

文章编号: 1001-0920(2006)02-0236-05

序列缺失数据的灰插值推理方法

金义富^{1,2}, 朱庆生¹, 邢永康¹

(1. 重庆大学 计算机学院, 重庆 400044; 2. 湛江师范学院 计算机系, 广东 湛江 524048)

摘 要: 根据灰色系统理论和序列数据的特性, 提出一种灰插值方法. 建立前向灰预测和后向灰预测模型, 充分利用缺失值时区窗口内的全部信息对其进行推理. 分别在单序列时建立递进灰拟合模型, 在多维数据集时利用属性相关性, 对插值结果进行学习优化. 通过与常用插值方法的比较实验表明, 该方法具有较好的光滑性和预测效果.

关键词: 缺失值; 灰插值; 灰拟合; 属性相关性

中图分类号: TP181

文献标识码: A

Grey Interpolation Reasoning Approach for Missing Value in Series Data

JIN Yi-fu^{1,2}, ZHU Qing-sheng¹, XING Yong-kang¹

(1. College of Computer, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. Department of Computer, Zhanjiang Normal College, Zhanjiang 524048, China. Correspondent: JIN Yi-fu, E-mail: constudy@21cn.com)

Abstract: Combining grey system theory with the feature of series data, a grey interpolation approach based on forward and back grey prediction model is proposed. This approach deduces the missing value which makes the best of all information in time zone of missing point. An optimization method for reasoning results is presented, such as recursive grey fitting model for single sequence and attribute correlativity model for multi-dimension data. Compared with common interpolation approach, experimental results show smoothness and effectiveness of the proposed method.

Key words: Missing value; Grey interpolation; Grey fitting; Attribute correlativity

1 引 言

现实数据集中不可避免地存在着缺失值现象, 其原因可能由于设备故障所致, 或因为不满足某种约束条件而被忽略, 或因为在数据录入过程中认为不重要而未输入^[1]. 大多数知识发现方法以完整可用的数据集为前提, 因此在数据预处理阶段, 形成一个合理的预测值对缺失值进行填补, 使后续数据分析获得满意的效果, 对科学决策具有重要意义.

本文在灰预测模型的基础上提出一种灰插值(GI)方法, 根据序列数据缺失值时区窗口内数据对象子集, 通过后向和前向灰预测获得缺失值预测覆盖并将其组合, 分别在单序列时利用递进灰拟合模

型(RGFM), 在多维数据集时利用属性相关性优化模型(ACOM), 对组合系数进行学习, 从而获得适合于现实数据的插值结果. 文中讨论了基于后向和前向灰预测模型的灰插值方法及其插值组合系数学习优化算法, 并通过实验与常用插值方法进行比较分析.

2 相关研究成果

目前, 对缺失值的处理可分为以下几种方法^[2]:

1) 丢弃全部带有缺失值的样本, 这种方法一般是不可行的, 除非同一个元组有很多属性缺少值或缺失数据量相对于整个数据集非常小; 2) 用一个全局常量或特征均值替换缺失值; 3) 建立预测模型对缺失

收稿日期: 2005-01-04; 修回日期: 2005-04-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(60403009).

作者简介: 金义富(1969—), 男(土家族), 湖北利川人, 副教授, 博士生, 从事智能系统、数据挖掘等研究; 朱庆生(1956—), 男, 重庆人, 教授, 博士生导师, 从事商务智能、图像处理等研究.

值进行学习, 如利用回归分析、多项式插值、Bayes 估计、判定树等方法, 寻求最有可能的值填补缺失值

灰色系统理论是解决具有不确定性关系对象间问题的一类研究方法^[3], 其核心内容灰预测模型 GM (1, 1) 在预测与控制 模式识别以及其他很多工程领域得到广泛的应用^[4-6]. 文献[7]引入灰预测模型对序列数据进行预测, 并与自回归 AR 模型的预测效果进行比较分析. 文献[8]根据灰色系统中的级比理论对缺失值进行评估, 以容量为 4 的数据子列建立了其中任意位置缺失值的灰预测模型, 但该模型只能获得缺失值的一个粗略范围

