文章编号: 1001-0920(2006)12-1432-05

不确定Markov跳跃线性系统的鲁棒跟踪与模型跟随

肖晓波, 奚宏生, 季海波
(中国科学技术大学 自动化系, 合肥 230027)

摘 要: 讨论一类带Wiener过程的不确定Markov跳跃线性系统的鲁棒跟踪和模型跟随问题. 通过构造一组非线性鲁棒状态反馈跟踪控制器来跟踪给定的动态信号, 该控制器确保系统当时间趋于无穷时是以扰动衰减系数鲁棒随机稳定的, 且跟踪误差有界. 最后给出了算例, 说明所设计的鲁棒跟踪控制器具有较好的跟踪性能.

关键词: Markov跳跃系统; 鲁棒跟踪; 模型跟随; 不确定性; Wiener过程
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Robust Tracking and Model Following for Uncertain Markov Jump Linear Systems

XIAO Xiao-bo, XI Hong-sheng, JI Hai-bo
(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China. Correspondent: XI Hong-sheng, E-mail: xihs@ustc.edu.cn)

Abstract: The problem of robust tracking and model following is discussed for a class of uncertain Markov jump linear systems with Wiener process. A set of nonlinear robust state feedback tracking controllers is constructed to track the given dynamical signals. Those robust tracking controllers can guarantee that the tracking systems are robust stochastically stable with disturbance attenuation when time tends to infinity and the tracking error is bounded. A numerical example shows that the proposed robust tracking controllers possess good tracking performance.

Key words: Markov jump systems; Robust tracking; Model following; Uncertain; Wiener process

1 引 言

近30年来, 国内外学者对具有Markovian跳跃参数的随机混合系统进行了广泛而深入的研究, 并在控制、滤波以及稳定性分析等方面取得了显著成果[1~5]. 同时, 不确定系统的鲁棒跟踪和模型跟随问题也受到学者们的广泛关注: 文献[6]讨论了不确定系统鲁棒跟踪和模型跟随问题的线性控制器设计; [7]针对不确定时滞动态系统, 设计了连续鲁棒跟踪控制器, 使得跟踪误差最终一致有界; [8]则研究了一类不确定多时滞动态系统的自适应鲁棒跟踪和模型跟随问题.

然而, 对于Markov跳跃系统跟踪问题, 目前还未见较理想的研究成果报道. 本文针对这一情况, 对一类带Wiener过程的不确定Markov跳跃线性系统的鲁棒跟踪和模型跟随问题进行研究.

2 问题描述

考虑如下一类带Wiener过程的不确定Markov跳跃线性系统:

$$\begin{cases} \mathrm{d}x(t) = \\ [A(r_t) + \Delta A(a_t, r_t)]x(t)\mathrm{d}t + [B(r_t) + \\ \Delta B(b_t, r_t)]u(t)\mathrm{d}t + D(r_t)\omega(t)\mathrm{d}t + \\ D_1(r_t)x(t)\mathrm{d}\omega_1(t), \\ y(t) = C(r_t)x(t). \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t) \in \mathrm{R}^n$, $u(t) \in \mathrm{R}^l$ 和 $y(t) \in \mathrm{R}^m$ 为系统的状

收稿日期: 2005-08-16; **修回日期**: 2005-10-20.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60274012).
作者简介: 肖晓波(1974—), 男, 湖南汨罗人, 博士生, 从事随机混合系统控制等研究; 奚宏生(1950—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事离散事件动态系统等研究.

