

文章编号: 1001-0920(2006)12-1425-04

多输入离散时滞系统的变结构控制设计

米阳¹, 黄建雄¹, 李文林²

(1. 上海电力学院 数理系, 上海 200090; 2. 河南师范大学 数学与信息科学学院, 河南 新乡 453007)

摘要: 研究多输入时滞离散系统的变结构控制问题。首先将离散时滞系统简化为无时滞离散系统, 在此基础上提出一种新的变结构控制设计算法。该算法能使从空间任意点出发的运动在有限时间内准确到达并保持在切换面上, 不发生切换面的穿越, 有效地消除了抖振。数值计算和仿真结果表明了该方法的有效性。

关键词: 变结构控制; 多输入离散系统; 时滞系统; 抖振

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Variable Structure Control for Multi-input Discrete Systems with Control Delay

M I Yang¹, HUAN G Jian-xiong¹, L I Wen-lin²

(1. Department of Mathematics and Physics, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China; 2. College of Mathematics and Information Science, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China. Correspondent: M I Yang, E-mail: miyangmi@163.com)

Abstract: The problem of variable structure control for multi-input linear discrete systems with control delay is considered. The original discrete system with control delay is simplified to a linear discrete system without time-delay, and a novel chattering-free variable structure control strategy for the discrete system is developed. The sliding mode is attained by this control law which drives the system to reach and remain on the intersection of a set of prescribed sliding manifolds in finite time. The switching surface will not be passed through, so the chattering behaviors will not occur. The simulation results verify the validity of the proposed approach.

Key words: Variable structure control; Multi-input discrete systems; Time-delay systems; Chattering

1 引言

20世纪80年代以来,随着计算机技术的飞速发展,离散系统变结构控制的研究受到极大的重视。Furuta^[1]提出了基于等效控制的离散滑模变结构控制。Gao等^[2]提出了基于趋近律的离散滑模变结构控制。近年来,国内外学者对离散系统滑模变结构控制的研究不断深入,提出了各种设计思想和消除或削弱抖振的方法^[3-8]。

然而,离散系统变结构控制的抖振问题,特别是多输入离散系统的抖振问题,仍然没有得到很好的解决。即使无时滞的标称系统,也只能保证系统状态

轨迹稳定于原点邻域的某个抖振。比如趋近律方法^[2],当系统状态进入准滑动模态后, $s(k+1) - \epsilon T \operatorname{sgn} s(k)$,这意味着以后的运动必然对切换面作等速来回穿越,不可避免地产生抖振。设立边界层方法^[3]在边界层内用饱和型函数代替符号函数,使误差收敛趋近切换面。变速趋近律和滑动扇区^[4]等方法,用改变到达切换面的速度削弱抖振,但也无法保证准确到达理想滑动模态消除抖振,而且这些方法大都只对单输入系统有效。近年来,国外学者提出一些新型的滑动模态到达条件,例如Pan等^[5]基于PR型的离散系统滑模面设计方法, Koshkouei等^[6]拓展了离散滑模控制的设计方法等,但其控制方法

收稿日期: 2005-11-28; 修回日期: 2006-03-05

基金项目: 河南省自然科学基金项目(061101110); 上海市教委科研基金项目(04LB12)。

作者简介: 米阳(1976—),女,河南南阳人,讲师,博士,从事智能控制、变结构控制等研究; 李文林(1949—),男,河南舞阳人,教授,博士,从事变结构控制、模糊控制等研究。

复杂,而且稳态误差较大.总之,抖振现象仍是离散系统滑模控制的主要缺陷

本文针对具有控制时滞的多输入离散系统,提出一种新的变结构控制律设计方法和控制律算法,以 $s(k)$ 的范数 $\|s(k)\|$ 为尺度,设立边界层 $s_\delta = \{x(k); \|s(k)\| \leq \delta\}$,当系统状态 $x(k)$ 在边界层 s_δ 外时, $\|s(k)\|$ 指数递减,且不发生对切换面的穿越,快速进入边界层 s_δ ,一旦状态 $x(k)$ 进入边界层 s_δ 内,便自动切换成一步到达切换面并保持在切换面上的运动,从而有效地消除了抖振现象.控制过程中不需要检测切换时刻,控制力自动切换,实现容易

2 系统的描述和化简

考虑多输入离散时滞系统

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k-d). \quad (1)$$

其中: $x(k) \in R^n, u(k) \in R^m, G \in R^{n \times n}$ 非奇逆, $H \in R^{n \times m}, \text{rank}(H) = m, d$ 为时滞, (G, H) 完全能控

