第21卷 第11期 控 制 与 决 策 2006年11月
Vol 21 No. 11 Control and Decision Nov. 2006

文章编号: 1001-0920(2006)11-1307-05

不确定奇异时滞系统的时滞相关 H_∞ 控制

王天成, 魏新江
(鲁东大学 数学与信息学院, 山东 烟台 264025)

摘 要: 研究了一类带有时滞的不确定奇异系统的 H_∞ 控制问题. 利用Lyapunov泛函方法和线性矩阵不等式工具, 得到闭环系统正则、渐近稳定且具有 H_∞ 范数界的时滞相关充分条件. 基于相应的线性矩阵不等式可行解, 给出奇异系统的 H_∞ 控制律. 最后的数值例子表明了该方法的有效性.

关键词: 奇异系统; 时滞相关; 线性矩阵不等式; H_∞ 控制
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Delay-dependent H_∞ Control for Uncertain Singular Systems with Time-delay

WANG Tian-cheng, WEI Xin-jiang
(College of Mathematics and Information, Ludong University, Yantai 264025, China. Correspondent: WANG Tian-cheng, E-mail: cumt-wtc@163.com)

Abstract: The problem of H_∞ control for a class of uncertain singular systems with time-delay is considered. By means of Lyapunov function and linear matrix inequality (LMI) technique, a delay-dependent sufficient condition is presented to guarantee that the closed-loop system is regular and stable, and satisfies a prescribed H_∞ norm-bounded constraint. In terms of solutions of LMIs, the H_∞ state feedback control law of singular system is presented. An illustrative example shows the effectiveness of proposed method.

Key words: Singular system; Delay-dependent; Linear matrix inequality (LMI); H_∞ control

1 引 言

奇异系统广泛存在于许多工程系统中[1], 而时滞和不确定性在实际控制系统中又是不可避免的, 因而近年来对时滞不确定奇异系统的研究引起了众多学者的关注, 并取得了丰硕的成果. 文献[2]对一类不确定时滞奇异系统的鲁棒稳定和鲁棒镇定问题进行了研究, 给出了重要的结论. 文献[3～6]则讨论了时滞奇异系统的状态反馈 H_∞ 控制问题, 给出了 H_∞ 控制器的设计方法. 但他们给出的奇异系统 H_∞ 控制都是时滞无关的, 与时滞相关 H_∞ 控制设计方案相比, 这些设计方案对许多时滞较小情况下的实际工程控制系统具有较大的保守性. 目前, 未见到不确定时滞奇异系统的时滞相关 H_∞ 控制器设计方法.

本文利用Lyapunov泛函方法和线性矩阵不等式工具(无需对奇异系统进行转化), 给出了奇异系统 H_∞ 控制问题有解的充分条件, 并给出了相应的基于线性矩阵不等式的时滞相关控制器的构造方法.

2 问题描述

考虑如下时滞不确定奇异系统:

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= (A+\Delta A(t))x(t) + (A_1 + \\ &\quad \Delta A_1(t))x(t-\tau) + Bu(t) + Dw(t), \\ z(t) &= Cx(t) + E_1u(t) + E_2w(t), \\ x(t) &= \varphi(t),\ t \in [-d, 0]. \end{aligned} \tag{1}$$

其中: $x(t) \in R^n, u(t) \in R^m, w(t) \in R^m, z(t) \in R^m$

收稿日期: 2005-10-19; **修回日期**: 2006-02-28.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60474029).
作者简介: 王天成(1967—), 男, 山东烟台人, 副教授, 博士, 从事鲁棒控制理论与应用的研究; 魏新江(1977—), 男, 山东东营人, 博士, 从事鲁棒控制、智能控制等研究.