态、控制和输出向量; $a_t: \mathrm{R} \to \Omega_a \subseteq \mathrm{R}^{p_1}$ 和 $b_t: \mathrm{R} \to \Omega_b \subseteq \mathrm{R}^{p_2}$ (Ω_a 和 Ω_b 均为有界紧集) 是Lebesgue 可测的; r_t 为在有限集 $S = \{1, 2, \cdots, N\}$ 中取值的连续时间Markov 过程, 且其无穷小矩阵 $\Pi = (\pi_{ij})_{N\times N}$ 由下式确定:

$$P\{r_{(t+\Delta)} = j \mid r_t = i\} = \begin{cases} \pi_{ij}\Delta + o(\Delta), & i \neq j; \\ 1 + \pi_{ii}\Delta + o(\Delta), & i = j. \end{cases} \tag{2}$$

式中: $\lim_{\Delta\to 0} o(\Delta)/\Delta = 0, \Delta > 0$; π_{ij} 为模态 i 到模态 j 的转移率, 且有 $\pi_{ii} = -\sum_{j\neq i}\pi_{ij}, \pi_{ij} \geq 0, j \neq i, i, j \in S$; $\omega(t) \in \mathrm{R}^l$ 为属于 $L_2[0, \infty)$ 的有界扰动, $\omega_1(t)$ 为独立于Markov 过程 $\{r_t, t \geq 0\}$ 的标准Wiener 过程. 对于每一 $r_t = i \in S$, $A(i), B(i), C(i), D(i), D_1(i)$ 均为相应维已知常数矩阵; $\Delta A(a_t, i)$, $\Delta B(a_t, i)$ 为相应维系统不确定矩阵, 且满足

$$\Delta A(a_t, i) = B(i)E(a_t, i), \tag{3}$$

$$\Delta B(b_t, i) = B(i)F(b_t, i). \tag{4}$$

其中: $E(a_t, i)$ 和 $F(b_t, i)$ 为相应维未知矩阵, 满足

$$E^{\mathrm{T}}(a_t, i)E(a_t, i) \leq \xi(i)I,$$

$$\|F(b_t, i)\|_2 \leq \rho(i);$$

$\|\cdot\|_2$ 表示相应向量的 2-范数或矩阵的谱范数; $\xi(i) \geq 0$ 和 $0 \leq \rho(i) < 1$ 为已知标量.

假设参考模型的模态 r_t 在任何时刻都完全可被观测, 因而在任何时刻, 当参考模型处于确定模态 i 时, 就有处于确定模态 $r_t = i$ 的受控系统与之对应. 设参考的Markov 跳跃线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = A_m(r_t)x_m(t), \\ y_m(t) = C_m(r_t)x_m(t). \end{cases} \tag{5}$$

其中: $x_m(t) \in \mathrm{R}^{n_m}$ 和 $y_m(t) \in \mathrm{R}^m$ 为参考模型状态和输出向量, 且对于所有的 $t > 0$ 都满足 $\|x_m(t)\|_2 \leq M^*$; $A_m(i)$ 和 $C_m(i)$ 为相应维已知常数矩阵.

文献[6] 指出, 不是系统(5) 给定的所有模型都能被系统(1) 跟踪. 要设计控制器跟踪参考模型(5), 则对于每一 $i \in S$, 必须存在 $G(i) \in \mathrm{R}^{n\times n_m}$ 和 $H(i) \in \mathrm{R}^{m\times n_m}$, 满足矩阵方程

$$\begin{bmatrix} A(i) & B(i) \\ C(i) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G(i) \\ H(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G(i)A_m(i) \\ C_m(i) \end{bmatrix}. \tag{6}$$

3　鲁棒跟踪控制器设计

为了设计鲁棒跟踪控制器, 使得系统(1) 能够跟踪参考模型(5) 的输出, 定义跟踪误差

$$e(t) = y(t) - y_m(t).$$

设跟踪控制律

$$u(t) = H(r_t)x_m(t) + p(t), \tag{7}$$

同时定义新的状态变量

$$z(t) = x(t) - G(r_t)x_m(t), \tag{8}$$

代入式(1) 可得

$$\begin{aligned} &\mathrm{d}z(t) = \\ &[A(r_t) + \Delta A(a_t, r_t)]z(t)\mathrm{d}t + [B(r_t) + \\ &\Delta B(b_t, r_t)]p(t)\mathrm{d}t + [\Delta A(a_t, r_t)G(r_t) + \\ &\Delta B(b_t, r_t)H(r_t)]x_m(t)\mathrm{d}t + D(r_t)\omega(t)\mathrm{d}t + \\ &D_1(r_t)G(r_t)x_m(t)\mathrm{d}\omega_1(t) + D_1(r_t)z(t)\mathrm{d}\omega_1(t). \end{aligned}$$

