

文章编号: 1001-0920(2006)02-0217-04

## 小波阈值降噪算法中最优分解层数的自适应选择

蔡 铁, 朱 杰

(上海交通大学 电子工程系, 上海 200030)

**摘 要:** 小波阈值降噪算法是一种去除数字信号中白噪声的有效算法. 针对加性高斯白噪声的情况, 提出一种自适应小波降噪算法, 用于语音信号的增强. 它能根据带噪信号的特点, 自适应选择小波变换的最优分解层数. 实验结果表明, 该算法比经典的小波降噪算法具有更好的降噪效果, 能有效提高算法的实用性能.

**关键词:** 语音增强; 小波降噪; 分解层数; 奇异谱分析

**中图分类号:** TP391.42

**文献标识码:** A

## Adaptive Selection of Optimal Decomposition Level in Threshold De-noising Algorithm Based on Wavelet

CA I T ie, ZHU J ie

(Department of Electronic Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China Correspondent: CA I T ie, E-mail: ct1977@sjtu.edu.cn)

**Abstract** Threshold de-noising in wavelet domain is an efficient algorithm to reduce the white noise in digital signal. In the presence of additive white Gaussian noise, an adaptive wavelet-based de-noising algorithm for speech enhancement applications is proposed. It can adaptively select the optimal decomposition level of wavelet transformation according to the characteristics of noisy speech. The experimental results demonstrate that this proposed algorithm outperforms the classical wavelet thresholding method and effectively improves the practicability.

**Key words:** Speech enhancement; Wavelet de-noising; Decomposition level; Singular spectrum analysis

### 1 引 言

在语音识别系统的实际应用中, 语音系统不可避免地受到背景噪声的影响, 系统性能往往急剧下降. 为解决这一问题, 已提出多种语音增强方法, 这些方法大致可分为单麦克风方法和多麦克风方法两类. 多麦克风方法在一些应用中已获得较好的性能, 但基于单麦克风的语音增强方法仍是许多实际应用所需要的. 在众多基于单麦克风的方法中, 传统的降噪方法都是基于线性方法, 例如谱减和维纳滤波方法. 近年来, 非线性方法特别是基于小波变换的降噪方法已成为研究的热点, 其中小波阈值降噪算法是颇具潜力的算法之一. 它对于加性白噪声的情况非常有效, 并在语音增强的应用中取得了一些成

果<sup>[1~3]</sup>.

根据小波理论可知, 白噪声的小波系数和有用信号的小波系数在幅值上存在不同的表现形式, 可通过选择适当的阈值将它们分开. 为有效达到滤除噪声和保留高频信息的目的, 选取适当的小波, 确定最佳的分解层数和选择适当的阈值是小波阈值降噪算法的关键<sup>[4]</sup>. 目前, 大多数研究都集中在小波阈值的最优选择和计算上. 例如文献[3]采用神经网络估计阈值, 文献[2]在阈值估计中引入人耳听觉的掩蔽效应等, 都在一定程度上减小了阈值风险, 提高了算法的性能, 但这些算法一般都采用固定的小波分解层数.

大量的实验表明, 小波分解层数对于算法的降

收稿日期: 2005-01-04; 修回日期: 2005-03-28

作者简介: 蔡铁(1977—), 男, 长沙人, 博士生, 从事信号处理、语音识别的研究; 朱杰(1965—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事语音识别、多媒体交互技术等研究.

噪效果影响很大。分解层数过多,会造成信号的信息丢失,信噪比反而下降,且运算量增大;分解层数过少,则降噪效果不理想,信噪比提高很有限<sup>[4]</sup>。因此,采用固定小波分解层数在很大程度上限制了算法的降噪性能。为此,本文提出一种新颖的分解层数自适应选择方法,可有效提高小波阈值降噪算法的性能,进一步增强算法的实用性。

