

文章编号: 1001-0920(2006)12-1338-05

多属性决策支持向量机模型与算法

王强, 沈永平, 陈英武

(国防科学技术大学 信息系统与管理学院, 长沙 410073)

摘要: 分析了多属性决策问题, 提出了基于支持向量机的多属性决策方法。首先分析了多属性决策支持向量机方法的机理; 其次建立了多属性决策支持向量机方法的价值函数决策模型和方案序关系决策模型, 用以训练支持向量机; 再次提出了基于支持向量回归和分类的多属性决策支持向量机实现算法; 最后给出了一个算例。

关键词: 多属性决策; 效用函数; 支持向量机; 决策模型

中图分类号: C934

文献标识码: A

Model and Algorithm for Multiple Attribute Decision Making Based on Support Vector Machine

WANG Qiang, SHEN Yong-ping, CHEN Ying-wu

(College of Information Systems and Management, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China Correspondent: WANG Qiang, Email: wqiang@nudt.edu.cn)

Abstract: A method for solving multiple attribute decision making (MADM) problems is proposed based on support vector machine (SVM). Firstly, the principle of decision making based on SVM is discussed. Secondly, two decision models are established to train SVM. One is based on the value function and the other is based on the preference relation of alternatives. Then, the implementation algorithms of MADM using support vector regression and classification are presented. An example illustrates the proposed method.

Key words: Multiple attribute decision making; Utility function; Support vector machine; Decision model

1 引言

研究有效的多属性决策(MADM)方法具有重要的理论意义和实用价值。经过多年的研究和探索, 人们提出了多种决策方法^[1-7]。解决多属性决策问题的关键过程是获取决策者的偏好结构信息, 多属性效用函数(MAUF)是解决此类问题常用的一种方法。它通过效用函数 u 来衡量决策者对备选方案的满意程度, 并根据效用函数值对方案集进行排序, 以选出最满意的方案。

多属性效用函数结构复杂, 一般情况下较难设定它们的值。为此, 人们在决策者偏好结构满足一定的约束条件下(如属性之间相互独立, 各属性效用函数为线性等), 将多属性效用函数分解为单个属性效用函数的加性形式、乘法形式或拟加性形式^[1]。然

而, 对于复杂的实际决策问题, 这些约束条件很难得到保证。

本文基于支持向量机(SVM)对非线性系统建模不需事先对函数关系进行任何假设这一特性^[8], 提出了多属性决策的SVM方法。利用SVM来估计多属性效用函数, 表达决策者的偏好结构信息, 实现对决策方案的排序和选择。

2 多属性决策支持向量机方法机理分析

确定性MADM问题可表示为

$$D_R: [x_1(v), x_2(v), \dots, x_n(v)] \quad (1)$$

其中 D_R 表示决策规则, 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为方案集, $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ 为属性集, $v_{ij} = P(x_i, y_j)$ 为方案 x_i 在属性 y_j 下的价值函数值, $a_{ij} = y_j(x_i)$ 为

收稿日期: 2005-07-13; 修回日期: 2006-04-07

作者简介: 王强(1971—), 男, 四川南充人, 博士生, 从事管理决策、科技与教育管理的研究; 沈永平(1946—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事科技与教育管理等研究。

方案 x_i 在属性 y_j 下的属性值, $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$. 以矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times m}$ 表示方案集 X 关于属性集 Y 的决策矩阵, 一般要将决策矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times m}$ 转变为规范化矩阵 $R = (r_{ij})_{n \times m}$, 以消除不同物理量纲对评价结果的影响. 决策者根据方案 x_i 的价值函数值 v_i 比较和排序各方案.

多属性决策问题可看作关于模式匹配的数学映射问题, 映射的输入单元是方案 x_i 在属性 y_j 下的属性值向量 $(r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$, 输出单元是决策者对方案 x_i 的价值评价 v_i . 可认为 $R \sim V$ 之间存在某一非线性映射 F , 使

$$v_i = F(r_{ij}). \quad (2)$$

多属性决策 SVM 方法的主要思想是: 利用 SVM 强大的非线性处理能力和良好的学习能力, 描述决策者的偏好结构. 通过对决策样本的学习, 建立基于 SVM 的决策模型, 得到一逼近 F 的映射 \hat{F} , 描述方案 x_i 的属性向量 $(r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$ 与效用值 v_i 之间的非线性映射关系, 从而反映决策者的偏好结构. 多属性 SVM 方法如图 1 所示, 其中