为了避开时滞项对系统分析带来的不便,对 $Hu(k-d)$ 进行分解,有

$$\begin{aligned} Hu(k-d) &= Hu(k-d) - G^{-1}Hu(k-d+1) + \\ &G^{-1}Hu(k-d+1) - \dots - G^{-d+1}Hu(k-1) + \\ &G^{-d+1}Hu(k-1) - G^{-d}Hu(k) + G^{-d}Hu(k) = \\ &G^{-d}Hu(k) + \sum_{i=0}^{d-1} G^{-i}Hu(k-d+i) - \\ &\sum_{i=0}^{d-1} G^{-i}Hu(k+1-d+i). \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)代入(1)并移项整理,得

$$\begin{aligned} x(k+1) + \sum_{i=0}^{d-1} G^{-i}Hu(k+1-d+i) &= \\ Gx(k) + G^{-d}Hu(k) + \sum_{i=0}^{d-1} G^{-i}Hu(k-d+i) &= \\ G[x(k) + \sum_{i=0}^{d-1} G^{-i}Hu(k-d+i)] + G^{-d}Hu(k). \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)两端左乘以 G^d ,得

$$\begin{aligned} G^d x(k+1) + \sum_{i=0}^{d-1} G^{d-i}Hu(k+1-d+i) &= \\ G[G^d x(k) + \sum_{i=0}^{d-1} G^{d-i}Hu(k-d+i)] + H u(k). \end{aligned} \quad (4)$$

取新状态变量

$$\bar{x}(k) = G^d x(k) + \sum_{i=0}^{d-1} G^{d-i}Hu(k-d+i), \quad (5)$$

式(5)代入(4),则系统(1)可化成无时滞系统的形式

$$\bar{x}(k+1) = G\bar{x}(k) + H u(k). \quad (6)$$

因为 H 列满秩,所以存在可逆阵 $T \in R^{n \times n}$,使得

$$TH = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B} \end{bmatrix}, \bar{B} \text{ 为 } m \times m \text{ 可逆阵}$$

作变换 $z(k) = T\bar{x}(k)$,则系统(6)可化为正则型的形式

$$\begin{cases} z_1(k+1) = A_{11}z_1(k) + A_{12}z_2(k), \\ z_2(k+1) = A_{21}z_1(k) + A_{22}z_2(k) + \bar{B}u(k). \end{cases} \quad (7)$$

其中: $z_1 \in R^{n-m}, z_2 \in R^m, A = TGT^{-1}$.

3 变结构控制律的设计

由于 (G, H) 完全可控,从而 (A_{11}, A_{12}) 完全可控.利用极点配置,可取 $C_1 \in R^{(n-m) \times m}$,使得 $A_{11} - A_{12}C_1$ 稳定(即特征根位于单位圆内).由此可取切换函数

$$s(k) = C_1 z(k) + z_2(k), C_1 \in R^{m \times (n-m)}. \quad (8)$$

由式(7)和(8),相应的滑动模态方程为

$$z_1^*(k+1) = (A_{11} - A_{12}C_1)z_1^*(k). \quad (9)$$

定义切换面边界层

$$S_\delta = \{z(k); \|s(k)\| \leq \delta\}. \quad (10)$$

定理 1 如果取控制律

$$u(k) = -\bar{B}^{-1} \left[CAz(k) - \alpha s(k) \times \frac{\text{sgn}(\|s(k)\| - \delta) + 1}{2} \right], \quad (11)$$

其中 $0 < \alpha < 1$,则系统(7)从任意点出发的运动 $z(k)$,将在有限时间内到达切换面 $s(k) = 0$

证明 在 k 时刻,如果系统(7)的状态 $z(k)$ 在边界层(10)以外,则

$$\begin{cases} \|s(k)\| - \delta > 0, \\ \frac{\text{sgn}(\|s(k)\| - \delta) + 1}{2} = 1, \\ u(k) = -\bar{B}^{-1} \left[CAz(k) - \alpha s(k) \times \frac{\text{sgn}(\|s(k)\| - \delta) + 1}{2} \right] = \\ -\bar{B}^{-1} [CAz(k) - \alpha s(k)], \\ s(k+1) = Cz(k+1) = \\ CAz(k) + \bar{B}u(k) = \\ CAz(k) - CAz(k) + \alpha s(k) = \alpha s(k), \\ \|s(k+1)\| = \alpha \|s(k)\| < \|s(k)\|, \\ C = [C_1, I] \end{cases} \quad (12)$$