由匹配条件(3) 和(4), 定义

$$f(a_t, b_t, x_m, r_t) = [E(a_t, r_t)G(r_t) + F(b_t, r_t)H(r_t)]x_m(t),$$

且对于所有 $r_t \in S$, 有

$$\bar{f}(r_t) = \max\{\|f(a_t, b_t, x_m, r_t)\|_2: a_t \in \Omega_a, b_t \in \Omega_b, \|x_m(t)\|_2 \leq M^*\}.$$

因而有

$$\begin{cases} \mathrm{d}z(t) = \\ [A(r_t) + \Delta A(a_t, r_t)]z(t)\mathrm{d}t + [B(r_t) + \\ \Delta B(b_t, r_t)]p(t)\mathrm{d}t + B(r_t)f(a_t, b_t, x_m, r_t)\mathrm{d}t + \\ D(r_t)\omega(t)\mathrm{d}t + D_1(r_t)G(r_t)x_m(t)\mathrm{d}\omega_1(t) + \\ D_1(r_t)z(t)\mathrm{d}\omega_1(t), \\ e(t) = C(r_t)z(t). \end{cases} \tag{9}$$

定义 1　对于不确定Markov 跳跃线性系统(9), 当 $u(t) = 0, \omega(t) = 0, \Delta A(a_t, r_t) = 0, \Delta B(b_t, r_t) = 0$ 时, 所有 $r_t \in S$, 平衡点 0 是随机稳定的. 如果对于每一初始状态 $z(z(0), r_0)$, 存在一个有限正常数 $T(z(0), r_0)$, 使得下式成立:

$$E\left\{\int \|z(t, z(0), r_0)\|^2\mathrm{d}t\right\} < T(z(0), r_0). \tag{10}$$

定义 2　对于每一初始状态 $(z(0), r_0)$ 以及所有允许的不确定性, 如果存在一个有限正常数 $T(z(0), r_0)$ 使得式(10) 成立, 则称系统(9) 是鲁棒随机稳定的.

定义 3　对于给定的标量 $\gamma > 0$, 如果系统(9) 是定义 2 中的鲁棒随机稳定的, 且存在常数 $M(z(0), r_0)$ $(M(0, r_0) = 0, r_0 \in S)$, 使得

$$E\left\{\int e^{\mathrm{T}}(t)e(t)\mathrm{d}t\right\} \leq \gamma^2\int \omega^{\mathrm{T}}(t)\omega(t)\mathrm{d}t + M(z(0), r_0)$$

对任何非零 $\omega(t) \in L_2[0, \infty)$ 和所有初始值 $z(0)$ 及允许的不确定性都成立, 则当 $T \to \infty$ 时, 称系统(9) 是以扰动衰减系数 γ 鲁棒随机稳定的.

引理 1[2]　设 H, F 和 E 是给定的相应维矩阵, 且有 $F^{\mathrm{T}}F \leq I$, 则对于任意 $\epsilon > 0$, 有

$$HFE + E^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}} \leq \epsilon HH^{\mathrm{T}} + \epsilon^{-1}E^{\mathrm{T}}E.$$

为了简化起见, 当 $r_t = i$ 时用下标 i 来代替 r_t, 例

如 $A(r_t) = A(i) = A_i$.