$$v = \hat{F}(R). \quad (3)$$

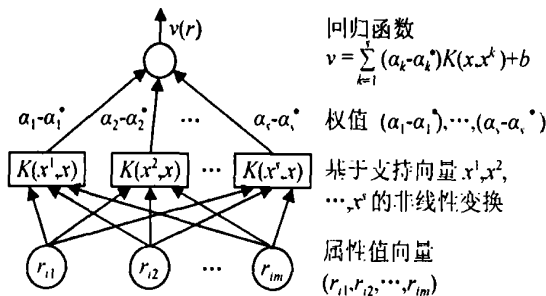


图 1 多属性决策 SVM 方法

基于对决策机理的认识, 将多属性决策 SVM 方法的决策过程分为两个阶段: 学习阶段和执行阶段. 学习阶段的目标是根据决策者以前的决策活动获取决策者的偏好行为, 建立决策模型. 学习阶段由三部分组成: 构造学习样本、训练和测试. 学习样本反映了决策者的偏好信息. 将样本集分为训练集和测试集, 通过对训练集样本的学习, SVM 获取决策者的偏好行为, 建立决策模型. 决策模型是否满足要求, 则由测试集进行检验. 学习阶段完成后, SVM 如同一个黑箱一样, 贮存了决策者进行多属性决策的经验、知识、主观判断、对目标重要性的看法等偏好信息和推理机制. 执行阶段的目标是根据所建的决策模型, 对方案 x_i 进行选择或排序. 此时, 训练好的 SVM 便可再现决策者的偏好信息, 对决策问题作出合理的判断, 得到决策结果.

整个决策过程的流程如图 2 所示. 对于具有大量数据的同类问题, 该方法能快速进行决策分析, 是

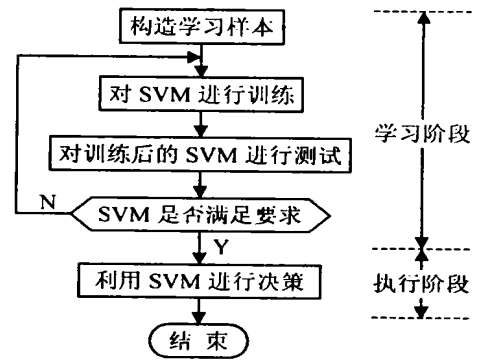


图 2 决策过程流程

一种智能化的多属性决策方法.

3 多属性决策支持向量机方法决策模型

对于学习阶段决策模型的建立, 需要考虑两种基本的决策者偏好信息^[1]: 一是对所有方案的价值评价; 二是对方案的优先序关系的成对比较. 根据上述两种偏好信息建立相应的决策模型.

3.1 价值函数决策模型

价值函数决策模型 (M_1) 定义了从方案空间到价值空间的映射, 即

$$M_1: X \rightarrow V, \quad (4)$$

满足

$$x_i \succ x_j \Leftrightarrow M_1(x_i) > M_1(x_j), \quad (5)$$

$$x_i \sim x_j \Leftrightarrow M_1(x_i) = M_1(x_j). \quad (6)$$

决策模型 M_1 的输入为方案 $x_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$, 输出为决策者对方案 x_i 的价值评价 v_i . 价值函数决策模型 M_1 的决策规则为

$$D_R: \max M_1(x_i). \quad (7)$$

3.2 方案序关系决策模型

当比较两个方案 x_i 和 x_j 时, 一般有 3 种可能的次序关系: 优于 $>$, 劣于 $<$ 和无差异 \sim . 方案序关系决策模型 (M_2) 定义了从方案空间的笛卡尔积到次序关系空间的映射, 即

$$M_2: X \times X \rightarrow \mathbf{R} \quad (8)$$

决策模型 M_2 的输入为方案 x_i 和 x_j 的组合

$$(x_i, x_j) = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im}, r_{j1}, r_{j2}, \dots, r_{jm}),$$

输出为决策者对方案 x_i 和 x_j 的偏好关系比较, 定义为

$$M_2(x_i, x_j) \triangleq \begin{cases} 1, & x_i \succ x_j; \\ 0, & x_i \sim x_j; \\ -1, & x_i \prec x_j. \end{cases} \quad (9)$$

决策模型 M_2 得到的是方案 x_i 和 x_j 关系的分类结果, 还需将其转化为数值形式, 才能对方案进行排序和选优.