## 2 小波阈值降噪算法

基于阈值处理的小波降噪算法是一种直观而有效的去噪算法。设纯净的语音信号为  $s$ , 其长度为  $N$ ; 加入高斯白噪声  $d$  的带噪语音为  $x$ , 噪声  $d$  的方差为  $\sigma^2$ 。于是可表示为

$$x = s + d. \quad (1)$$

对式(1)进行小波域变换,可得  $X = Wx$ ,  $W$  为小波变换矩阵。对语音信号进行小波分解后,白噪声小波系数的平均功率与尺度成反比,其幅度随着小波分解层数的增加而不断减小,其能量分散于大量的小波系数上,且白噪声的小波系数仍是白噪声。有用信号经小波变换后,其能量被压缩到相对较少而数值较大的小波系数上。通过设定阈值使较小的系数为 0,可较好地去除噪声,得到语音信号的估计值

$$\hat{s} = \text{THR}(X, T). \quad (2)$$

其中:  $\text{THR}(\cdot)$  表示阈值处理函数,  $T$  表示设定的阈值。对经过阈值处理的小波系数进行重构,即可完成去噪,得到重构语音信号  $\hat{s}$ 。

算法中常用的阈值处理有硬阈值方法和软阈值方法两种<sup>[1,5]</sup>。阈值选择方法一般是在高斯白噪声的前提下提出的。考虑到实际噪声在小波域不同尺度上的差别,可采用以下基于尺度的阈值方法,对不同尺度选择不同的阈值,即

$$T_j = \hat{\sigma}_j \sqrt{2 \log(N)}, \hat{\sigma}_j = \text{MAD}_j / 0.6745 \quad (3)$$

其中:  $\text{MAD}_j$  是尺度  $j$  上小波系数中值的绝对值,  $N$  是语音信号的长度。

为减小上述阈值估计方法的风险,常采用 VisuShrink 和 SureShrink (Stein 无偏风险估计方法 SURE) 两种更精细的阈值计算方法<sup>[5,6]</sup>。

## 3 最优分解层数的自适应选择

最优分解层数的选择是决定小波阈值降噪算法性能的关键之一。适当的分解层数一般根据信号特性和经验事先进行选择,但这样得到的只能是固定值,难以使算法在不同信噪比下都获得最优的降噪效果。

### 3.1 小波系数的奇异谱分析

根据小波变换理论可知,当小波分解层数过少时,有用信号的能量压缩不明显,其对应的小波系数

与其他系数在幅值上相差不多,此时白噪声将在小波空间占主导地位,小波系数表现为白噪声特性;当小波分解层数达到一定数量时,有用信号的能量压缩明显,其对应的小波系数的幅值将明显大于噪声对应的小波系数,此时小波空间有用信号占主导地位,小波系数表现为非白噪声特性<sup>[4]</sup>。

设小波分解在尺度  $j$  上所得的细节系数(即小波系数)构成一个序列  $\{a_i, i = 1, 2, \dots, M\}$ , 对此序列进行奇异谱分析(SSA)。首先将序列按一定的延迟  $\tau$  嵌入到维数为  $m$  的相空间,这样由 Takens 嵌入定理可重构吸引子轨道矩阵

$$R^m = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{M-(m-1)\tau} \\ a_\tau & a_{1+\tau} & \dots & a_{M-(m-1)\tau-\tau} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{(m-1)\tau} & a_{1+(m-1)\tau} & \dots & a_M \end{bmatrix}. \quad (4)$$

延迟时间  $\tau$  的选择与序列  $\{a_i\}$  的自相关程度有关。序列的自相关程度越小,则相应的  $\tau$  应取值越小。对此轨道矩阵  $R^m$  进行奇异值分解(SVD)<sup>[7]</sup>,可得到  $R^m$  的特征值矩阵  $\Sigma$ ,它表征了序列能量的  $m$  个特征方向,即得到  $m$  个奇异值  $e_1, \dots, e_m, 0, m$  为嵌入维。取

$$S_i = e_i / \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m e_i^2}, i = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

为奇异谱,可以发现,当小波系数序列表现为白噪声特性时,其各个奇异值近似,奇异谱很平坦;当小波系数序列表现为非白噪声特性时,其奇异值相差较大,奇异谱有明显的下降趋势<sup>[8,9]</sup>,如图 1 所示。

