第21卷 第12期 控 制 与 决 策 2006年12月
Vol 21 No. 12 Control and Decision Dec 2006

文章编号: 1001-0920(2006)12-1387-05

中立时滞LPV系统基于观测器的控制器设计

段玉波[1], 袁 伟[1], 王俊玲[2]
(1. 大庆石油学院 电气信息工程学院, 黑龙江 大庆 163318;
2. 哈尔滨工程大学 核科学与技术学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 研究一类中立时滞线性参数变化系统的基于观测器的控制问题. 采用Lyapunov方法, 提出了系统的时滞相关稳定性条件, 设计了增益调度控制器和状态观测器. 利用参数线性矩阵不等式, 将控制器存在的充分条件转化为凸优化问题. 最后通过数值仿真验证了所提出方法的可行性.

关键词: 线性参数变化系统; 线性矩阵不等式; 中立时滞; 增益调度观测器
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Design of Observer-based Controller of Neutral LPV Systems

DUAN Yu-bo[1], *YUAN Wei*[1], *WANG Jun-ling*[2]
(1. Faculty of Electricity and Information Engineering, Daqing Petroleum Institute, Daqing 163318, China; 2. Nuclear College of Science and Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China. Correspondent: WANG Jun-ling, E-mail: jun-ling2003@yahoo.com.cn)

Abstract: The observer-based control problem for a class of linear parameter-varying systems of neutral type is investigated. Using the Lyapunov method, a delay-dependent criterion for asymptotic stability is achieved in terms of parameterized linear matrix inequalities. The design of admissible gain scheduling controllers and state observers is cast into a convex optimization problem. A numerical example is provided to demonstrate the feasibility of the proposed approach.

Key words: Linear parameter-varying system; Linear matrix inequality; Neutral delay; Gain-scheduled observer

1 引 言

近年来, 有关线性参数变化系统的研究得到了控制界的高度重视. 这是因为线性参数变化系统可以描述许多实际系统内在的非线性和时变特性, 并且能用线性化方法解决非线性问题, 进而设计增益调度控制器[1~7].

时滞常常造成系统不稳定或使系统性能变差, 对时滞LPV系统的研究具有重要的理论和现实意义. 目前对该系统的研究主要集中在稳定性分析[4,5]和H_∞控制[4,6,7]等问题上. 其中文献[7]是在系统状态完全可测的情况下, 通过广义系统方法来研究中立时滞LPV系统的H_∞状态反馈控制问题. 当系统的状态不能全部得到时, 需要进一步研究基于重构状态来实现所要求的状态反馈. 因此, 基于观测器的控制器设计成为解决问题的重要途径.

基于观测器的控制器设计已有不少成功的应用. 文献[3]将其用于非时滞的LPV控制系统, 设计了依赖于参数的控制器; [6]将其应用于时滞LPV系统, 设计了H_∞控制器; [8]将其用于线性时滞中立系统, 得出了基于观测器的时滞无关控制器. 然而, 这种设计方法在中立时滞LPV系统中的应用尚未见报道.

本文研究一类中立时滞LPV系统, 应用Lyapunov稳定性理论和线性矩阵不等式方法, 提出了基于观测器的控制方法. 将控制器存在的充分条件转化为参数线性矩阵不等式的求解问题, 并用数值仿真验证了所提出方法的可行性.

收稿日期: 2005-09-28; **修回日期**: 2006-03-10.

作者简介: 段玉波(1951-), 男, 黑龙江木兰人, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、鲁棒控制等研究; 王俊玲(1968-), 女, 黑龙江五常人, 副教授, 博士, 从事时滞LPV系统、增益调度控制的研究.