即边界层外系统轨迹单调趋近于切换面

在 k 时刻, 如果系统轨迹进入边界层(10) 内, 则

$$\begin{cases} s(k) - \delta < 0 \Rightarrow \\ \operatorname{sgn}(s(k) - \delta) = -1, \\ \frac{\operatorname{sgn}(s(k) - \delta) + 1}{2} = 0 \Rightarrow \\ u(k) = -B^{-1}CAz(k), \\ s(k+1) = CAz(k) + \bar{B}u(k) = \\ CAz(k) - CAz(k) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

此时系统轨迹能一步到达切换面

若 k 时刻系统轨迹到达切换面, 则与式(13) 一样, $s(k+1) = 0$ 即状态轨线一旦到达切换面, 便将保持在切换面上. 由式(12) 和(13) 知, 从状态空间任意点出发的运动, 总在有限时间内到达理想切换面, 并沿切换面渐近趋于原点 $z = 0$, 整个运动过程不发生对切换面的穿越, 从而有效地消除了抖振.

由于系统的运动总在有限时间内进入边界层(10), 即当存在 $\bar{k}: k > \bar{k}$ 时, 有

$$\frac{\operatorname{sgn}(s(k) - \delta) + 1}{2} = 0,$$

从而

$$\lim_k u(k) = -\lim_k B^{-1}CAz(k) = 0 \quad (14)$$

由 $z(k) = Tx(k)$ 和式(5) 有

$$\lim_k \bar{x}(k) = \lim_k T^{-1}z(k) = 0,$$

$$\lim_k x(k) =$$

$$\lim_k [G^{-d}\bar{x}(k) - \sum_{i=0}^{d-1} G^{-i-1}Hu(k-d+i)] = 0$$

因此系统(1) 渐近稳定

定理 2 按式(11) 选取控制律, 则系统到达滑动模态的时间 \bar{t}_1 由下式确定:

$$\bar{t}_1 = \left[(\lg \alpha)^{-1} \lg \frac{\delta}{s(0)} \right] T. \quad (15)$$

这里 $[*]$ 表示 $*$ 的整数部分, T 为采样周期

证明 设 $z(0)$ 位于边界层外, N 时刻 $z(N)$ 进入边界层 $S_\delta = \{z(k); |s(k)| < \delta\}$. 由式(12) 的推导, 有

$$s(k+1) = \alpha s(k), \quad |s(k)| < \delta$$

$$s(N) = \alpha s(N-1) = \dots =$$

$$\alpha^N s(0), \quad |s(N)| < \delta$$

$$\alpha^N = \frac{s(N)}{s(0)} = \frac{\delta}{s(0)}$$

求解上式得

$$N = (\lg \alpha)^{-1} \lg \frac{s(N)}{s(0)}$$

$$= (\lg \alpha)^{-1} \lg \frac{\delta}{s(0)}$$

从而到达边界层的时间为式(15).

4 与趋近律方法快速性的比较

在趋近律方法中, 为了减小抖振, $\epsilon > 0$ 的选取必须充分小, 因此在准滑动模态带外, 有

$$s(k+1) = (1 - qT) s(k).$$

由此可算出进入准滑动模态带的时间

$$\bar{t}_q = (\lg(1 - qT))^{-1} \left[\lg \frac{\epsilon}{s(0)} \right] T. \quad (16)$$

形式上与本文的到达时间

$$\bar{t} = \left(\left[(\lg \alpha)^{-1} \lg \frac{\epsilon}{s(0)} \right] + 1 \right) T \quad (17)$$

大体相当

需要注意的是: 1) 趋近律方法状态进入准滑动模态带后, 将来回穿越切换面形成抖振; 2) 为了减小抖振, 式(16) 中的 ϵ 应充分小, 从而 $|\lg(\epsilon/s(0))|$ 很大 ($\lim_{\epsilon \rightarrow 0} |\ln \epsilon| = \infty$).

本文方法不出现抖振, 而且式(15) 中的 δ 不需要很小, 从而

$$\left| \lg \frac{\epsilon}{s(0)} \right| \ll \left| \lg \frac{\delta}{s(0)} \right|, \quad \bar{t}_1 \ll \bar{t}_q$$

因此本文方法在平稳性和快速性方面都优于趋近律方法

5 仿真算例

考虑两输入离散时滞系统

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k-d). \quad (18)$$

其中

$$G = \begin{bmatrix} 1.5625 & 1.0330 & 1.8438 \\ 1.0625 & 3.2813 & 1.5938 \\ 0.4375 & 2.4688 & 3.6563 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad d = 1.$$

按第 2 节的方法取新状态

$$\bar{x}(k) = Gx(k) + Hu(k-1),$$

则系统(18) 可化成

$$\bar{x}(k+1) = G\bar{x}(k) + Hu(k).$$

作变换

$$\bar{x}(k) = Tz(k), \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix},$$

系统可进一步化成

$$z(k+1) = Az(k) + \bar{B}u(k) =$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} z(k) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} u(k).$$

取切换函数

$$s(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} z_1(k) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} z_2(k),$$

边界层宽度 $\delta = 1, \alpha = 0.6$, 控制律取式(11).