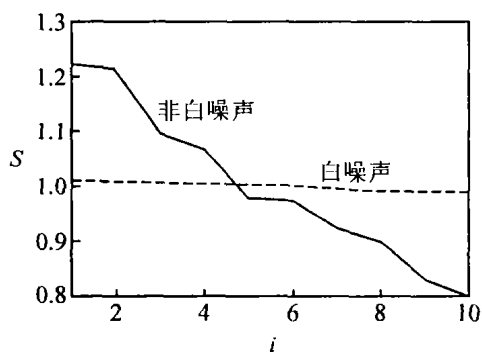


图 1 白噪声和非白噪声序列的奇异谱

对语音信号进行 6 层小波分解 (Symm let 8), 然后分别对不同分解层数的小波系数序列进行奇异谱分析(取  $\tau = 10, m = 10$ ), 结果如图 2 所示。其中实线为  $\text{SNR} = 0 \text{ dB}$ , 虚线为  $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$ 。对比不同信噪比条件下的奇异谱可以发现,在分解层数相同时,由于噪声处于主导地位,低信噪比的奇异谱比高信噪比的奇异谱更平坦;随着信噪比的增加,奇异谱的下降趋势越来越明显;当分解层数足够时,不同信噪比下奇异谱的下降趋势非常接近。根据各层小波

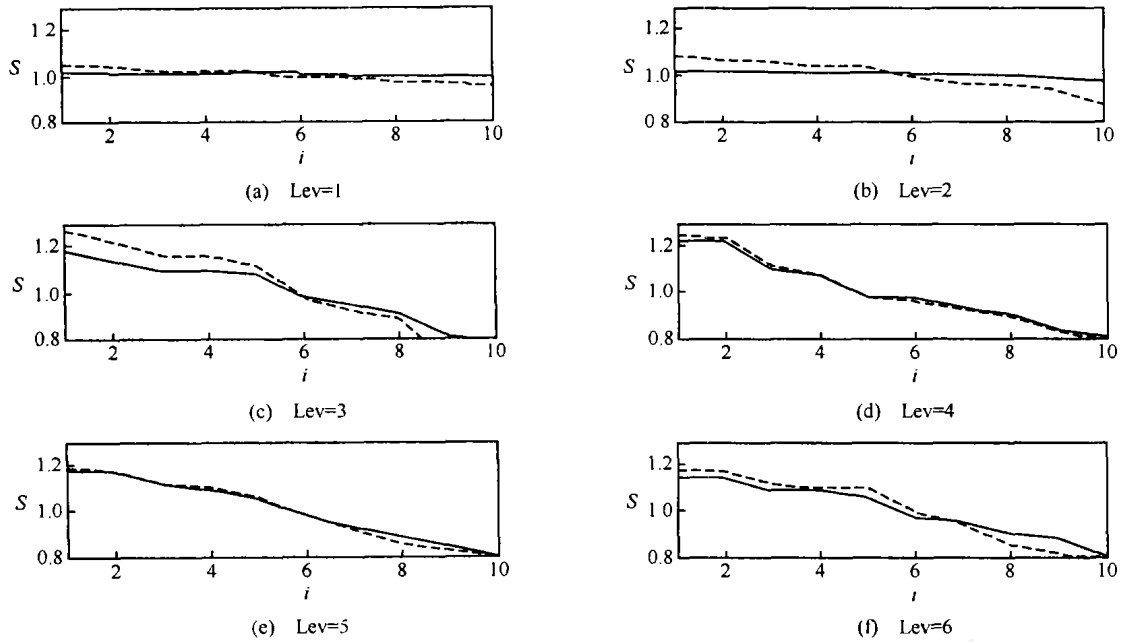


图 2 不同分解层数下小波系数序列的奇异谱

系数的奇异谱, 可以判断出小波域信号能量压缩和噪声能量扩散的程度, 从而选择适当的小波分解层数用于小波阈值降噪

### 3.2 最优分解层数的自适应选择

根据 3.1 节中小波系数序列的奇异谱特性, 本文提出一种自适应选择最优分解层数的小波降噪算法. 为描述小波系数序列奇异谱的变化, 取奇异谱的斜率  $K$  作为判断的依据,  $K$  为最大奇异值与最小奇异值之比, 即  $K = e_1/e_m$ . 其中  $e_1 \dots e_m = 0$  为当前分解层上小波系数序列的奇异值

针对每一层小波分解的细节系数, 可计算得到其奇异谱的斜率  $K_j$ ,  $j$  为小波分解的尺度 (即分解层数). 表 1 的实验数据表明了不同分解层数的奇异谱斜率的变化. 通过实验可以发现, 奇异谱的斜率  $K_j$  能较好地反映小波系数序列的奇异谱特性