分别为系统的状态、控制输入、外部干扰和被控输出向量, 并且 $w(t) \in L_2[0, +\infty)$. $E, A, A_1, B, D, C, E_1, E_2$ 分别为具有适当维数的常数矩阵, 且 $\mathrm{rank}E \le n$. $\Delta A, \Delta A_1$ 为系统的不确定项, 假设具有以下范数有界不确定形式:

$$[\Delta A \quad \Delta A_1] = HF(t)[N \quad N_1]. \tag{2}$$

其中: H, N, N_1 是已知的适维常数矩阵; $F(t)$ 是未知Lebesgue 可测函数矩阵, 满足 $F^T(t)F(t) \le I$. 系统状态时滞 τ 为定常不确定且有界的正数, 满足 $0 < \tau \le d$, d 为已知正常数 $\varphi(t) \in 0[-d, 0]$ 为已知的相容初始函数

设计系统(1) 的状态反馈 H_∞ 控制律为

$$u(t) = Kx(t),\ K \in R^{m\times n}, \tag{3}$$

即对给定 $\gamma > 0$, 在状态反馈(3) 下, 系统(1) 满足:

1) 闭环系统在 $w(t) = 0$ 时解存在唯一, 并且是渐近稳定的

2) 从外部干扰 $w(t)$ 到被控输出 $z(t)$ 的传递函数 $G_{wz}(s)$ 的 H_∞ 范数不超过给定的正常数 γ, 或者 $\|z(t)\|_2 \le \gamma\|w(t)\|_2$. 这里 $\|z(t)\|_2^2 = \int z^T(t)z(t)\mathrm{d}t$

由控制律(3) 和奇异系统(1) 构成的闭环系统为

$$E\dot{x}(t) = (\bar{A} + BK)x(t) + \bar{A}_1x(t - \tau) + Dw(t),$$
$$z(t) = (C + E_1K)x(t) + E_2w(t). \tag{4}$$

其中

$$\bar{A} = A + \Delta A(t),$$
$$\bar{A}_1 = A_1 + \Delta A_1(t).$$

定义 1[2] 设 E, A 同为 n 阶方阵, 对于标量 s, 如果行列式 $\det(sE - A)$ 不恒等于零, 则称 (E, A) 是正则的

引理 1[7] 如果 (E, A) 是正则的, 则时滞奇异系统

$$E\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t - \tau),$$
$$x(t) = \varphi(t),\ t \in [-d, 0], \tag{5}$$

满足相容初始条件的函数 $\varphi(t)$ 的解存在唯一.

引理 2 若存在矩阵 P, 满足不等式

$$P^TA + A^TP < 0,$$

则 (E, A) 是正则的

证明 若 $P^TA + A^TP < 0$ 成立, 则可得 A 为可逆矩阵, 令 s 充分小, 则有 $\det(sE - A) \ne 0$, 从而 (E, A) 为正则的 □

引理 3[8] 对于任意 n 维向量 x, y, 任意 n 阶对称正定矩阵 R, 有

$$2x^Ty \le x^TR^{-1}x + y^TRy$$

成立

引理 4[9] 设 $x(t)$ 为 R^n 上具有连续一阶导数的向量函数, 则对任意 $M_1, M_2 \in R^{n\times n}$, 任意对称正定矩阵 R, 满足不等式

$$-\int_{\tau} \dot{x}^T(s)R\dot{x}(s)\mathrm{d}s \le$$
$$\xi^T(t)\begin{bmatrix} M_1^T + M_1 & -M_1^T + M_2 \\ * & -M_2^T - M_2 \end{bmatrix}\xi(t) +$$
$$d\xi^T(t)\begin{bmatrix} M_1^T \\ M_2^T \end{bmatrix}R^{-1}[M_1 \quad M_2]\xi(t).$$