3 灰插值方法

3.1 GM (1, 1) 模型^[3]

设建模序列为 $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$, 其一次累加生成序列为 $x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$, 其中 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i)$. 则 GM (1, 1) 的灰微分方程模型为

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b, \quad (1)$$

其中: $z^{(1)}(k) = (x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k - 1))/2, k = 2$ 设

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}.$$

通过最小二乘准则可获得参数 a 和 b 的辨识算式: $[a, b]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$. 则可得到下列白化响应的预测值:

$$\begin{cases} \hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - b/a)e^{-ak} + b/a, \\ \hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k). \end{cases} \quad (2)$$

3.2 灰插值模型

设原始序列数据为 $S = \{s(1), \dots, s(k), \dots, s(N)\}$, 其中 $s(k) = \text{NULL}$. 根据序列数据特性, 在 N 较大时抽取 $s(k)$ 附近的数据点建模. 设建模子序列为 $S^* = \{s(p), \dots, s(k), \dots, s(q)\}$, 其中 $1 < p < k < q < N$.

定义 1 若 $n_1 = k - p - 4, n_2 = q - k - 4$, 且 $\forall i \in [k, p - i, q], s(i)$ 均为有效值, 则称 $\tau_{pq} = p - q + 1$ 为 $s(k)$ 的有效建模时区窗口, 简称 w 时区窗口.

若 S^* 满足 τ_{pq} 时区窗口, 则可确保缺失值 $s(k)$ 前后均有不少于 4 个有效元素, 从而满足建立 GM (1, 1) 模型的条件^[3]. 在 τ_{pq} 时区窗口内, 令

$$\begin{cases} u(i) = s(p + i - 1), 1 \leq i \leq n_1; \\ v(j) = s(q + 1 - j), 1 \leq j \leq n_2 \end{cases} \quad (3)$$

记 $U = \{u(1), \dots, u(n_1)\}, V = \{v(1), \dots, v(n_2)\}$. 其时轴分布如图 1 所示.

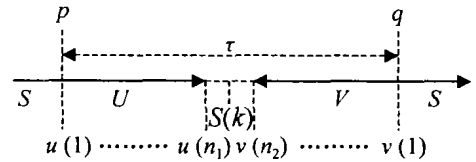


图 1 时轴分布示意

定义 2 在子序列 U 上建立 GM (1, 1) 预测 $s(k)$ 的值, 称为后向灰预测模型 (BGM); 在子序列 V 上建立 GM (1, 1) 预测 $s(k)$ 的值, 称为前向灰预测模型 (FGM).

设 $x^{(0)} = U$, 即 $x^{(0)}(i) = u(i), 1 \leq i \leq n_1$, 建立 BGM 利用式(2) 计算 $s(k)$ 的后向白化预测值 s_{VB} , 设残差序列为

$$\Delta_i^B = x^{(0)}(i) - \hat{x}^{(0)}(i), i = 2, \dots, n_1, \quad (4)$$

$$\Delta_{\min}^B = \min_i (\Delta_i^B), \Delta_{\max}^B = \max_i (\Delta_i^B). \quad (5)$$

则其白化覆盖为 $\{s_{VB} + \Delta_{\min}^B, s_{VB} + \Delta_{\max}^B\}$.

同理, 设 $x^{(0)} = V$, 即 $x^{(0)}(j) = v(j), 1 \leq j \leq n_2$, 通过 FGM 得到 $s(k)$ 的前向预测值 s_{VF} , 其白化覆盖为 $\{s_{VF} + \Delta_{\min}^F, s_{VF} + \Delta_{\max}^F\}$.

定义 3 称区间 $[s_B, s_F]$ 为灰插值信息覆盖, 其中

$$\begin{cases} s_B = \min(s_{VB} + \Delta_{\min}^B, s_{VF} + \Delta_{\min}^F), \\ s_F = \max(s_{VB} + \Delta_{\max}^B, s_{VF} + \Delta_{\max}^F). \end{cases} \quad (6)$$

称 $s_\lambda(k)$ 为缺失值 $s(k)$ 的灰插值估计, 若

$$s_\lambda(k) = \lambda s_B + (1 - \lambda) s_F, 0 \leq \lambda \leq 1. \quad (7)$$