表 1 不同分解层数下小波系数序列的奇异谱斜率

K	SNR/dB					
	-10	-5	0	5	10	20
Lev = 1	1.019 1	1.030 9	1.015 9	1.030 2	1.043 3	1.099 5
Lev = 2	1.030 2	1.036 1	1.061 2	1.048 6	1.100 6	1.249 9
Lev = 3	1.092 4	1.273 1	1.507 9	1.776 8	1.987 7	2.061 2
Lev = 4	1.241 8	1.381 8	1.490 1	1.558 3	1.558 1	1.579 1
Lev = 5	1.191 8	1.150 9	1.448 1	1.503 3	1.457 3	1.506 7
Lev = 6	1.299 7	1.157 7	1.322 7	1.480 4	1.478 5	1.547 1

通过大量的实验发现, 小波阈值降噪的最优分解层数与奇异谱的斜率存在一定关系. 当小波系数序列的奇异谱斜率达到一定数值时, 小波系数表现出有用信号占主导地位, 此时分解层数已经足够, 不必继续分解下去, 从而选择出最优的小波分解层数

算法的流程如图 3 所示, 其中阈值  $th-K$  的选择

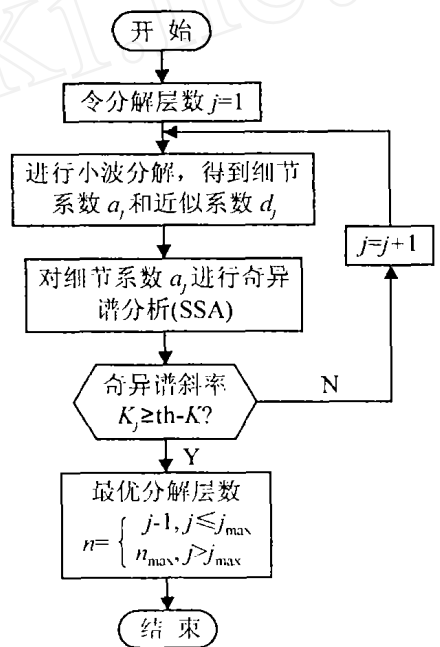


图 3 最优分解层数的选择

是算法的关键. 本文选择延迟时间  $\tau = 10$ , 嵌入维  $m = 10$ . 根据大量的实验数据进行分析, 得出计算阈值  $th-K$  的经验公式

$$th-K = \frac{2}{1 + \exp(-\frac{1}{\bar{e}_1} * 4)} + 0.05 \quad (6)$$

其中  $\bar{e}_1 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} e_{i1}$ ,  $e_{i1}$  为尺度  $j = 1$  上小波系数序列的奇异值

当信噪比很低时, 算法将选择较多的分解层数以获得信噪比的提高, 但语音信号的失真也随之增大, 语音的可懂度和自然度急剧下降. 此时信噪比

的提高并不意味着能获得更好的语音增强效果. 针对信噪比很低而分解层数过高 ( $j > j_{\max}$ ) 的情况, 设置最优分解层数  $n_{\max}$ . 本文算法设置  $j_{\max} = 4, n_{\max} = 3$ .

## 4 实验结果与分析

### 4.1 算法参数的选择

算法通过对小波系数进行奇异谱分析, 得到最优的小波分解层数, 其中延迟时间  $\tau$  和嵌入维  $m$  的选择是奇异谱分析的关键. 选择不同的延迟时间和嵌入维构造吸引子轨道矩阵, 将获得不同的奇异谱, 但它们都具有与图 1 和图 2 相似的特性. 在嵌入维一定的情况下 ( $m = 10$ ), 当延迟时间很小时 ( $\tau = 3$ ), 奇异谱的变化过于剧烈; 当延迟时间增大时, 奇异谱的变化趋于平缓. 本文设置延迟时间  $\tau = 10$ . 在延迟时间设定的情况下, 当嵌入维过小时 ( $m = 3$ ), 奇异谱的变化表现不明显; 随着嵌入维数的增加, 奇异谱的变化加剧, 计算量也随之增大. 实验表明当嵌入维  $m = 10$  时将获得较好的效果.