2 问题描述

考虑一类中立时滞LPV 系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) - E\dot{x}(t-h) = \\ A(\rho(t))x(t) + A_h(\rho(t))x(t- \\ h) + B(\rho)u(t), \\ y(t) = C(\rho(t))x(t). \end{cases} \tag{1}$$

满足初始条件

$$x(t_0+\theta) = \phi(\theta), \forall\theta\in[-h, 0]. \tag{2}$$

其中: $x(t)\in R^n$ 为状态向量, $y(t)\in R^p$ 为输出向量, $u(t)\in R^m$ 为控制变量, $\phi(\cdot)$ 为在闭区间 $[-h, 0]$ 上给定的连续可微函数, $h>0$ 为常数时滞. 假定系统矩阵 $A(\cdot), A_h(\cdot), B(\cdot), C(\cdot)$ 为时变参数 $\rho(\cdot)$ 的函数, 参数向量 $\rho(t) = [\rho_1(t) \quad \rho_2(t) \quad \cdots \quad \rho_s(t)]^{\mathrm{T}}$ 满足 $\rho_i(t)$ 实时可测且 $\rho_i(t)\in[\underline{\rho}_i, \overline{\rho}_i]$, 参数的变化率 $\tau_i(t)\in[\underline{\tau}_i, \overline{\tau}_i]$, 系统 $(A(\rho), B(\rho))$ 和 $(A(\rho), C(\rho))$ 是完全能控能观的. 以下为了方便, 用 ρ 和 ρ_i 分别表示 $\rho(t)$ 和 $\rho_i(t)$.

构造系统(1) 的全阶状态观测器

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A(\rho)\tilde{x}(t) + A_h(\rho)\tilde{x}(t-h) + \\ \qquad B(\rho)u(t) + L(\rho)[y(t) - C(\rho)\tilde{x}(t)], \\ \tilde{x}(t_0+\theta) = 0, \forall\theta\in[-h, 0]; \end{cases} \tag{3}$$

以及控制律

$$u(t) = -K(\rho)\tilde{x}(t). \tag{4}$$

其中: $\tilde{x}(t)\in R^n$ 为观测器状态向量, $K(\rho)$ 和 $L(\rho)$ 分别为待求的增益调度反馈增益矩阵和观测器增益矩阵.

定义误差向量 $e(t) = x(t) - \tilde{x}(t)$. 此时误差动态系统为

$$\dot{e}(t) = (A(\rho) - L(\rho)C(\rho))e(t) + A_h(\rho)e(t-h) + E\dot{x}(t-h). \tag{5}$$

本文的目标是设计基于观测器的控制器, 使得闭环系统

$$\dot{x}(t) - E\dot{x}(t-h) = \bar{A}(\rho)x(t) + A_h(\rho)x(t-h) + B(\rho)K(\rho)e(t) \tag{6}$$

渐近稳定. 其中

$$\bar{A}(\rho) = A(\rho) - B(\rho)K(\rho). \tag{7}$$

3 主要结果

采用Lyapunov 方法, 设计基于观测器的控制器, 以保证闭环系统时滞相关渐近稳定.

控制器增益矩阵和观测器增益矩阵具有如下形式:

$$K(\rho) = B^{\mathrm{T}}(\rho)P(\rho), L(\rho) = R^{-1}(\rho)C^{\mathrm{T}}. \tag{8}$$

其中 $P(\rho)$ 和 $R(\rho)$ 为待求的正定矩阵.

定理 1 对于系统(1) 和给定的时滞 h, 如果存在连续可微的对称正定矩阵 $P(\rho)$ 和 $R(\rho)$, 对称正定矩阵 Q_1, Q_2 和 S, 矩阵 Y_i 和 $W_i (i = 1, 2, 3)$, 正数 μ_1 和 μ_2, 对所有参数变化轨迹满足如下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11}(\rho) & \Gamma_{12}(\rho) & \Gamma_{13} & P(\rho)E & 3P(\rho)B(\rho) & 2M(\rho) & 2hM(\rho) & 2hM(\rho) & hY_1 & hW_1 \\ * & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & 0 & 0 & 2A_h^{\mathrm{T}}(\rho) & 2hA_h^{\mathrm{T}}(\rho) & 2hA_h^{\mathrm{T}}(\rho) & hY_2 & hW_2 \\ * & * & \Gamma_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & hY_3 & hW_3 \\ * & * & * & -I+3E^{\mathrm{T}}E & 0 & 0 & 2hE^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -3I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -2I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -2h\mu_2 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -2h\mu_1 I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -hI & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -hI \end{bmatrix} < 0, \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{11}(\rho) & R(\rho)A_h(\rho) & R(\rho) & P(\rho)B(\rho) & 4N(\rho) & 3hN(\rho) & 4hN(\rho) \\ * & -S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -4I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -3h\mu_1 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -4h\mu_2 I \end{bmatrix} < 0. \tag{10}$$