定理 1 考虑系统(9)和给定标量 γ, 对于所有 $i \in S$, 若存在一组对称正定阵 Q_i 和一组常数 ϵ_i 使得耦合不等式

$$
\begin{aligned}
&A_i^{\mathrm{T}}P_i + P_iA_i + \gamma^{-2}P_iD_iD_i^{\mathrm{T}}P_i - \\
&(2-\epsilon_i)P_iB_iB_i^{\mathrm{T}}P_i + \beta_i I + D_{1i}^{\mathrm{T}}P_iD_{1i} + \\
&C_i^{\mathrm{T}}C_i + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j + Q_i \le 0
\end{aligned}
\tag{11}
$$

有一组对称正定解 P_i, 其中 $\beta_i = \xi_i * \epsilon_i^{-1}$, 则存在控制律

$$
p(t) = -K_iz(t) - (1-\rho_i)^{-1}v_i(z(t),t),
\tag{12}
$$

使得系统(9)是鲁棒随机稳定的. 其中

$$
K_i = B_i^{\mathrm{T}}P_i,
\tag{13}
$$

$$
v_i(z(t),t) = \frac{K_iz(t)[\bar{f}_i + \rho_i\|K_iz(t)\|_2]^2}{\|K_iz(t)\|_2[\bar{f}_i + \rho_i\|K_iz(t)\|_2] + \eta\|z(t)\|_2^2},
\tag{14}
$$

η 满足

$$
0 < \eta \le \lambda_{\min}[Q_i]/2,
$$

$\lambda_{\min}[\cdot]$ 表示矩阵的最小特征值.

证明 设 $r_t = i \in S$, 待选 Lyapunov 函数为

$$
V_i(z(t),t) = z^{\mathrm{T}}(t)P_iz(t).
$$

由 Markov 无穷小算子 L[1] 可得

$$
\begin{aligned}
&LV_i(z(t),t) = \\
&z^{\mathrm{T}}(t)[A_i + \Delta A_i(a_t)]^{\mathrm{T}}P_iz(t) + z^{\mathrm{T}}(t)P_i[A_i + \\
&\Delta A_i(a_t)]z(t) + 2z^{\mathrm{T}}(t)P_i[B_i + \Delta B_i(b_t)]p(t) + \\
&z^{\mathrm{T}}(t)D_{1i}^{\mathrm{T}}P_iD_{1i}z(t) + z^{\mathrm{T}}(t)\Big(\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j\Big)z(t) + \\
&2z^{\mathrm{T}}(t)P_iB_if_i(a_t,b_t,x_m) + 2z^{\mathrm{T}}(t)P_iD_i\omega(t) = \\
&z^{\mathrm{T}}(t)\Big[A_i^{\mathrm{T}}P_i + P_iA_i + E_i^{\mathrm{T}}(a_t)B_i^{\mathrm{T}}P_i + C_i^{\mathrm{T}}C_i + \\
&P_iB_iE_i(a_t) + D_{1i}^{\mathrm{T}}P_iD_{1i} - 2P_iB_iB_i^{\mathrm{T}}P_i + \\
&\sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j + \gamma^{-2}P_iD_iD_i^{\mathrm{T}}P_i\Big]z(t) - \\
&2z^{\mathrm{T}}(t)P_iB_i[F_i(b_t)K_iz(t) - f_i(a_t,b_t,x_m)] - \\
&2z^{\mathrm{T}}(t)P_i[B_i + B_iF_i(b_t)](1-\rho_i)^{-1}v_i(z(t),t) - \\
&\gamma^2[\omega(t) - \gamma^{-2}D_i^{\mathrm{T}}P_iz(t)]^{\mathrm{T}}[\omega(t) - \\
&\gamma^{-2}D_i^{\mathrm{T}}P_iz(t)] - e^{\mathrm{T}}(t)e(t) + \gamma^2\omega^{\mathrm{T}}(t)\omega(t).
\end{aligned}
$$

为了推导方便, 令

$$
\begin{aligned}
&h_i(z(t),t) = \\
&z^{\mathrm{T}}(t)\Big[A_i^{\mathrm{T}}P_i + P_iA_i + E_i^{\mathrm{T}}(a_t)B_i^{\mathrm{T}}P_i + \\
&P_iB_iE_i(a_t) - 2P_iB_iB_i^{\mathrm{T}}P_i + C_i^{\mathrm{T}}C_i + D_{1i}^{\mathrm{T}}P_iD_{1i} + \\
&\gamma^{-2}P_iD_iD_i^{\mathrm{T}}P_i + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j\Big]z(t).
\end{aligned}
$$