### 4.2 算法的性能分析

实验采用 TMI 数据库中的语音样本作为纯净语音, 加入高斯白噪声后生成带噪语音样本. 实验所用的测试集为 TMI 中 10 个不同的语句, 其中 5 句为男声, 5 句为女声. 针对不同的信噪比, 每个语句各进行 10 次实验, 实验结果为它们的平均值. 小波阈值降噪算法采用 SureShrink 阈值估计方法, 不同分解层数下的降噪性能如表 2 所示.

表 2 最优分解层数选择对性能的影响

分解层	SNR/dB					
	-10	-5	0	5	10	20
Lev=1	6.924	2.083	2.756	7.272	<b>11.061</b>	<b>15.143</b>
Lev=2	3.992	0.639	<b>4.742</b>	<b>8.332</b>	10.485	11.927
Lev=3	<b>1.624</b>	<b>2.023</b>	4.493	5.697	6.168	6.382
Lev=4	1.241	0.448	1.291	1.513	1.810	1.611
Lev=5	0.841	0.050	0.412	0.485	0.522	0.523
本文算法	<b>1.628</b>	<b>2.019</b>	<b>4.688</b>	<b>8.329</b>	<b>11.131</b>	<b>20.000</b>

本文算法采用相同的阈值估计方法, 但分解层数根据信噪比的不同进行自适应选择. 从实验结果看出, 算法能自适应选择最优的小波分解层数, 使小波阈值降噪算法的性能达到最优. 当信噪比很低时, 算法将考虑语音信号的可懂度和自然度, 而不以提高信噪比为唯一目标; 当信噪比较高时, 一般的小波阈值降噪算法会出现信噪比反而下降的情况, 而本文算法则能克服这一问题, 具有更好的实用性能.

在运算量方面, 本文算法比一般的小波阈值降噪算法运算量大, 这主要是因为奇异谱分析占用了较多的运算时间. 当语音时长为 3.4 s 时, 本文算法

的运算时间如表 3 所示. 表中的实验结果表明, 算法的计算复杂度能够满足实际应用的需要.

表 3 本文算法的运算时间 (s)

本文算法	SNR/dB					
	-10	-5	0	5	10	20
运算时间	0.8	0.75	0.65	0.65	0.59	0.41

## 5 结论

小波阈值处理是一种有效的信号去噪方法. 本文针对小波阈值降噪算法中分解层数选择问题, 提出一种基于奇异谱分析的自适应选择算法. 语音增强的实验结果表明, 该算法能有效去除白噪声, 进一步提高小波阈值降噪算法的性能.

## 参考文献 (References)

- [1] Seok J W, Bae K S. Speech Enhancement with Reduction of Noise Components in the Wavelet Domain [A]. *Proc of the ICA SSP* [C]. Munich, 1997, 2: 1323-1326.
- [2] Lu C T, Wang H C. Enhancement of Single Channel Speech Based on Masking Property and Wavelet Transform [J]. *Speech Communication*, 2003, 41 (2-3): 409-427.
- [3] Medina C A, Aleain A, Apolinario J A. Wavelet Denoising of Speech Using Neural Networks for Threshold Selection [J]. *Electronics Letters*, 2003, 39 (25): 1869-1871.
- [4] Mallat S G, 杨力华. 信号处理的小波导引[M]. 北京: 机械工业出版社, 2002: 340-358.  
(Mallat S G, Yang L H. *A Wavelet Tour of Signal Processing* [M]. Beijing: China Machine Press, 2002: 340-358.)
- [5] Donoho D L. De-noising by Soft-thresholding [J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 1995, 41 (3): 613-627.
- [6] Zhang X P, Desai M T. A daptive De-noising Based on SURE Risk [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 1998, 5 (10): 265-267.
- [7] Vautard R, Yiou P, Ghil M. Singular-spectrum Analysis: A Toolkit for Short Noisy Chaotic Signals [J]. *Physica D*, 1992, 58 (1-4): 95-126.
- [8] Alexandros Leontitsis, Tassos Bountis, Jenny Pagge. An Adaptive Way for Improving Noise Reduction Using Local Geometric Projection [J]. *Chaos*, 2004, 14 (1): 106-110.
- [9] 刘元峰, 赵玫. 混沌时间序列的一种降噪算法[J]. *机械科学与技术*, 2003, 22 (4): 538-539.  
(Liu Y F, Zhao M. An Algorithm for De-noising of Chaotic Data [J]. *Mechanical Science and Technology*, 2003, 22 (4): 538-539.)