对方案 x_i 和所有 $x_j (j \neq i)$ 进行比较, 得到

$M_2(x_i, x_j)$. 定义方案 x_i 与方案 x_j 比较的得分

$$g_j(x_i) = \begin{cases} 2, M_2(x_i, x_j) = 1; \\ 1, M_2(x_i, x_j) = 0; \\ 0, M_2(x_i, x_j) = -1 \end{cases} \quad (10)$$

将这些得分统计起来, 可得到方案 x_i 的分值

$$f(x_i) = \sum_{j=1}^m g_j(x_i), j = i \quad (11)$$

方案序关系决策模型 M_2 的决策规则为

$$D_R: \max f(x_i). \quad (12)$$

4 多属性决策支持向量机方法实现算法

本节针对决策模型 M_1 和 M_2 各自的特点, 根据 SVM 的学习算法和多属性决策 SVM 方法的机理, 提出两种模型的不同实现算法

4.1 基于回归支持向量机的实现算法

对于决策模型 M_1 , 将决策方案 $x_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$ 作为 SVM 的输入向量, 以决策者对决策方案 x_i 的价值评价 v_i 作为 SVM 的回归目标值, 由此构成学习样本集 $G = \{(x_i, v_i)\}_i^n$. 求解 SVM 的回归问题^[9], 获得回归函数

$$v = \sum_{k=1}^s (\alpha_k - \alpha_k^*) K(x, x^k) + b \quad (13)$$

其中: α_k 和 α_k^* 为 Lagrange 乘子, $x^k = (r_{k1}, r_{k2}, \dots, r_{km}) (k = 1, 2, \dots, s)$ 为支持向量, s 为支持向量的数目, $K(x, x^k)$ 为核函数

4.2 基于分类支持向量机的实现算法

对于决策模型 M_2 , 将决策方案 x_i 和 x_j 的组合 $z = (x_i, x_j)$ 作为 SVM 的输入向量, 以决策者对方案

x_i 和 x_j 的偏好关系 $M_2(x_i, x_j)$ 作为 SVM 的分类目标值, 由此构成学习样本集 $G = \{(z_i, y_i)\}_i^n$, 其中 $y_i \in (-1, 0, 1)$. 求解 SVM 的分类问题^[9], 获得分类函数

$$y = \operatorname{sgn} \sum_{k=1}^s \alpha_k^* y_k K(x, x^k) + b \quad (14)$$

5 算例

本文以文献[10]中不同类型的未来获利能力评价为例, 运用多属性决策 SVM 方法对其进行仿真模拟实验. 这里仅给出基于回归 SVM 算法的示例, 基于分类 SVM 算法的示例将另文讨论. 由专家评价得到的 18 组典型数据如表 1 所示

基于回归 SVM 的决策步骤如下:

Step 1: 输入多属性决策问题的决策矩阵 A .

Step 2: 根据属性类型, 按不同的方法进行规范化^[11], 将决策矩阵 A 转换为规范化决策矩阵 R .

Step 3: 根据决策模型构造学习样本集 G , 随机选取样本, 构成供 SVM 学习的训练集和测试集. 该问题符合价值函数决策模型 M_1 , 因此选择表 1 中前 10 组数据作为训练集, 后 8 组数据作为测试集, 模拟待评价的对象, 以考察系统的泛化能力.

Step 4: 求解 SVM, 获得回归函数(13). RBF 核函数在一般光滑性假设条件下具有良好的性能, 非常适合于没有更多数据额外信息的情况^[12]. 因此选择 RBF 核函数作为 SVM 的核函数. 采用 winSVM 软件实现 SVM 的求解. 通过交叉验证^[13] 确定 SVM 的参数为: $C = 170, \epsilon = 0.006, \sigma^2 = 0.001$. 学习结