则闭环系统(6) 渐近稳定. 其中

$$\Gamma_{11}(\rho) = P(\rho)A(\rho) + A^{\mathrm{T}}(\rho)P(\rho) + \dot{P}(\rho) + Q_1 - Y_1 - Y_1^{\mathrm{T}} - W_1 - W_1^{\mathrm{T}},$$

$$\Gamma_{12}(\rho) = P(\rho)A_h(\rho) + Y_1(E+I) - Y_2^{\mathrm{T}} + W_1 - W_2^{\mathrm{T}},$$

$$\Gamma_{13} = -Y_1E - Y_3^{\mathrm{T}} - W_3^{\mathrm{T}},$$

$$\Gamma_{22} = Q_2 - Q_1 + Y_2(E+I) + (E+$$

$I)^{\mathrm{T}}Y_2^{\mathrm{T}} + W_2 + W_2^{\mathrm{T}}$,

$\Gamma_{23} = (E + I)^{\mathrm{T}}Y_3^{\mathrm{T}} - Y_2E + W_3^{\mathrm{T}}$,

$\Gamma_{33} = - Y_3E - E^{\mathrm{T}}Y_3^{\mathrm{T}} - Q_2$,

$M(\rho) = A^{\mathrm{T}}(\rho) + P(\rho)B(\rho)B^{\mathrm{T}}(\rho)$,

$\Sigma_{11}(\rho) = R(\rho)A(\rho) + A^{\mathrm{T}}(\rho)R(\rho) + S + \dot{R}(\rho) - 2C^{\mathrm{T}}(\rho)C(\rho)$,

$N(\rho) = P(\rho)B(\rho)B^{\mathrm{T}}(\rho)$.

证明　令

$$\zeta(t) = \bar{A}(\rho)x(t) + A_h(\rho)x(t-h) + B(\rho)K(\rho)e(t), \tag{11}$$

则有下式成立:

$$\int_{t-h}^{t}(\dot{x}(\alpha) - E\dot{x}(\alpha - h))\mathrm{d}\alpha = \int_{t-h}^{t}\zeta(\alpha)\mathrm{d}\alpha$$

因而有

$$x(t) - (E + I)x(t-h) + Ex(t-2h) = \int_{t-h}^{t}\zeta(\alpha)\mathrm{d}\alpha \tag{12}$$

选取 Lyapunov 函数 $V(x_t) = \sum_{i=1}^{8}V_i(x_t)$. 其中

$V_1(x_t) = x^{\mathrm{T}}(t)P(\rho)x(t)$,

$V_2(x_t) = \int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(\alpha)Q_1x(\alpha)\mathrm{d}\alpha$,

$V_3(x_t) = \int_{t-2h}^{t-h}x^{\mathrm{T}}(\alpha)Q_2x(\alpha)\mathrm{d}\alpha$,

$V_4(x_t) = \int_{t-h}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(\alpha)\dot{x}(\alpha)\mathrm{d}\alpha$,

$V_5(x_t) = \epsilon_1\int_{-h}^{0}\int_{t+\beta}^{t}\zeta^{\mathrm{T}}(\alpha)\zeta(\alpha)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta$

$V_6(x_t) = \epsilon_2\int_{-h}^{0}\int_{t+\beta}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(\alpha)\dot{x}(\alpha)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta$,

$V_7(x_t) = e^{\mathrm{T}}(t)R(\rho)e(t)$,

$V_8(x_t) = \int_{t-h}^{t}e^{\mathrm{T}}(\alpha)Se(\alpha)\mathrm{d}\alpha$

这里 $P(\rho), Q_1, Q_2, R(\rho)$ 和 S 为正定矩阵, ϵ_1 和 ϵ_2 为正数.

