 57-73.

[5] Liu Z H, Yuan J J, Edwin Cheng T C. On Scheduling an Unbounded Batch Machine[J]. *Operations Research Letters*, 2003, 31(1): 42-48.

[6] Cheng T C E, Yuan J J, Yang A F. Scheduling a Batch-processing Machine Subject to Precedence Constraints, Release Dates and Identical Processing Times[J]. *Computers and Operations Research*, 2005, 32(4): 849-859.

[7] Zhang G C, Cai X Q, Lee C-Y, et al. Mimizing Makespan on a Single Batch Processing Machine with Nonidentical Job Sizes[J]. *Naval Research Logistics*, 2001, 48(3): 226-240.

[8] Li S G, Li G J, Wang X L, et al. Minimizing Makespan on a Single Batching Machine with Release Times and Non-identical Job Sizes [J]. *Operations Research Letters*, 2005, 33(2): 157-164.

[9] Brucker P, Gladky A, Hoogeveen H, et al. Scheduling a Batching Machine[J]. *J of Scheduling*, 1998, 1(1): 31-54.

(上接第1292 页)

5　结　语

本文针对一类带有未知惯性参数、未建模动态及外界干扰的非完整动力学系统的鲁棒镇定问题, 基于滑模控制思想及非完整运动学系统的镇定策略, 给出了该类系统的鲁棒镇定方法; 并将其用于一类不确定非完整移动机械臂的鲁棒镇定分析, 仿真结果验证了所提出控制方法的正确有效性

参考文献(References)

[1] Brockett R W. *Asymptotic Stability and Feedback Stabilization* [A]. Differential Geometric Control Theory[C]. Boston: Birkhauser, 1983: 181-191.

[2] Komanovsky H, MacClamroch N H. Developments in Nonholonomic Control Systems [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1995, 15(6): 20-36.

[3] 吴卫国, 陈辉堂, 王月娟 移动机器人的全局轨迹跟踪控制[J]. *自动化学报*, 2001, 27(3): 326-331.
(Wu W G, Chen H T, Wang Y J. Global Trajectory Tracking Control of Mobile Robots [J]. *Acta Automation Sinica*, 2001, 27(3): 326-331.)

[4] 李胜, 马国梁, 胡维礼 一类不确定非完整移动机器人的时变自适应镇定[J]. *机器人*, 2005, 27(1): 10-13.
(Li S, Ma G L, Hu W L. Time-varying Adaptive Stabilization of an Uncertain Nonholonomic Mobile Robot[J]. *Robot*, 2005, 27(1): 10-13.)

[5] 王朝立, 霍伟 用滑动模态实现一类非完整动力学系统的指数镇定[J]. *自动化学报*, 2000, 26(2): 254-257.
(Wang C L, Huo W. Exponential Stabilization of a Nonholonomic Dynamic System via Sliding Modes[J]. *Acta Automation Sinica*, 2000, 26(2): 254-257.)

[6] Lewis F, Abdallah C, Dawson D. *Control of Robot Manipulators*[M]. New York: Macmillan, 1993.

[7] Hassan K Khalil. *Nonlinear System* [M]. New York, 1992.

[8] Wu Y X, Hu Y M. Kinematics, Dynamics and Motion Planning of Wheeled Mobile Manipulators[A]. *Proc of Int Conf on CSIMTA '04*[C]. Cherbourg, 2004: 221-226.