由引理 1 和不等式(11)可得

$$
\begin{aligned}
&h_i(z(t),t) \le \\
&z^{\mathrm{T}}(t)\Big[A_i^{\mathrm{T}}P_i + P_iA_i + \gamma^{-2}P_iD_iD_i^{\mathrm{T}}P_i - \\
&2P_iB_iB_i^{\mathrm{T}}P_i + C_i^{\mathrm{T}}C_i + D_{1i}^{\mathrm{T}}P_iD_{1i} + \epsilon_iP_iB_iB_i^{\mathrm{T}}P_i + \\
&\epsilon_i^{-1}E_i^{\mathrm{T}}(a_t)E_i(a_t) + \sum_{j=1}^{N}\pi_{ij}P_j\Big]z(t) \le \\
&-z^{\mathrm{T}}(t)Q_iz(t).
\end{aligned}
\tag{15}
$$

同样令

$$
\begin{aligned}
&g_i(z(t),t) = \\
&-2z^{\mathrm{T}}(t)P_iB_i[F_i(b_t)K_iz(t) - f_i(a_t,b_t,x_m)] - \\
&2z^{\mathrm{T}}(t)P_i[B_i + B_iF_i(b_t)](1-\rho_i)^{-1}v_i(z(t),t),
\end{aligned}
$$

将式(13)和(14)代入上式, 得

$$
\begin{aligned}
&g_i(z(t),t) = \\
&2z^{\mathrm{T}}(t)P_iB_i[f_i(a_t,b_t,x_m) - F_i(b_t)K_iz(t)] - \\
&2z^{\mathrm{T}}(t)P_iB_i[I + F_i(b_t)] \times \\
&\frac{K_iz(t)[\bar{f}_i + \rho_i\|K_iz(t)\|_2]^2}{(1-\rho_i)\|K_iz(t)\|_2[\bar{f}_i + \rho_i\|K_iz(t)\|_2] + \eta\|z(t)\|_2^2} \le \\
&2\{\|K_iz(t)\|_2[\bar{f}_i + \rho_i\|K_iz(t)\|_2]\} - \\
&\frac{2\|K_iz(t)\|_2^2[\bar{f}_i + \rho_i\|K_iz(t)\|_2]^2}{\|K_iz(t)\|_2[\bar{f}_i + \rho_i\|K_iz(t)\|_2] + \eta\|z(t)\|_2^2} = \\
&2\eta\|z(t)\|_2^2
\end{aligned}
\tag{16}
$$

综合式(15)和(16)可得

$$
\begin{aligned}
LV_i(z(t),t) \le &-z^{\mathrm{T}}(t)(Q_i - 2\eta I)z(t) - \\
&e^{\mathrm{T}}(t)e(t) + \gamma^2\omega^{\mathrm{T}}(t)\omega(t).
\end{aligned}
$$

两边同时积分, 由 Dynkin 公式[4] 得

$$
\begin{aligned}
&E\{z^{\mathrm{T}}(T)P_iz(T) - z^{\mathrm{T}}(0)P_{r_0}z(0)\} \le \\
&E\Big\{\int_0^T[-z^{\mathrm{T}}(t)(Q_i - 2\eta I)z(t) - \\
&e^{\mathrm{T}}(t)e(t) + \gamma^2\omega^{\mathrm{T}}(t)\omega(t)]\mathrm{d}t\Big\}
\end{aligned}
$$

因此

$$
\begin{aligned}
&E\Big\{\int_0^T z^{\mathrm{T}}(t)(Q_i - 2\eta I)z(t)\mathrm{d}t\Big\} \le \\
&E\{z^{\mathrm{T}}(0)P_{r_0}z(0)\} + E\Big\{\int_0^T\gamma^2\omega^{\mathrm{T}}(t)\omega(t)\mathrm{d}t\Big\},
\end{aligned}
$$