根据式(12) 和 Newton-Leibniz 公式

$$x(t-h) = x(t) - \int_{t-h}^{t}\dot{x}(\beta)\mathrm{d}\beta, \tag{13}$$

可得 $V_i(x_t)\ (i = 1, 2, \cdots, 8)$ 沿系统(6) 的导数

$\dot{V}_1(x_t) = x^{\mathrm{T}}(t)\dot{P}(\rho)x(t) + 2x^{\mathrm{T}}(t)P(\rho)[\bar{A}(\rho)x(t) + A_h(\rho)x(t-h) + E\dot{x}(t-h) + B(\rho)K(\rho)e(t)] + 2[x^{\mathrm{T}}(t)Y_1 + x^{\mathrm{T}}(t-h)Y_2 + x^{\mathrm{T}}(t-2h)Y_3][\int_{t-h}^{t}\zeta(\alpha)\mathrm{d}\alpha - x(t) + (E + I)x(t-h) - Ex(t-2h)] + 2[x^{\mathrm{T}}(t)W_1 + x^{\mathrm{T}}(t-h)W_2 + x^{\mathrm{T}}(t-2h)W_3][\int_{t-h}^{t}\dot{x}(\beta)\mathrm{d}\beta - x(t) + x(t-h)]$,

$\dot{V}_2(x_t) = x^{\mathrm{T}}(t)Q_1x(t) - x^{\mathrm{T}}(t-h)Q_1x(t-h)$,

$\dot{V}_3(x_t) = x^{\mathrm{T}}(t-h)Q_2x(t-h) - x^{\mathrm{T}}(t-2h)Q_2x(t-2h)$,

$\dot{V}_4(x_t) = \dot{x}^{\mathrm{T}}(t)\dot{x}(t) - \dot{x}^{\mathrm{T}}(t-h)\dot{x}(t-h) = [\bar{A}(\rho)x(t) + A_h(\rho)x(t-h) + E\dot{x}(t-h) + B(\rho)K(\rho)e(t)]^{\mathrm{T}}[\bar{A}(\rho)x(t) + A_h(\rho)x(t-h) + E\dot{x}(t-h) + B(\rho)K(\rho)e(t)] - \dot{x}^{\mathrm{T}}(t-h)\dot{x}(t-h)$,

$\dot{V}_5(x_t) = \epsilon_1h\zeta^{\mathrm{T}}(t)\zeta(t) - \epsilon_1\int_{t-h}^{t}\zeta^{\mathrm{T}}(\alpha)\zeta(\alpha)\mathrm{d}\alpha \leq \epsilon_1h[\bar{A}(\rho)x(t) + A_h(\rho)x(t-h) + B(\rho)K(\rho)e(t)]^{\mathrm{T}}[\bar{A}(\rho)x(t) + A_h(\rho)x(t-h) + B(\rho)K(\rho)e(t)] - \frac{\epsilon_1}{h}[\int_{t-h}^{t}\zeta(\alpha)\mathrm{d}\alpha]^{\mathrm{T}}[\int_{t-h}^{t}\zeta(\alpha)\mathrm{d}\alpha]$,

$\dot{V}_6(x_t) = \epsilon_2h\dot{x}^{\mathrm{T}}(t)\dot{x}(t) - \epsilon_2\int_{t-h}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(\alpha)\dot{x}(\alpha)\mathrm{d}\alpha = \epsilon_2h[\bar{A}(\rho)x(t) + A_h(\rho)x(t-h) + E\dot{x}(t-h) + B(\rho)K(\rho)e(t)]^{\mathrm{T}}[\bar{A}(\rho)x(t) + A_h(\rho)x(t-h) + E\dot{x}(t-h) + B(\rho)K(\rho)e(t)] - \frac{\epsilon_2}{h}[\int_{t-h}^{t}\dot{x}(\alpha)\mathrm{d}\alpha]^{\mathrm{T}}[\int_{t-h}^{t}\dot{x}(\alpha)\mathrm{d}\alpha]$,

$\dot{V}_7(x_t) = e^{\mathrm{T}}(t)\dot{R}(\rho)e(t) + 2e^{\mathrm{T}}(t)R(\rho)[(A(\rho) - L(\rho)C(\rho))e(t) + A_h(\rho)e(t-h) + E\dot{x}(t-h)]$,

$\dot{V}_8(x_t) = e^{\mathrm{T}}(t)Se(t) - e^{\mathrm{T}}(t-h)Se(t-h)$.