其中

$$\xi^T(t) = [x^T(t) \quad x^T(t - \tau)].$$

引理 5[10] 给定适当维数的实数矩阵 Σ, H, L, 其中 Σ 为对称矩阵, 则

$$\Sigma + HF^T(t)L + L^TF(t)H^T < 0,$$
$$F^T(t)F(t) \le I$$

成立的充分必要条件为存在正数 ϵ, 使得

$$\Sigma + \epsilon L^TL + \epsilon^{-1}HH^T < 0$$

成立

3 主要结果

定理 1 对时滞不确定奇异系统(1) 和给定的正常数 γ, 如果存在控制律(3), 对称正定矩阵 Q, R, $n\times n$ 矩阵 P, 适当维数矩阵 M_1, M_2 以及对所有满足 $F^T(t)F(t) \le I$ 的不确定矩阵 $F(t)$, 有如下矩阵不等式:

$$E^TP = P^TE \ge 0, \tag{6}$$
$$(\bar{A} + BK)^TP + P^T(\bar{A} + BK) < 0, \tag{7}$$
$$\begin{bmatrix} Z & -M_1^T + M_2 & P^TD + (C + E_1K)^TE_2 & dM_1^T & dP^T\bar{A}_1 & (C + E_1K)^T \\ * & -Q - M_2 - M_2^T & 0 & dM_2^T & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma^2I + E_2^TE_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -dR & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -dR & 0 \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{8}$$

成立 其中

$$Z = P^T(\bar{A} + BK + \bar{A}_1) + (\bar{A} + BK + \bar{A}_1)^TP + Q + M_1 + M_1^T,$$

则控制律(3) 是系统(1) 的时滞依赖 H_∞ 控制律

证明 由引理 1 和引理 2, 若不等式(7) 成立, 则当 $w(t) = 0$ 时, 闭环系统(4) 的解存在唯一. 下面

首先证明闭环系统(4) 的解是渐近稳定的.

利用变换

$$x(t-\tau)=x(t)-\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}(s)\,\mathrm{d}s,$$

闭环系统(4) 变为

$$E\dot{x}(t)=(\bar{A}+BK+\bar{A}_1)x(t)-\bar{A}_1\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}(s)\,\mathrm{d}s+Dw(t),$$

$$z(t)=(C+E_1K)x(t)+E_2w(t).\qquad(9)$$

由于奇异系统(1) 的解是奇异系统(9) 的解, 因而系统(9) 的渐近稳定性可以保证原系统(1) 的渐近稳定性. 对奇异系统(9) 考虑如下Lyapunov 泛函:

$$V(x(t))=x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}Ex(t)+\int_{t-\tau}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\,\mathrm{d}s,$$

其中 Q 为对称正定矩阵. 求 $V(x(t))$ 沿系统(9) 的解轨线的导数为

$$\begin{aligned}&\dot{V}(x(t))=\\&x^{\mathrm{T}}(t)[P^{\mathrm{T}}(\bar{A}+BK+\bar{A}_1)+(\bar{A}+BK+\\&\bar{A}_1)^{\mathrm{T}}P+Q]x(t)-x^{\mathrm{T}}(t-\tau)Qx(t-\tau)+\\&2x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}Dw(t)-\int_{t-\tau}^{t}2x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}\bar{A}_1\dot{x}(s)\,\mathrm{d}s.\end{aligned}$$

由引理 3, 并应用引理 4, 上式最后一项有

$$\begin{aligned}&-\int_{t-\tau}^{t}2x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}\bar{A}_1\dot{x}(s)\,\mathrm{d}s\le\\&dx^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}\bar{A}_1R^{-1}\bar{A}_1^{\mathrm{T}}Px(t)+\\&\xi^{\mathrm{T}}(t)\begin{bmatrix}M_1^{\mathrm{T}}+M_1 & -M_1^{\mathrm{T}}+M_2\\ * & -M_2^{\mathrm{T}}-M_2\end{bmatrix}\xi(t)+\\&d\xi^{\mathrm{T}}(t)\begin{bmatrix}M_1^{\mathrm{T}}\\M_2^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}R^{-1}[M_1\ \ M_2]\xi(t).\end{aligned}$$