其中 λ 为插值组合系数

3.3 插值组合系数优化

根据式(7) 分别取不同的插值组合系数 λ 使 $s_\lambda(k)$ 为 $s(k)$ 的插补值, 从而得到完整的序列子集 $S^* = \{s(p), \dots, s(k), \dots, s(q)\}$. 搜索使其插补前后状态变化最小的 λ 即为最优系数 λ^* . 设 $e(\lambda)$ 为 $s_\lambda(k)$ 所致的总误差, 则

$$\lambda^* = \arg \min (e(\lambda)). \quad (8)$$

下面讨论在单序列和多维数据集时构造的两种误差模型

3.3.1 递进灰拟合模型 (RGEM)

记 $m = \min(n_1, n_2)$, 若原始序列 S 为一维单序列, 则首先利用 GM (1, 1) 较强的最近值预测能力, 在 $s(k)$ 的 m 邻域内一侧, 递进地以 $m + 1$ 个数据点建立 m 个 GM (1, 1); 然后从各个模型抽取第 1 个预测值组成邻域内另一侧数据的灰拟合序列, 即用

$x^{(0)}(i) = s(k - m - 1 + i) (1 \leq i \leq m + 1)$ 建立 GM (1, 1), 求得 $s(k + 1)$ 的预测值 $s_{\lambda}(k + 1)$; 最后去掉第 1 个元素即旧息 $s(k - m)$, 递进地增加新息 $s(k + 1)$, 即 $x^{(0)}(i) = s(k - m + i), 1 \leq i \leq m + 1$, 得到 $s(k + 2)$ 的预测值 $s_{\lambda}(k + 2)$. 如此继续, 建立等阶灰数递进模型, 则总的灰拟合误差为

$$e(\lambda) = \sum_{i=1}^m |s(k + i) - s_{\lambda}(k + i)| \quad (9)$$

3.3.2 属性相关度优化模型 (ACOM)

在多维数据集时考察填充值对属性相关性的影响. 设属性集为 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_D\}$, 数据集为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, 其中 x_i 为第 i 个数据对象. 一维序列 S 为属性 A_d 的值, 即 $x_{id} = s(i), i = 1, 2, \dots, N$. 在 τ_{pq} 时区窗口取 X 的子集 $X^* = \{x_p, \dots, x_k, \dots, x_q\}$ 作为 ACOM 的建模对象, 其中 x_{kd} 为缺失值

设 $X^1 = \{x_p, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_q\}$, 在 X^1 内计算属性 A_d 与其他属性间的相关性

$$r_{dj} = \sigma_{dj} / \sigma_d \sigma_j, \bar{x}_j = \frac{1}{q - p} \sum_{i=p}^q x_{ij} \quad (10)$$

其中

$$\sigma_{dj} = \frac{1}{p - q} \sum_{i=p}^q (x_{id} - \bar{x}_d)(x_{ij} - \bar{x}_j),$$

$$\sigma_j = \sqrt{\sigma_{jj}}, j = 1, 2, \dots, D.$$

当缺失值 x_{kd} 用 $s_{\lambda}(k)$ 填充后, 得到基于完整数据集 X^* 的属性相关性

$$r_{dj}^{\lambda} = \sigma_{dj}^{\lambda} / \sigma_d^{\lambda} \sigma_j^{\lambda}, \bar{x}_j^{\lambda} = \frac{1}{q - p + 1} \sum_{i=p}^q x_{ij} \quad (11)$$

其中

$$\sigma_{dj}^{\lambda} = \frac{1}{q - p + 1} \sum_{i=p}^q (x_{id} - \bar{x}_d^{\lambda})(x_{ij} - \bar{x}_j^{\lambda}),$$

$$\sigma_j^{\lambda} = \sqrt{\sigma_{jj}^{\lambda}}, j = 1, 2, \dots, D.$$

由插值所导致的属性相关性误差定义为

$$e(\lambda) = \sum_{j=1}^D |r_{dj} - r_{dj}^{\lambda}| \quad (12)$$

3.4 算法描述

基于前述讨论, 灰插值算法可分为两部分: 1) 获取缺失值信息覆盖; 2) 产生最合理的插值结果

算法 1 (计算灰插值信息覆盖)

输入: 原始序列 S ;

输出: 灰插值信息覆盖 $[s_B, s_F]$.