为了获得 $\dot{V}(x_t)$ 的上界, 引入不等式

$$2|x^{\mathrm{T}}y| \leq \lambda x^{\mathrm{T}}x + \lambda^{-1}y^{\mathrm{T}}y, \tag{14}$$

对于任意的实数 $\lambda > 0$ 以及适当维数的 x 和 y 均成立. 应用不等式(14), 可得以下结果:

$2x^{\mathrm{T}}(t)P(\rho)B(\rho)K(\rho)e(t) \leq x^{\mathrm{T}}(t)P(\rho)B(\rho)B^{\mathrm{T}}(\rho)P(\rho)x(t) + e^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}(\rho)K(\rho)e(t)$,

$- 2e^{\mathrm{T}}(t)R(\rho)E\dot{x}(t-h) \leq \dot{x}^{\mathrm{T}}(t-h)E^{\mathrm{T}}E\dot{x}(t-h) + e^{\mathrm{T}}(t)R(\rho)R(\rho)e(t)$,

$- 2e^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}(\rho)B^{\mathrm{T}}(\rho)E\dot{x}(t-h) \leq \dot{x}^{\mathrm{T}}(t-h)E^{\mathrm{T}}E\dot{x}(t-h) + e^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}(\rho)B^{\mathrm{T}}(\rho)B(\rho)K(\rho)e(t)$,

$- 2e^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}(\rho)B^{\mathrm{T}}(\rho)[\bar{A}(\rho)x(t) + A_h(\rho)x(t-h)] \leq x^{\mathrm{T}}(t-h)A_h^{\mathrm{T}}(\rho)A_h(\rho)x(t-h) + x^{\mathrm{T}}(t)\bar{A}^{\mathrm{T}}(\rho)\bar{A}(\rho)x(t) + 2e^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}(\rho)B^{\mathrm{T}}(\rho)B(\rho)K(\rho)e(t)$.

令

$$
\begin{aligned}
&q_1(x_t,\alpha,\beta)=\\
&[x^{\mathrm T}(t)\quad x^{\mathrm T}(t-h)\quad x^{\mathrm T}(t-2h)\rightarrow\\
&\leftarrow \dot{x}^{\mathrm T}(t-h)\quad \dot{x}^{\mathrm T}(\alpha)\quad x^{\mathrm T}(\beta)]^{\mathrm T},\\
&q_2(e_t)=[e^{\mathrm T}(t)\quad e^{\mathrm T}(t-h)]^{\mathrm T},\\
&\Gamma(\rho)=\\
&\begin{bmatrix}
\hat{\Gamma}_{11}(\rho) & \Gamma_{12}(\rho) & \Gamma_{13} & P(\rho)E & hY_1 & hW_1\\
* & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & 0 & hY_2 & hW_2\\
* & * & \Gamma_{33} & 0 & hY_3 & hW_3\\
* & * & * & \hat{\Gamma}_{44} & 0 & 0\\
* & * & * & * & -hI & 0\\
* & * & * & * & * & -hI
\end{bmatrix}+\\
&2(1+\epsilon_1 h+\epsilon_2 h)\begin{bmatrix}\bar{A}^{\mathrm T}(\rho)\\ A_h^{\mathrm T}(\rho)\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{A}^{\mathrm T}(\rho)\\ A_h^{\mathrm T}(\rho)\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}^{\mathrm T},\\
&\Sigma(\rho)=\begin{bmatrix}\Pi(\rho) & SA_h(\rho)\\ * & -S\end{bmatrix},\\
&\Pi(\rho)=\\
&\dot{R}(\rho)+R(\rho)(A(\rho)-L(\rho)C(\rho))+S+\\
&(A(\rho)-L(\rho)C(\rho))^{\mathrm T}R(\rho)+R(\rho)R(\rho)+\\
&P(\rho)B(\rho)B^{\mathrm T}(\rho)P(\rho)+(4+3\epsilon_1 h+\\
&4\epsilon_2 h)K^{\mathrm T}(\rho)B^{\mathrm T}(\rho)B(\rho)K^{\mathrm T}(\rho),\\
&\hat{\Gamma}_{11}(\rho)=\\
&\dot{P}(\rho)+P(\rho)\bar{A}(\rho)+\bar{A}^{\mathrm T}(\rho)P(\rho)+Q_1-\\
&Y_1-Y_1^{\mathrm T}-W_1-W_1^{\mathrm T}+P(\rho)B(\rho)B^{\mathrm T}(\rho)P(\rho),\\
&\hat{\Gamma}_{44}=-I+(3+2\epsilon_2 h)E^{\mathrm T}E.
\end{aligned}
$$