这里 $\xi(t)$ 由引理 4 给出, 经进一步整理, 可得 $V(x(t))$ 沿系统(9) 解轨线的导数为

$$\begin{aligned}&\dot{V}(x(t))\le\\&\xi^{\mathrm{T}}(t)\left\{\begin{bmatrix}U & -M_1^{\mathrm{T}}+M_2\\ * & -Q-M_2^{\mathrm{T}}-M_2\end{bmatrix}+\right.\\&\left.d\begin{bmatrix}M_1^{\mathrm{T}}\\M_2^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}R^{-1}[M_1\ \ M_2]\right\}\xi(t)+2x^{\mathrm{T}}(t)P^{\mathrm{T}}Dw(t),\end{aligned}\qquad(10)$$

其中

$$\begin{aligned}U=&P^{\mathrm{T}}(\bar{A}+BK+\bar{A}_1)+(\bar{A}+BK+\bar{A}_1)^{\mathrm{T}}P+\\&Q+M_1+M_1^{\mathrm{T}}+dP^{\mathrm{T}}\bar{A}_1R^{-1}\bar{A}_1^{\mathrm{T}}P.\end{aligned}$$

由矩阵的 Schur 补引理, 若矩阵不等式(8) 成立, 利用不等式(10), 当 $w(t)=0$ 时有 $\dot{V}(x(t))<0$. 根据Lyapunov 定理, 闭环系统(4) 的解是内部渐近稳定的.

其次证明系统(1) 满足 H_∞ 范数界 γ, 在零初始条件下, 即 $x(t)\equiv0,\ t\in[-d\ \ 0]$, 对给定的 $\gamma>0$, 引入泛函 $J=\int_0^{\infty}[z^{\mathrm{T}}(t)z(t)-\gamma^2w^{\mathrm{T}}(t)w(t)]\mathrm{d}t$. 利用构造的Lyapunov 泛函 $V(x(t))$ 和零初始条件, 对任意的非零 $w(t)\in L_2[0,+\infty)$, 有

$$J\le\int_0^{\infty}[z^{\mathrm{T}}(t)z(t)-\gamma^2w^{\mathrm{T}}(t)w(t)+\dot{V}(x(t))]\mathrm{d}t$$

将不等式(10) 代入上式被积函数中, 得到

$$\begin{aligned}&z^{\mathrm{T}}(t)z(t)-\gamma^2w^{\mathrm{T}}(t)w(t)+\dot{V}(x(t))\le\\&\xi^{\mathrm{T}}(t)\left\{\begin{bmatrix}\Omega & -M_1^{\mathrm{T}}+M_2\\ * & -Q-M_2^{\mathrm{T}}-M_2\end{bmatrix}+\right.\\&\left.d\begin{bmatrix}M_1^{\mathrm{T}}\\M_2^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}R^{-1}[M_1\ \ M_2]\right\}\xi(t)+\\&2x^{\mathrm{T}}(t)[P^{\mathrm{T}}D+(C+E_1K)^{\mathrm{T}}E_2]w(t)+\\&w^{\mathrm{T}}(t)[-\gamma^2I+E_2^{\mathrm{T}}E_2]w(t),\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}\Omega=&P^{\mathrm{T}}(\bar{A}+BK+\bar{A}_1)+(\bar{A}+BK+\bar{A}_1)^{\mathrm{T}}P+\\&Q+M_1+M_1^{\mathrm{T}}+dP^{\mathrm{T}}\bar{A}_1R^{-1}\bar{A}_1^{\mathrm{T}}P+\\&(C+E_1K)^{\mathrm{T}}(C+E_1K).\end{aligned}$$

根据矩阵的 Schur 补引理, 若矩阵不等式(8) 成立, 则有

$$z^{\mathrm{T}}(t)z(t)-\gamma^2w^{\mathrm{T}}(t)w(t)+\dot{V}(x(t))<0,$$

从而 $J\le0$, 即有 $\|z(t)\|_2\le\gamma\|w(t)\|_2$. 由于定理 1 条件中含有时滞界 d, 所以控制律(3) 是奇异系统(1) 的时滞相关 H_∞ 控制律. □