仿真结果如图1~图3所示, 其中采样周期 $T = 0.01$ s

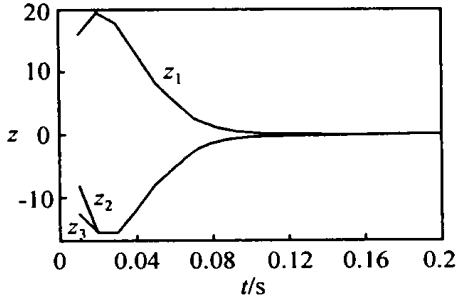


图1 $z_1(k), z_2(k), z_3(k)$ 的运动

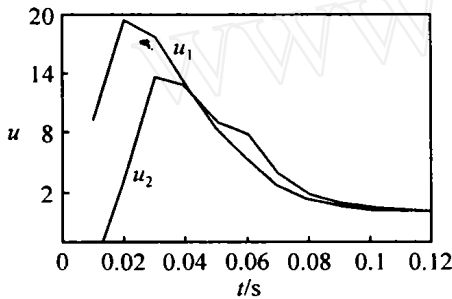


图2 $u_1(k), u_2(k)$ 的变化

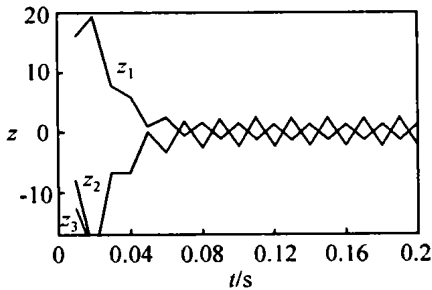


图3 趋近律方法 $z_1(k), z_2(k), z_3(k)$ 的运动

图1和图2分别为本文方法状态 $z(k)$ 和控制 $u(k)$ 的仿真图像, 没有抖振出现; 图3为同样条件下, 按趋近律方法

$$s(k+1) = \alpha s(k) - \delta \Gamma \operatorname{sgn} s(k)$$

状态 $z(k)$ 的仿真图像, 状态有明显的抖振

6 结 语

本文针对多输入时滞的离散系统, 提出一种新的滑模控制算法. 该算法可保证系统的运动在有限时间内到达滑动模态, 并沿滑动流形渐近到达原点, 有效地消除了抖振. 本文算法中的边界层宽度 δ 不必很小, 因此快速性优于常规的趋近律算法. 本文仅考虑了确定系统的情况, 对于不确定系统的情况将另文讨论.

参考文献(References):

- [1] Furuta K. Sliding Mode Control of a Discrete System [J]. *Systems and Control Letters*, 1990, 14(2): 145-152
- [2] Gao W B, Wang Y F, Homaira A. Discrete-time Variable Structure Control Systems [J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 1995, 42(2): 117-122
- [3] Kachroo P, Tomizuka M. Chattering Reduction and Error Convergence in the Sliding-mode Control of a Class of Nonlinear Systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(7): 1063-1068
- [4] Furuta K, Pan Y D. Variable Structure Control with Sliding Sector [J]. *Automatica*, 2000, 36(2): 211-228
- [5] Pan Y D, Furuta K. Discrete-time VSS Controller Design [J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 1997, 7(4): 373-386
- [6] Koshkouei A J, Zinober A S I. Sliding Mode Control of Discrete-time Systems [J]. *J of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2000, 122: 793-802
- [7] Zhang D Q, Guo G X. Discrete-time Sliding Mode Proximate Time Optimal Seek Control of Hard Disk Drives [J]. *IEE Proc of Control Theory and Applications*, 2000, 147(4): 440-446
- [8] Wang W J, Wu G H, Yang D C. Variable Structure Control Design for Uncertain Discrete-time Systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(1): 99-102

本刊被评为首届中国高校精品科技期刊

教育部科学技术司于2006年11月14日公布了“首届中国高校精品·优秀·特色科技期刊”评选结果. 经过专家评审, 共评出首届中国高校精品科技期刊52种, 《控制与决策》名列其中.

喜讯传来, 编辑部全体人员都感到欢欣鼓舞. 大

家表示, 要以此次获奖为契机, 进一步提高期刊的学术水平和编辑出版质量, 不断扩大期刊的社会影响, 为构建社会主义和谐社会做出新的贡献.

《控制与决策》编辑部