从而

$$
\begin{aligned}
&\lambda_{\min}[Q_i - 2\eta I]E\Big\{\int_0^T z^{\mathrm{T}}(t)z(t)\mathrm{d}t\Big\} \le \\
&E\{z^{\mathrm{T}}(0)P_{r_0}z(0)\} + E\Big\{\int_0^T\gamma^2\omega^{\mathrm{T}}(t)\omega(t)\mathrm{d}t\Big\}.
\end{aligned}
$$

当 $T \to \infty$ 时, 对上式两边同时取极限, 有

$$
\lim_{T\to\infty}E\Big\{\int_0^T z^{\mathrm{T}}(t)z(t)\mathrm{d}t\Big\} \le
$$

$$\frac{\gamma^2}{\lambda_{\min}[Q_i - 2\eta_i I]}\lim_{T\to\infty}E\left\{\int_0^T \omega^{\mathrm T}(t)\omega(t)\,\mathrm dt\right\} + \frac{1}{\lambda_{\min}[Q_i - 2\eta_i I]}E\{z^{\mathrm T}(0)P_{r_0}z(0)\}.$$

由定义 2 知, 对于所有允许的参数不确定性, 系统(9) 是鲁棒随机稳定的. □

定理 2　考虑系统(9) 和给定的标量 γ, 对于所有 $i\in S$, 若存在一组对称正定阵 Q_i 和一组常数 ϵ, 使得耦合不等式(11) 有一组对称正定解 P_i, 则存在控制律(12), 使得系统(9) 当 $T\to\infty$ 时是以扰动衰减系数 γ 鲁棒随机稳定的.

证明　定义代价函数

$$J(T) = E\left\{\int_0^T[e^{\mathrm T}(t)e(t) - \gamma^2\omega^{\mathrm T}(t)\omega(t)]\mathrm dt\right\},$$

对于任意 $\omega(t)\in L_2[0,\infty)$, 由Dynkin 公式[4] 有

$$\begin{aligned}J(T) = {} & E\left\{\int_0^T[e^{\mathrm T}(t)e(t) - \gamma^2\omega^{\mathrm T}(t)\omega(t) + \\ & LV_i(z(t),t)]\mathrm dt\right\} - E\{z^{\mathrm T}(T)P_iz(T) - \\ & z^{\mathrm T}(0)P_{r_0}z(0)\}\le \\ & E\left\{\int_0^T[-z^{\mathrm T}(t)(Q_i - 2\eta_i)z(t)]\mathrm dt\right\} - \\ & E\{z^{\mathrm T}(T)P_iz(T) - z^{\mathrm T}(0)P_{r_0}z(0)\}\le \\ & z^{\mathrm T}(0)P_{r_0}z(0),\end{aligned}$$

所以

$$E\left\{\int_0^T e^{\mathrm T}(t)e(t)\,\mathrm dt\right\}\le \gamma^2E\left\{\int_0^T\omega^{\mathrm T}(t)\omega(t)\,\mathrm dt\right\} + z^{\mathrm T}(0)P_{r_0}z(0).$$

注意到 $\omega(t)\in L_2[0,\infty)$ 且 $z(0)$ 有限, 因而

$$\lim_{T\to\infty}E\left\{\int_0^T e^{\mathrm T}(t)e(t)\,\mathrm dt\right\}\le \lim_{T\to\infty}\gamma^2E\left\{\int_0^T\omega^{\mathrm T}(t)\omega(t)\,\mathrm dt\right\} + z^{\mathrm T}(0)P_{r_0}z(0).$$

由定理1和定义3可知, 系统(9) 当 $T\to\infty$ 时是以扰动衰减系数 γ 鲁棒随机稳定的. □

综合定理 1 和定理 2, 可得如下结论:

定理3　考虑不确定Markov 跳跃线性系统(1) 的鲁棒跟踪和模型跟随问题, 设其满足匹配条件(3) 和(4), 则存在如式(7), (12)～ (14) 所描述的状态反馈控制器, 使得系统当 $T\to\infty$ 时是以扰动衰减系数 γ 鲁棒随机稳定的, 且跟踪误差有界.

综上所述, 系统的跟踪误差的大小与系统的初始值和扰动的大小以及鲁棒跟踪控制器参数有关.