则有

$$
\begin{aligned}
\dot{V}(t)\leqslant&\frac{1}{h^2}\int_h\int_h q_1^{\mathrm T}(x_t,\alpha,\beta)\Gamma(\rho)q_1(x_t,\alpha,\beta)\times\\
&\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta+q_2^{\mathrm T}(e_t)\Sigma(\rho)q_2(e_t).
\end{aligned}\tag{15}
$$

令 $\mu_1=1/\epsilon_1,\mu_2=1/\epsilon_2$, 由 Schur 补引理[9], 并考虑式(7) 和(8), 可知式(9) 和(10) 等价于 $\Gamma(\rho)<0,\Sigma(\rho)<0$.

另一方面, 式(9) 可保证 $3E^{\mathrm T}E+2h\mu_2^{-1}E^{\mathrm T}E-I<0$ 成立, 因而

$$
E^{\mathrm T}E<\frac{I}{3+2h\mu_2^{-1}}<I.
$$

与文献[10] 中定理 1 的证明过程相似, 可以得出系统时滞相关渐近稳定的结论 □

注 1 由于对参数的依赖性, 式(9) 和(10) 对应的是无限维的线性矩阵不等式组 借助于文献[2, 4] 的近似基函数和网格技术, 可将其转化为有限维的线性矩阵不等式组 选取近似基函数 $\sum_{j=1}^{n_f} f_j(\rho)$, 则有

$$
P(\rho)=\sum_{j=1}^{n_f} f_j(\rho)P_j>0,R(\rho)=\sum_{j=1}^{n_f} f_j(\rho)R_j.\tag{16}
$$

因此, 通过求解式(9), (10) 和(16) 可得到基于观测器的控制器 为保证所得控制器对所有参数变化轨迹满足要求, 要对整个参数变化域作网格划分, 尽可能得到更多的网格点, 以保证参数线性矩阵不等式组在每个网格点上都成立

注 2 利用参数线性矩阵不等式(9), (10) 和(16), 可求出使系统渐近稳定所容许的最大时滞, 也可将 μ_1 和 μ_2 或二者之和作为一个优化变量 即通过求解如下凸优化问题:

$$
\min \mu_1(\text{or }\mu_2)\quad \text{s. t.}\ (9),(10),(16),\tag{17}
$$

设计系统(1) 的基于观测器的控制器, 且满足要求的控制器增益矩阵可由式(8) 求出

4 数值仿真

考虑具有随参数变化状态时滞的LPV 系统

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}(t)=\\
&\begin{bmatrix}0.2\rho & 0.5+0.1\rho(t)\\ 1 & -1+0.3\rho(t)\end{bmatrix}x(t)+\\
&\begin{bmatrix}0.3+0.1\rho(t) & 0.2\\ 0.2 & 0.3+0.1\rho(t)\end{bmatrix}x(t-\\
&h)+\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix}\dot{x}(t-h)+\begin{bmatrix}0.3\\ 0.3\end{bmatrix}u(t),\\
&z(t)=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}x(t).
\end{aligned}
$$

其中 $\rho(t)=\sin(t)$ 为时变参数, 满足

$$
\rho(t)\in[-1,1],\dot{\rho}(t)\in[-1,1].
$$

本例的目的是求出使闭环系统渐近稳定的基于观测器的状态反馈控制器 根据文献[4] 选取近似基函数 $f_1(\rho)=1,f_2(\rho)=\rho(t)$. 于是有

$$
P(\rho)=P_1+\rho(t)P_2,R(\rho)=R_1+\rho(t)R_2.
$$

用网格技术将参数的变化区域均匀划分为 9×9 网格, 求得系统稳定所容许的最大时滞为4.004 7, 相应的控制器和观测器增益矩阵分别为

$$
\begin{aligned}
K(\rho)=&[-1.646\,2\quad 1.440\,2]+\\
&\rho(t)[0.367\,5\quad -0.876\,5],\\
L(\rho)=&\begin{bmatrix}0.000\,2-0.004\,3\rho(t)\\ -0.016\,5-0.001\,0\rho(t)\end{bmatrix}\rightarrow\\
&\leftarrow\begin{bmatrix}-0.491\,1-0.001\,0\rho(t)\\ 0.022\,1-0.006\,6\rho(t)\end{bmatrix}^{-1}[1\quad 1].
\end{aligned}
$$