Step 1: 搜索序列 S 中所有的缺失值位置, 赋予集合 L ;

Step 2: 任取一个 $k \in L$, 给定或寻找 p 和 q 使 τ_{pq} 为时区窗口, 令 $n_1 = k - p, n_2 = q - k$;

Step 3: 按式 (3) 形成子序列 U 和 V , 分别建立 BGM 和 FGM;

Step 4: 计算预测值 s_{WB}, s_{WF} 及残差 Δ^B, Δ^F , 按式 (6) 获得缺失值信息覆盖 $[s_B, s_F]$;

Step 5: 返回 s_B 和 s_F .

算法 1 首先搜索 S 中所有的缺失值, 所耗时间为 $O(N)$. 其余操作 τ_{pq} 一般都较少, 即均在小样本集中操作, 所以算法总的时间复杂度为 $O(N)$.

算法 2 (灰插值生成算法)

输入: 建模数据子集 X^* , 插值覆盖 s_B 和 s_F ;

输出: 缺失值 $s(k)$ 的插值结果 $s[k]$.

Step 1: 取一个 $\lambda, 0 \leq \lambda \leq 1, s[k] = \lambda s_B + (1 - \lambda) s_F$;

Step 2: 建立 RGM 模型, 由式 (9) 计算 $e(\lambda)$, 重复 Step 1 和 Step 2, 按式 (8) 得到 λ^* ;

Step 3: 若 X^* 为多维数据集且要求进行 ACOM 模型测试, 则选定特征属性集, 转 Step 4, 否则转 Step 5;

Step 4: 按式 (12) 计算 $e(\lambda)$, 重复 Step 1 和 Step 4, 按式 (8) 得到 λ^* ;

Step 5: 返回 $s[k] = \lambda^* s_B + (1 - \lambda^*) s_F$.

算法 2 通过递进灰拟合或属性相关度模型, 对插值组合系数 λ 进行搜索, 寻求最合理的插值结果. 当 X^* 为多维数据集时, 可选择任何一种模型进行训练

3.5 算法适应性分析

灰插值算法以灰预测模型 GM (1, 1) 为基础, 而 GM (1, 1) 的建模条件是序列级比在相容区内, 即

$$u(i)/u(i + 1) \in (0.1353, 7.3890). \quad (13)$$

对于不满足上式要求的序列, 可通过平移、取对数或方根等变换, 使其具备级比相容特性^[3]. 因此, 灰插值算法对建模数据子序列的确定性关系或统计特性没有明确要求

另一方面, 算法 1 的 Step 1 和 Step 2 通过选取恰当的时区窗口及建模子列, 实现了单个缺失值、多个缺失值以及连续多个缺失值等情形的统一处理模式. 若 $s(k)$ 为缺失值, 则以此为基点寻找具有有效值的等距结点 $s(k \pm ih)$, 使

$$\begin{cases} u(i) = s(k - (n_1 - i + 1)h), 1 \leq i \leq n_1; \\ v(j) = s(k + jh), 1 \leq j \leq n_2 \end{cases} \quad (14)$$