4　仿真示例

设不确定Markov 跳跃线性系统和参考模型具体参数如下(其中 $S = \{1, 2\}$):

$$A_1 = \begin{bmatrix}-1 & 2\\ 0 & 2\end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix},\ C_1 = C_2 = [1\quad 0],$$

$$D_1 = \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix},\ D_2 = \begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix},\ D_{11} = \begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix},$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0 & 0.2\end{bmatrix},\ \Pi = \begin{bmatrix}-1 & 1\\ 0.5 & -0.5\end{bmatrix},$$

$$A_{m1} = \begin{bmatrix}-2 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix},\ A_{m2} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix},$$

$$C_{m1} = C_{m2} = [0\quad 1].$$

求解式(6) 得

$$G_1 = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ G_2 = \begin{bmatrix}1 & 0.5\\ -0.5 & 1\end{bmatrix},$$

$$H_1 = [0\quad 0],\ H_2 = [-3\quad 1].$$

取

$$Q_1 = Q_2 = \begin{bmatrix}7 & 0\\ 0 & 7\end{bmatrix},$$

可得

$$P_1 = \begin{bmatrix}6.3116 & 2.4973\\ 2.4973 & 6.5135\end{bmatrix},$$

$$P_2 = \begin{bmatrix}15.1081 & 3.6181\\ 3.6181 & 2.8309\end{bmatrix}.$$

其他参数为

$$E_1(a_t) = \begin{bmatrix}0 & 0\\ a_t & 0\end{bmatrix},\ E_2(a_t) = \begin{bmatrix}0 & 0\\ a_t & 2a_t\end{bmatrix},$$

$$F_1(b_t) = \begin{bmatrix}0 & b_t\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ F_2(b_t) = \begin{bmatrix}b_t & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}.$$

其中: $a_t = 0.5\sin(3t)$, $b_t = 1 - 0.5\cos(2t)$. 取 $\epsilon_1 =$

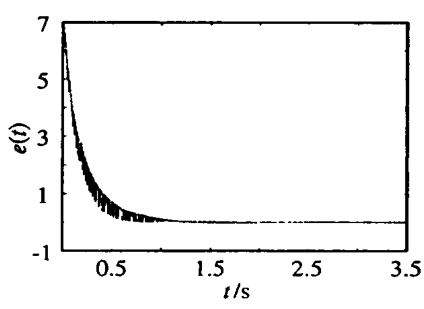

图 1　跟踪误差曲线

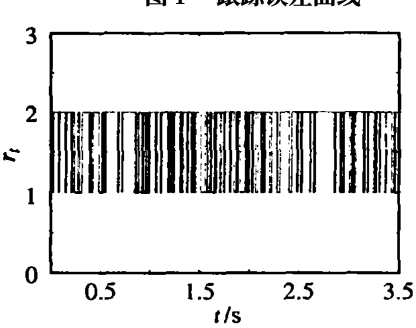

图 2　Markovian 跳跃参数 r_t 轨迹

$\epsilon_2 = 1$, $\gamma = 1$, $\eta_1 = 3$, $\eta_2 = 4$. 初始条件为: $x = [8 \quad 0]^T$, $x_m = [1 \quad 1]^T$.

系统跟踪误差曲线 $e(t)$ 和 Markovian 跳跃参数 r_t 轨迹如图 1 和图 2 所示. 仿真结果表明, 该非线性鲁棒跟踪控制器具有较好的跟踪性能.

5 结 论

本文考虑一类带 Wiener 过程的不确定 Markov 跳跃线性系统的鲁棒跟踪和模型跟随问题. 通过构造一组非线性鲁棒状态反馈跟踪控制器, 可以确保不确定 Markov 跳跃线性系统的输出能跟踪参考模型的输出, 并且跟踪误差有界; 同时, 系统当 $T \to \infty$ 时是以扰动衰减系数 γ 鲁棒随机稳定的. 最后通过一个仿真示例说明了所设计的非线性鲁棒跟踪控制器具有较好的性能.