表 1 专家评价数据

企业 代号	A																				v	
	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12	a13	a14	a15	a16	a17	a18	a19	a20		a21
1	10	10	10	10	10	7	7	7	10	7	7	10	7	7	10	7	7	10	7	10	10	0.861
2	7	7	5	5	7	5	7	7	5	7	7	7	7	5	7	7	7	5	5	5	5	0.604
3	3	3	5	3	7	7	7	5	5	7	5	7	3	3	5	5	3	5	5	5	5	0.460
4	7	10	5	10	10	7	7	7	10	7	7	7	7	10	10	10	7	10	7	10	10	0.817
5	7	7	1	5	5	5	7	7	10	7	7	10	7	10	7	7	10	10	7	5	5	0.713
6	3	7	5	5	5	5	7	5	5	7	7	7	7	5	7	7	3	5	7	5	5	0.568
7	10	7	5	5	7	7	7	7	10	7	7	7	7	10	10	10	10	10	7	10	5	0.766
8	7	10	5	5	7	7	5	5	7	7	7	7	7	7	7	7	7	5	7	5	5	0.641
9	7	7	5	10	7	7	7	5	7	5	7	7	7	7	7	7	7	5	7	5	5	0.683
10	10	10	5	10	7	7	7	7	10	7	7	10	7	10	10	10	10	10	7	5	10	0.827
11	7	7	10	5	5	7	7	7	5	7	5	7	7	7	7	7	7	5	7	5	5	0.647
12	7	7	1	10	7	7	7	7	10	7	7	10	7	10	7	7	10	10	7	5	5	0.727
13	3	3	1	3	5	5	3	5	3	3	3	3	3	3	5	5	3	3	5	3	3	0.340
14	7	3	5	5	5	5	7	5	5	7	7	7	7	3	7	5	3	5	5	3	3	0.488
15	3	10	10	5	7	7	7	5	5	7	7	7	7	7	7	7	7	5	7	5	5	0.630
16	7	7	10	10	7	10	7	7	10	10	7	10	10	10	10	10	10	10	7	10	10	0.931
17	7	7	1	10	7	10	7	7	10	7	7	10	10	10	10	10	10	10	7	10	5	0.810
18	7	10	10	10	7	7	7	7	10	7	7	10	7	7	10	7	10	10	10	10	10	0.841

表 2 训练结果

		企 业 代 号									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
专家评价	v	0.861	0.604	0.460	0.817	0.713	0.568	0.766	0.641	0.683	0.827
	排序	1	8	10	3	5	9	4	7	6	2
训练输出	v	0.855	0.610	0.460	0.814	0.707	0.574	0.771	0.647	0.677	0.829
	排序	1	8	10	3	5	9	4	7	6	2
相对误差 /%		0.71	0.98	0.00	0.39	0.83	1.07	0.69	0.92	0.86	0.28

表 3 测试结果

		企 业 代 号							
		11	12	13	14	15	16	17	18
专家评价	v	0.647	0.727	0.340	0.488	0.630	0.931	0.810	0.841
	排序	5	4	8	7	6	1	3	2
训练输出	v	0.629	0.747	0.352	0.528	0.644	0.852	0.821	0.871
	排序	6	4	8	7	5	2	3	1
相对误差 /%		2.86	2.68	3.56	8.16	2.19	8.47	1.31	3.51

表 4 调整训练集后的训练结果

		企 业 代 号									
		1	2	3	4	5	6	7	9	13	16
专家评价	v	0.861	0.604	0.460	0.817	0.713	0.568	0.766	0.683	0.340	0.931
	排序	2	7	9	3	5	8	4	6	10	1
训练输出	v	0.855	0.610	0.466	0.823	0.707	0.574	0.772	0.677	0.346	0.925
	排序	2	7	9	3	5	8	4	6	10	1
相对误差 /%		0.69	0.98	1.28	0.75	0.86	1.07	0.80	0.89	1.71	0.64

表 5 调整训练集后的测试结果

		企 业 代 号							
		8	10	11	12	14	15	17	18
专家评价	v	0.641	0.827	0.647	0.727	0.488	0.630	0.810	0.841
	排序	6	2	5	4	8	7	3	1
测试输出	v	0.663	0.856	0.664	0.762	0.519	0.658	0.850	0.889
	排序	6	2	5	4	8	7	3	1
相对误差 /%		3.37	3.54	2.64	4.84	6.43	4.50	4.96	5.65

果如表 2 所示, 它们与专家评价价值十分接近

Step5: 利用训练好的 SVM 进行决策 根据测试集仿真决策的结果如表 3 所示, 相对误差最大为 8.47%, 最小为 1.31%.