以下将去掉定理 1 条件中的不确定矩阵 $F(t)$, 并且将定理 1 中的不等式转化为线性矩阵不等式, 从而可以求出控制器增益矩阵 K. 令

$$\Phi=\begin{bmatrix}Y & -M_1^{\mathrm{T}}+M_2 & P^{\mathrm{T}}D+(C+E_1K)^{\mathrm{T}}E_2 & dM_1^{\mathrm{T}} & dP^{\mathrm{T}}\bar{A}_1 & (C+E_1K)^{\mathrm{T}}\\ * & -Q-M_2^{\mathrm{T}}-M_2 & 0 & dM_2^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\ * & * & -\gamma^2I+E_2^{\mathrm{T}}E_2 & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & -dR & 0 & 0\\ * & * & * & * & -dR & 0\\ * & * & * & * & * & -I\end{bmatrix},$$

其中

$$\begin{aligned}Y=&P^{\mathrm{T}}(A+BK+A_1)+(A+BK+\\&A_1)^{\mathrm{T}}P+Q+M_1+M_1^{\mathrm{T}}.\end{aligned}$$

由引理5 并应用Schur 补引理, 不等式(8) 成立当且仅当存在正数 ϵ, 使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} L & -M_1^{\mathrm T}+M_2 & P^{\mathrm T}D+(C+E_1K)^{\mathrm T}E_2 & dM_1^{\mathrm T} & dP^{\mathrm T}A_1 & (C+E_1K)^{\mathrm T} & (N+N_1)^{\mathrm T} \\ * & -Q-M_2^{\mathrm T}-M_2 & 0 & dM_2^{\mathrm T} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma I+E_2^{\mathrm T}E_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -dR & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -dR & 0 & dN_1^{\mathrm T} \\ * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0, \tag{11}$$

其中

$$L = P^{\mathrm T}(A+BK+A_1)+(A+BK+A_1)^{\mathrm T}P + Q + M_1^{\mathrm T}+M_1+\epsilon P^{\mathrm T}HH^{\mathrm T}P.$$

由不等式(7), 矩阵 P 可逆. 对不等式(11) 左边矩阵分别左乘和右乘矩阵

$$\mathrm{diag}\{P^{-\mathrm T}\quad P^{-\mathrm T}\quad I\quad \rho P^{-\mathrm T}\quad \rho P^{-\mathrm T}\quad I\quad I\},$$

及

$$\mathrm{diag}\{P^{-1}\quad P^{-1}\quad I\quad \rho P^{-1}\quad \rho P^{-1}\quad I\quad I\}.$$

其中: $P^{-\mathrm T}$ 表示 P^{-1} 的转置, $\rho = d^{-1}$. 并且记

$\bar P = P^{-1}$, $\bar R = P^{-\mathrm T}RP^{-1}$, $\bar Q = P^{-\mathrm T}QP^{-1}$,

$\bar M_1 = P^{-\mathrm T}M_1P^{-1}$, $\bar M_2 = P^{-\mathrm T}M_2P^{-1}$, $W = KP^{-1}$,

得矩阵不等式(11) 等价于如下矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \Sigma & -\bar M_1+\bar M_2 & D+\bar P^{\mathrm T}C^{\mathrm T}E_2+W^{\mathrm T}E_1^{\mathrm T}E_2 & \bar M_1^{\mathrm T} & A_1\bar P & \bar P^{\mathrm T}C^{\mathrm T}+W^{\mathrm T}E_1^{\mathrm T} & \bar P^{\mathrm T}(N+N_1)^{\mathrm T} \\ * & -\bar Q-\bar M_2^{\mathrm T}-\bar M_2 & 0 & \bar M_2^{\mathrm T} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma I+E_2^{\mathrm T}E_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\rho\bar R & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\rho\bar R & 0 & \bar P^{\mathrm T}N_1^{\mathrm T} \\ * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0. \tag{12}$$