相应的标量值分别为

$$
\mu_1=2.964\,6\times10^{7},\mu_2=2.473\,9\times10^{7}.
$$

两个标量值 μ_1 和 μ_2 的倒数代表了Lyapunov 函

数中与时滞大小相关的项, 其值越大, 时滞对稳定性条件的影响越小. 表 1 给出了不同时滞下用式(17)求得的最优标量值, 这里以二者之和作为优化目标.

表 1　时滞与两个标量的关系

时滞 h	μ_1	μ_2	$K(\rho)$
1	3.044 0	2.995 2	$K_1(\rho)$
2	8.763 0	8.651 4	$K_2(\rho)$
3	31.357 0	31.105 0	$K_3(\rho)$
3.5	79.861 1	79.277 8	$K_4(\rho)$

表中的控制器分别为

$$K_1(\rho) = [-2.535\,2 \quad 2.230\,1] + \rho(t)[0.268\,9 \quad -0.847\,0],$$

$$K_2(\rho) = [-2.112\,7 \quad 1.737\,3] + \rho(t)[0.250\,8 \quad -0.849\,5],$$

$$K_3(\rho) = [-1.842\,7 \quad 1.574\,1] + \rho(t)[0.334\,4 \quad -0.888\,8],$$

$$K_4(\rho) = [-1.736\,0 \quad 1.501\,5] + \rho(t)[0.353\,2 \quad -0.883\,8].$$

5　结　　论

本文针对一类中立时滞线性参数变化系统, 提出了新的依赖于时滞的稳定性准则, 并给出了基于观测器的状态反馈控制器的设计方法. 数值仿真结果表明, 本文所提出的方法是可行的.

参考文献(References)

[1] Apkarian P, Gahinet P. A Convex Characterization of Gain-scheduled H_∞ Controllers[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995, 40(5): 853-864.

[2] Apkarian P, Adams R J. Advanced Gain-scheduling Techniques for Uncertain Systems[J]. *IEEE Trans on Control System Technology*, 1998, 6(1): 21-32.

[3] Hong B S. Observer-based Parameterized LPV L_2-gain Control Synthesis[A]. *Proc of American Control Conf* [C]. Anchorage, 2002: 4427-4432.

[4] Wu F, Grigoriadis K M. LPV Systems with Parameter-varying Time Delays: Analysis and Control[J]. *Automatica*, 2001, 37(2): 221-229.

[5] Zhang X P, Tsiotras P, Knospe C. Stability Analysis of LPV Time-delayed Systems[J]. *Int J of Control*, 2002, 75(7): 538-558.

[6] 王俊玲, 曾庆双, 王常虹, 等. 时滞LPV 系统基于观测器 L_2-L_2 控制[J]. *电机与控制学报*, 2003, 7(4): 317-321.
(Wang J L, Zeng Q S, Wang C H, et al. L_2-L_2 Control for Observer-based LPV Systems with Time Delay[J]. *J of Electric Machines and Control*, 2003, 7(4): 317-321.)

[7] Wang J L, Wang C H. Delay-dependent H_∞ Control for LPV Systems with Mixed Time-varying Delays[A]. *Proc of the Third Int Conf on Machine Learning and Cybernetics*[C]. Shanghai, 2004: 626-631.

[8] Park J H. On the Design of Observer-based Controller of Linear Neutral Delay-differential Systems[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2004, 150(1): 195-202.

[9] Boyd S P, Ei G L, Feron E, et al. *Linear Mmatrix Inequalities in System and Control Theory* [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

[10] Xu S Y, Lam J, Zou Y. Further Results on Delay-dependent Robust Stability Conditions of Uncertain Neutral Systems[J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2005, 15(5): 233-246.

下　期　要　目