其中 h 为间隔. 由于 GM (1, 1) 可以少至 4 个数据建模, 灰插值所需的建模子列在一般数据集中均能获取

4 计算实例

现有广东某市移动通信营业中心从开业初至 2004 年上半年的全部数据, 预处理时检测到几个缺失值点. 下面以填补 2001 年 7 月本地话费项数据来

表 1 带缺失值的灰插值建模数据子集

年 月	时长 /m in	本地话费	省内漫游	国内漫游	国际漫游
2000-07	317 043	47 280 21	12 134 82	5 082 90	4 781 61
2000-08	319 695	48 067. 50	10 407. 53	4 492 69	3 480 59
2000-09	407 173	52 663 57	10 911 38	7 075 12	2 844 89
2000-10	426 264	48 977. 08	11 662 54	7 013 07	2 545 55
2000-11	487 738	54 657. 63	18 179 81	6 257 17	9 470 61
2000-12	335 835	45 487. 40	12 994 79	5 285 18	8 549 21
2001-01	433 431	56 201. 74	16 391 41	8 210 76	5 769 24
2001-02	539 273	61 002 43	17 770 92	9 720 65	5 741 60
2001-03	521 104	58 976 16	16 992 44	9 378 67	8 570 80
2001-04	445 037	55 597. 45	16 093 54	6 967 26	4 993 49
2001-05	376 574	48 182 41	14 154 65	7 997 23	7 720 20
2001-06	371 808	49 883 60	12 899 38	7 109 59	6 539 80
2001-07	436 833		18 665 34	8 111 23	9 378 36
2001-08	409 998	55 160 30	13 606 65	9 584 59	7 586 68
2001-09	510 015	54 701 44	13 298 62	7 536 99	8 179 50
2001-10	432 145	57 488 82	15 493 46	9 698 94	3 991 84
2001-11	454 818	60 439 82	17 987 26	9 208 31	9 115 19
2001-12	544 361	64 067. 61	19 229 59	7 011 10	8 650 47
2002-01	495 716	55 924 04	10 709 65	4 105 31	5 655 93
2002-02	467 984	52 670 23	14 147 20	4 917 67	5 054 39
2002-03	470 496	48 620 55	15 431 40	8 114 54	9 071 59
2002-04	534 480	63 297 96	18 337 59	7 249 67	8 838 70
2002-05	493 960	48 428 15	11 714 91	7 405 07	5 796 83
2002-06	516 702	60 650 07	15 241 20	6 202 98	6 094 92
2002-07	523 657	53 097 30	12 754 31	5 970 20	6 039 90

说明灰插值算法的插值效果 根据数据特性, 本文取其前后各一年的数据建立灰插值模型 即 $\tau_{pq} = 25, k = 13, n_1 = n_2 = 12$ 表 1 列出了时区窗口内全部有效数据

根据表 1, 序列 U 和 V 分别为 2000 年 7 月至 2001 年 6 月和 2001 年 8 月至 2002 年 7 月的本地话费. 建立前后向灰模型 BGM 和 FGM, 获得白化预测值覆盖范围 采用 MATLAB 6 5 编程, 计算结果见表 2

表 2 白化预测值覆盖

项 目	计算值
BGM 预测值 s_{vB}	52 563 68
BGM 残差 Δ^B	-3 786 22, 6 266 95
FGM 预测值 s_{vF}	57 327 33
FGM 残差 Δ^F	-4 945 63, 2 815 02
s_B	48 777 46
s_F	60 839 63

取插值组合系数 λ 从 0 到 1, 以步长为 0.01 按式 (6) 形成一系列插值估计值, 分别由递进灰拟合模型 RGFM 和属性相关度模型 ACOM 搜索最优插值系数 λ^* . 表 3 列出了这两种模型的插值结果及与三次样条插值、多项式插值和线性插值的比较 其中在利用 ACOM 方法训练时, 取特征属性集为 {时长, 省内漫游, 国内漫游, 国际漫游}, 其他 4 种方法均只用表 1 的本地话费一维数据

表 3 不同算法插值结果及误差比较

项 目	灰插值 (RGFM)	灰插值 (ACOM)	三次样条插值	多项式插值	线性插值
λ^*	0.55	0.58			
插值结果	55 411	55 369	53 652	53 026	52 522
误差值	778	736	981	1 607	2 111
误差 /%	1.425	1.348	1.795	2.949	3.863
精度 /%	98.575	98.652	98.205	97.051	96.137

表 3 的误差项数据计算的是插值结果与实际值 54 632 87 的相对误差 从中可以看出, 利用灰插值方法获得了较好的插值效果

5 结 论

本文以灰预测模型 GM (1, 1) 为基础, 提出一种序列数据灰插值方法 它有两个主要步骤: 1) 建立前后向灰模型 FGM 和 BGM, 获得缺失值的覆盖范围; 2) 插值组合系数优化, 分别在单序列时利用递进灰拟合模型 RGFM, 在多维数据集时利用属性相关性模型 ACOM, 对组合系数进行学习, 搜索适合于现实数据的插值结果 该方法在对缺失值的推理过程中, 充分利用了其时区窗口内的全部信息, 寻求序列中最为平滑的插值, 因而具有较高的精度, 可以有效地解决序列数据缺失值问题