其中

$$\Sigma = (A+A_1)\bar P + BW + \bar P^{\mathrm T}(A+A_1)^{\mathrm T} + W^{\mathrm T}B^{\mathrm T} + \bar Q + \bar M_1^{\mathrm T} + \bar M_1 + \epsilon HH^{\mathrm T}.$$

相应地, 矩阵不等式(6), (7) 成立分别等价于如下线性矩阵不等式:

$$\bar P^{\mathrm T}E^{\mathrm T} = E\bar P \geq 0, \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix} \bar P^{\mathrm T}A^{\mathrm T}+W^{\mathrm T}B^{\mathrm T}+A\bar P+BW+\epsilon HH^{\mathrm T} & \bar P^{\mathrm T}N^{\mathrm T} \\ * & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0 \tag{14}$$

成立. 综上所述, 可得:

定理 2 对不确定奇异时滞系统(1) 和给定的正常数 γ, 若存在对称正定矩阵 $\bar R$, $\bar Q$, 以及适当维数矩阵 $\bar P$, $\bar M_1$, $\bar M_2$, W 和正常数 ϵ, 使得线性矩阵不等式(12)～(14) 成立, 则 $u(t) = W\bar P^{-1}x(t)$ 是奇异系统(1) 的一个时滞相关 H_∞ 控制律.

进一步, 通过求解以下优化问题:

$$\min\ \gamma,$$
$$\text{s.t. 不等式(12), (13), (14) 成立}, \tag{15}$$

可以得到使奇异系统(1) 的 H_∞ 范数界 γ 最小的最优状态反馈 H_∞ 控制律.

4 仿真示例

考虑时滞不确定奇异系统(1), 其中

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -1 & 0.3 \\ 0.2 & -0.5 \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ -0.1 & 0.2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$C = [0.2\quad 0.3],\ E_1 = 1,\ E_2 = 0,$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},\ N = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ N_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

取时滞界 $d = 1$, 利用 Matlab 软件 LMI 工具箱求解优化问题(15), 得到干扰抑制

$$\gamma_{\min} = 1.8591 \times 10^{-5},$$

及

$$\bar P = \begin{bmatrix} 9.1352 & 0 \\ 0.0987 & 6.8076 \end{bmatrix} \times 10^7,$$

$$W = [-1.8566\quad -2.0423] \times 10^7,$$

从而得到时滞不确定奇异系统(1) 的最优状态反馈 H_∞ 控制律

$$u(t) = [-0.2\quad -0.3]x(t).$$

可进一步应用 Matlab 软件 LMI 工具箱 mincx() 求得优化问题(15) 的范数较小的 LMIs 矩阵解.

5 结 语

本文利用 Lyapunov 泛函方法和线性矩阵不等式工具讨论了不确定时滞奇异系统的时滞相关 H_∞ 控制问题, 无需对奇异系统进行转化, 直接利用基于 LMI 的时滞相关充分条件, 得到奇异系统的 H_∞ 控

制律. 进一步可利用Matlab 软件LMI工具箱求得奇异系统的最优 H_∞ 控制律. 本文的结果容易推广到输出方程存在不确定的情形.

参考文献(References)

[1] Dai L Y. *Singular Control Systems* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1989: 10-16.

[2] Xu S Y, Paul Van Dooren, Stefan, et al. Robust Stabilization for Singular Systems with State Delay and Parameter Uncertainty [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(7): 1122-1128.

[3] Zhou S S, Li H L, Feng C B. H_∞ Suboptimal Control for a Class of Singular Systems with Time-delay: An LMI Approach [J]. *Control Theory and Applications*, 2002, 19(3): 324-328.