表 2 和表 3 同时给出了专家评价排序和 SVM 决策结果排序 对于训练集, 两个排序是一致的; 对于测试集, 两个排序并不一致 分析其原因, 可能是训练集没有完全反映评价对象的整体特征

注意到表 1 中企业 13 的专家评价效用值最小, 企业 16 的专家评价效用值最大, 但它们都没有包含在训练集中 为此对训练集进行调整, 将企业 13 和企业 16 纳入训练集, 重新进行仿真实验 学习结果

和测试集仿真决策的结果如表 4 和表 5 所示 可以看出, 在训练集和测试集中, 专家评价排序与 SVM 决策结果排序完全一致

6 结 语

本文提出了多属性决策的 SVM 模型与算法, 利用 SVM 来估计多属性效用函数, 表达决策者的偏好结构信息 该方法无需考虑决策属性间的复杂关系, 计算快捷可靠, 能够实现决策目标系统的自动建模

在实际应用中, 采用本文方法的关键是学习样本集 G 的典型性问题, 要求样本集应有权威性, 并能反映决策对象的整体特征 另外, 核函数的确定和 SVM 参数的选择优化, 也是需要深入研究的问题

参考文献(References)

- [1] 岳超源. 决策理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003
(Yue C Y. *Decision Making: Theories and Methods* [M]. Beijing: Publishing House of Science and Technology, 2003.)
- [2] Ahn B S, Par K S, Han C H, et al. Multi-attribute Decision Aid under Incomplete Information and Hierarchical Structure[J]. *European J of Operational Research*, 2000, 125(2): 431-439
- [3] Yang J B. Rule and Utility Based Evidential Reasoning Approach for Multiattribute Decision Analysis under Uncertainties[J]. *European J of Operational Research*, 2001, 131(2): 31-61
- [4] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. Rough Sets Methodology for Sorting Problems in Presence of Multiple Attributes and Criteria[J]. *European J of Operational Research*, 2002, 138(2): 247-259
- [5] Iyer N S A Family of Dominance Rules for Multiattribute Decision Making under Uncertainty[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics — Part A: Systems and Humans*, 2003, 33(4): 441-450
- [6] Xu X Z. A Note on the Subjective and Objective Integrated Approach to Determine Attribute Weights[J]. *European J of Operational Research*, 2004, 156(2): 530-532
- [7] Li D F. Multiattribute Decision Making Models and Methods Using Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. *J of Computer and System Sciences*, 2005, 70(1): 73-85
- [8] Vapnik V N. An Overview of Statistical Learning Theory[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1999, 10(5): 988-999
- [9] Vapnik V N. 统计学习理论的本质[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000
(Vapnik V N. *The Nature of Statistical Learning Theory* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000.)
- [10] Zhao J G, Miao L. Synthetic Evaluation of Enterprises Future Profitability Based on Neural Networks[A]. *Proc of 2003 IEEE Conf on Control Applications*[C]. Dalian, 2003: 358-361
- [11] 刘树林, 邱苑华. 多属性决策基础理论研究[J]. *系统工程理论与实践*, 1998, 18(1): 39-43
(Liu S L, Qiu W H. Studies on the Basic Theories for MADM [J]. *System Engineering — Theory and Practice*, 1998, 18(1): 39-43.)
- [12] Chalimourda, Schokopf B, Smola A. Experimentally Optimal ν in Support Vector Regression for Different Noise Models and Parameter Setting[J]. *Neural Networks*, 2004, 17(1): 127-141
- [13] Chapelle O, Vapnik V, Bacsquest O, et al. Choosing Multiple Parameters for Support Vector Machines[J]. *Machine Learning*, 2002, 46(1): 131-159
- [7] Paredis J. *Coevolutionary Computation: Artificial Life* [M]. Cambridge: MIT Press, 1995: 355-375
- [8] Potter M A, De Jong K A. Cooperative Coevolution: An Architecture for Evolving Coadapted Subcomponents[J]. *Evolutionary Computation*, 2000, 8(1): 1-29
- [9] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy Identification of Systems and Its Application to Modeling and Control[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1985, 15(1): 116-132
- [10] Jin Y. *Advanced Fuzzy System Design and Applications*[M]. New York: Physical-Verl, 2003
- [11] Gustafson D, Kessel W. Fuzzy Clustering with a Fuzzy Covariance Matrix[A]. *Proc of IEEE Conf on Decision and Control*[C]. San Diego, 1979: 761-766
- [12] Jin Y, Von Seelen W, Sendhoff B. On Generating FC3 Fuzzy Rule Systems from Data Using Evolution Strategies[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1999, 29(6): 829-845
- [13] Ishibuchi H, Nakashima T, Murata T. Performance Evaluation of Fuzzy Classifier Systems for Multidimensional Pattern Classification Problems[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1999, 29(4): 601-618
- [14] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II [J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197
- [15] Yen J, Wang L. Application of Statistical Information Criteria for Optimal Fuzzy Model Construction [J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 1998, 6(3): 362-372

(上接第1337页)