进一步的研究工作是将本文提出的灰插值方法用于异常数据检测, 探讨灰插值技术在数据预处理方面更广泛的应用

参考文献(References)

- [1] Mehmed K. *Data Mining Concepts, Models, Methods and Algorithms* [M]. New York: IEEE Press, 2002
- [2] Trevor H, Robert T, Jerome F. *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference and Prediction* [M]. New York: Springer-Verlag Press, 2001
- [3] 邓聚龙. *灰预测与灰决策* [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002
(Deng J L. *Grey Prediction and Grey Decision* [M]. Wuhan: The Press of Huazhong University of Science and Technology, 2002)
- [4] Yeh M F, Chen Y J, Chang K C. ECG Signal Pattern Recognition Using Grey Relational Analysis [A]. *Proc of the 2004 IEEE Int Conf on Networking, Sensing and Control* [C]. New York: IEEE Press, 2004: 725-730
- [5] Lin Z C, Lin W S. The Application of Grey Theory to the Prediction of Measurement Points for Circularity Geometric Tolerance [J]. *J of Advanced Manufacturing Technology*, 2001, 17(5): 348-360
- [6] 潘红华, 胡家升, 张圣云, 等. 基于灰色系统模型的预测函数控制方法研究 [J]. *控制与决策*, 2004, 19(1): 117-119
(Pan H H, Hu J S, Zhang S Y, et al. Study of Predictive Functional Control Algorithm Based on Grey System Models [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(1): 117-119)
- [7] Norihito S, Osamu U, Chikara K. Introduction of Time Series Data Analysis Using Grey System Theory [A]. *Proc of the 2th Int Conf on Knowledge-based Intelligent Electronic Systems* [C]. New York: IEEE Press, 1998: 67-72
- [8] Wen K L, Chang T C, Chang W C, et al. The Study of Missing Point in GM (1, 1) Model [A]. *Proc of IEEE Int Conf on Systems, Man and Cybernetics* [C]. New York: IEEE Press, 2000: 3384-3387.

(上接第 232 页)

- [7] 庄开宇, 张克勤, 苏宏业, 等. 高阶非线性系统的 Terminal 滑模控制 [J]. *浙江大学学报*, 2002, 36(5): 482-486
(Zhuang K Y, Zhang K Q, Su H Y, et al. Terminal Sliding Mode Control for High-order Nonlinear Dynamic Systems [J]. *J of Zhejiang University*, 2002, 36(5): 482-486)
- [8] 高为炳. *变结构控制的理论及设计方法* [M]. 北京: 科学出版社, 1996
(Gao W B. *Variable Structure Control Theory and Design Methods* [M]. Beijing: Science Press, 1996)

(上接第 235 页)

- [2] Liu S L, Shi W G. Rough Set Intelligence Diagnostic System for Valves in Reciprocating Pumps [A]. *IEEE Proc of the American Control Conf* [C]. Arlington, 2001: 353-358
- [3] Bonaldi E L, Borges S, Lambert T, et al. Using Rough Sets Techniques as a Fault Diagnosis Classifier for Induction Motors [A]. *IEEE Proc of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation* [C]. Shanghai, 2002: 3383-3388
- [4] Zhao K, Wang J. A Reduction Algorithm Meeting Users' Requirements [J]. *J Computer Science and Technology*, 2002, 23(9): 578-593
- [5] Zhang X D, Marisv P, Thomasp P. Robust Fault Isolation for a Class of Non-linear Input-output Systems [J]. *Int J Control*, 2001, 74(13): 1295-1310
- [6] Karsten Spreitzer, Peter Balle. A Multimodel Approach for Detection and Isolation of Sensor and Process Faults for a Heat Exchanger [A]. *IEEE Proc of the American Control Conf* [C]. Chicago, 2000: 2720-2724
- [7] 夏超英. 转子坐标下笼型感应电动机转子的模型、辨识和自适应观测 [J]. *天津大学学报*, 1998, 31(3): 265-271.
(Xia C Y. The Model and Identification and Adaptive Observation for the Induction Motor in the Rotor Reference Frame [J]. *J of Tianjing University*, 1998, 31(3): 265-271)