参考文献(References)

[1] Michel Martion. *Jump Linear Systems in Automatic Control*[M]. New York: Marcel Dekker, 1990.

[2] Gao J P, Huang B, Wang Z D. LMI-based Robust H_∞ Control of Uncertain Linear Jump Systems with Time-delays[J]. *Automatica*, 2001, 37(7): 1141-1146.

[3] Xu S Y, Chen T W, James Lam. Robust H_∞ Filtering for Uncertain Markovian Jump Systems with Mode-dependent Time Delays[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(5): 900-907.

[4] Boukas E K, Peng Shi, Sing Kiong Nguang. Robust Control for Linear Markovian Jump Systems with Unknown Nonlinearties[J]. *J of Mathematical Analysis and Applications*, 2003, 282(1): 241-255.

[5] Boukas E K, Al-Muthairi N F. Constant Gain State Feedback Stabilization of Stochastic Hybrid Systems with Wiener Process[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2004, 4: 333-345.

[6] Topp T H, Schmitendorf W E. Design of Linear Controller for Robust Tracking and Model Following[J]. *J of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1990, 112(44): 552-558.

[7] Oucheriah S W. Robust Tracking and Model Following of Uncertain Dynamic Delay Systems by Memoryless Linear Controllers[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(7): 1473-1477.

[8] Wu H S. Adaptive Robust Tracking and Model Following of Uncertain Dynamical Systems with Multiple Time Delays[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(4): 611-616.

(上接第 1431 页)

参考文献(References)

[1] Altman E I, Caouette J B, Narayananm P. Credit-risk Measurement and Management: The Ironic Challenge in the Next Decade[J]. *J of Financial Analysis*, 1998, 20: 1721-1742.

[2] Jose A Lopez, Marc R Saidenberg. Evaluating Credit Risk Models[J]. *J of Banking and Finance*, 2004, 24: 151-165.

[3] 庄新田, 黄小原. 银行信贷风险的测量与控制[J]. *信息与控制*, 2001, 30(6): 570-575.
(Zhuang X T, Huang X Y. Measuring and Controlling Bank Credit Risk[J]. *Information and Control*, 2001, 30(6): 570-575.)

[4] Michel Crouhy, Dan Galai, Robert Mark. A Comparative Analysis of Current Credit Risk[J]. *J of Banking and Finance*, 2000, 24(1): 59-117.

[5] Michel B. A Comparative Anatomy of Credit Risk Models[J]. *J of Banking and Finance*, 2000, 24(1): 119-149.

[6] 岳士弘, 李平. 一类广义模糊控制系统及其特征[J]. *应用数学学报*, 2003, 26(3): 487-494.
(Yue S H, Li P. A Sort of Extensive Fuzzy Control and Properties[J]. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, 2003, 26(3): 487-494.)

[7] 吴柏林, 林玉钧. 模糊时间序列的分析与预测: 以台湾地区加权指数为例[J]. *应用数学学报*, 2002, 25(1): 67-76.
(Wu B L, Lin Y J. Fuzzy Time Series Analysis and Forecasting: Taiwan Weighted Stock Index[J]. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, 2002, 25(1): 67-76.)

[8] 庄新路, 庄新田, 黄小原. 基于VAR 风险指标的投资组合模糊优化[J]. *数学的实践与认识*, 2003, 33(3): 35-40.
(Zhuang X L, Zhuang X T, Huang X Y. Fuzzy Optimization of Securitions Composition on the Risk Target VAR[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2003, 33(3): 35-40.)

[9] 方述诚, 汪定伟. *模糊数学与模糊优化*[M]. 北京: 科学出版社, 1997: 191-200.
(Fang S C, Wang D W. *Fuzzy Mathematics and Fuzzy Optimization*[M]. Beijing: Science Publisher, 1997: 191-200.)

[10] Gerber M U, Kobler D. Algorithmic Approach to the Satisfactory Graph Partitioning Problem[J]. *European J of Operational Research*, 2001, 125(2): 283-291.