[4] 冯俊娥, 程兆林. 线性广义时滞系统的 H_∞ 状态反馈控制器[J]. *控制与决策*, 2003, 18(2): 159-163.
(Feng J E, Cheng Z L. H_∞ State Feedback Control for Linear Singular Systems with Time-delay in State[J]. *Control and Decision*, 2003, 18(2): 159-163.)

[5] Masubuchi I, Kamitane Y, Ohara A, et al. H_∞ Control for Descriptor Systems: A Matrix Inequalities Approach[J]. *Automatica*, 1997, 33(4): 669-673.

[6] 董心壮, 张庆灵. 滞后广义系统的状态反馈 H_∞ 控制[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(6): 941-944.
(Dong X Z, Zhan Q L. State Feedback H_∞ Control of Linear Singular Systems with Time-delay [J]. *Control Theory and Applications*, 2004, 21(6): 941-944.)

[7] 蒋威. *退化、时滞微分系统*[M]. 合肥: 安徽大学出版社, 1998.
(Jiang W. *Degenerate Differential Systems with Delay* [M]. Hefei: Anhui University Press, 1998.)

[8] Wang Y, Xie L, de Souza CE. Robust Control of a Class of Uncertain Nonlinear Systems [J]. *System Control Letters*, 1992, 19(2): 139-149.

[9] 张先明, 吴敏, 何勇. 不确定线性多时变时滞系统的时滞相关鲁棒控制[J]. *控制与决策*, 2004, 19(5): 496-500.
(Zhang X M, Wu M, He Y. Delay Dependent Robust Control for Linear Systems with Multiple Time-varying Delays and Uncertainties [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(5): 496-500.)

[10] Xie L. Output Feedback H_∞ Control of Systems with Parameter Uncertainty[J]. *Int J of Control*, 1996, 63(4): 741-750.

(上接第1306 页)

5 结　语

采用公共李雅普诺夫函数方法研究了输入存在饱和特性时参数不确定性切换系统的状态反馈镇定, 构造了随机梯度算法用于求解反馈控制律. 该算法依概率收敛到某个可行解. 需要说明的是, 设计饱和控制器时, 若想获得较大的不变集, 则不变集可能包含部分饱和区, 待解不等式会变为非凸, 此时饱和控制器的设计问题有待进一步研究.

参考文献(References)

[1] 翟长连, 何苇, 吴智铭. 切换系统的稳定性及镇定控制器设计[J]. *信息与控制*, 2000, 29(1): 21-26.
(Zhai C L, He W, Wu Z M. Stability and Stabilizing Design of m-Switched Systems [J]. *Information and Control*, 2000, 29(1): 21-26.)

[2] Henrion D, Tarbouriech S. LMI Ralaxations for Robust Stability of Linear Systems with Saturating Controls[J]. *Automatica*, 1999, 35(9): 1599-1604.

[3] Polyak B T, Tempo R. Probabilistic Robust Design with Linear Quadratic Regulators [J]. *Systems and Control Letters*, 2001, 43(5): 343-353.

[4] Calafiore G, Polyak B T. Stochastic Algorithms for Exact and Approximate Feasibility of Robust Lmis[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(11): 1755-1759.

[5] Ishii H, Basar T, Tempo R. Randomized Algorithms for Quadratic Stability of Quantized Sampled-data Systems[J]. *Automatica*, 2004, 40(5): 839-846.

[6] Liberzon D, Tempo R. Common Lyapunov Functions and Gradient Algorithms[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(6): 990-994.

[7] Ishii H, Basar T, Tempo R. Randomized Algorithms for Synthesis of Switching Rules for Multimodal Systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2005, 50(6): 754-767.

[8] Tempo R, Bai E W, Dabbene F. Probabilistic Robustness Analysis: Explicit Bounds for Minimum Number of Samples [J]. *Systems and Control Letters*, 1997, 30(5): 237-242.