

文章编号: 1001-0920(2006)02-0135-04

基于子空间划分的模糊系统模型辨识

白裔峰, 肖建

(西南交通大学 电气工程学院, 成都 610031)

摘要: 提出了基于子空间划分的模糊系统模型(SPFS), 并给出一种针对 SPSF 的自适应模型辨识方法. 应用遗传算法进行子空间划分方案的优化, 降低了最大子空间的辨识误差, 从而得到优化的模型辨识结果. 理论分析和仿真计算证明了该模型的有效性. 所提出的模型有助于缓解规则数爆炸问题.

关键词: 模糊系统; 子空间划分; 自适应辨识

中图分类号: TP273.4 **文献标识码:** A

Identification of Subspace-partition Based Fuzzy System Model

BAI Yifeng, XIAO Jian

(School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China. Correspondent: BAI Yifeng, E-mail: bai_yifeng@mars.swjtu.edu.cn)

Abstract: A subspace-partition based fuzzy system model (SPFS) and an adaptive model identification algorithm are proposed to solve the rule number's explosion problem. Genetic algorithm is employed to optimize subspace-partition, reduce the maximal identification error in subspaces, and partition the discourse universe on principle of consistency and completion. The relative optimum model identification result is thus achieved. The effectiveness of SPFS is proved theoretically and experimentally. The proposed SPFS model is helpful in relieving the rule number's explosion problem.

Key words: Fuzzy system; Subspace-partition; Adaptive identification

1 引言

传统的模糊系统规则数量一般随输入变量个数呈指数增长,“规则数爆炸”使模糊系统设计与工程实现变得十分复杂. 如何应用最少的控制规则并满足控制性能要求,一直是模糊控制研究中的热点问题. 目前该方向的研究主要集中在以下两个方面^[1]:

1) 分层递阶模糊系统结构(HFS)^[2-5]: 它是将多个低阶模糊系统以递阶的形式相连的结构. 文献[3]指出,一般情况下无法根据HFS的结构确定哪个输入对系统的输出有更大的影响,这是存在于HFS实际使用中的不确定因素.

2) 并规则结构(URC)^[6]: 文献[7]系统地研究了规则结构和降低模糊规则数目的有效方法,采用URC构造模糊规则集. 文献[6]提出了在一定条件

下将RC结构转化成URC结构的算法,并证明了在一定条件下URC结构是万能非线性逼近器. 虽然URC结构与RC结构在逻辑方面的等效性已被证明,但在非线性方面的等效性并未证明.

本文提出了基于子空间划分的模糊系统模型(SPFS)及其系统模型辨识方法. 文中给出了该模型的定义,阐述了系统模型辨识方法,证明了SPFS的万能逼近特性. 最后给出一个仿真实例,并对SPFS的特点进行讨论.

2 SPFS的系统模型

传统的模糊系统往往导致模糊系统模型辨识过程中出现维数巨大的矩阵运算,使辨识过程无法实现. 本文提出的SPFS,通过将系统辨识过程局限在按照一致和完备原则划分的每个子空间,部分地

收稿日期: 2005-01-06; 修回日期: 2005-03-08

基金项目: 教育部博士点基金项目(20040613013).

作者简介: 白裔峰(1976—),男,湖南岳阳人,博士生,从事计算机控制、模糊控制等研究;肖建(1950—),男,湖南衡阳人,教授,博士生导师,从事计算机控制、鲁棒控制等研究.

解决了模糊系统模型辨识过程中的规则数爆炸问题

与一般的模糊系统一样, SPFS 是由 $x \in U \subset R^m$ 到 $f(x) \in V \subset R$ 的非线性映射 设

$$U = \bigcup_{s=1}^P U_s, U_s \cap U_t = \emptyset, \quad s, t \in \{1, 2, \dots, P\}; \quad (1)$$

$$U_t = (a_{t1}, b_{t1}) \times (a_{t2}, b_{t2}) \times \dots \times (a_{tm}, b_{tm}) \quad (2)$$

为论域 U 的一个子空间, 则任意 $x \in U$ 必定属于且仅属于某个子空间 U_t , 这保证了 SPFS 的完备性

设 $x \in U_t, t \in \{1, 2, \dots, P\}$, 则存在一个非线性映射

$$f(x) = \bigwedge_{i=1}^n G_i^i \bar{y}_t^i / \bigvee_{i=1}^n G_i^i \quad (3)$$

其中: n 为子空间 U_t 中存在的规则总数, \bar{y}_t^i 为子空间 U_t 中第 i 条规则的结论参数, $G_i^i = \bigwedge_{j=1}^m A(x_j)$. G_i^i 为子空间 U_t 中输入 x 对应的第 i 条规则的真值, $A(x_j)$ 为子空间 U_t 中输入 x 的第 j 维输入 x_j 对应的模糊隶属度值, Π 为模糊算子, 一般可选为 \min 算子或乘积算子.

子空间 U_t 的每个区间 $(a_{ti}, b_{ti}) (t \in \{1, 2, \dots, P\}, i \in \{1, 2, \dots, m\})$ 上有两个一致、完备的模糊集合. 如果使用三角形隶属度函数, 则区间 (a_{ti}, b_{ti}) 上的模糊集合如图 1 所示

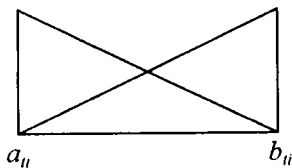


图 1 SPFS 子空间 U_t 一个区间上的模糊集合
子空间 U_t 中第 i 条规则的形式为

$$\text{If } x_1 = c_1, x_2 = c_2, \dots, x_m = c_m, \text{ then } \bar{y}_t^i \quad (4)$$

其中: $c_j = a_{ij}$ 或 $b_{ij}, j = 1, 2, \dots, m$.

记 premise_i^t 为 SPFS 子空间 U_t 中第 i 条规则的前提部分, 由规则的形式可知 SPFS 的任意子空间 U_t 中共有 2^m 条规则, 即 $n = 2^m$.

3 SPFS 的系统模型辨识算法

SPFS 的系统模型辨识算法与传统模糊系统相比, 增加了划分论域的内容. 本文使用遗传算法搜索优化的划分论域方案. 系统模型辨识算法分为 5 个步骤:

Step 1: 设定论域的初始状态 U_0 : 此处假设已经确定哪些变量将在前提中出现. 根据具体情况, 设定 U_0 的各个区间, 即

$$U_0 = (a_1, b_1) \times (a_2, b_2) \times \dots \times (a_m, b_m). \quad (5)$$

Step 2: 前提参数辨识: 因为 U_0 的每个区间只包含两个一致、完备的模糊集合, 所以不需要前提结构辨识. 前提参数辨识可使用已有的各种算法, 记前提参数辨识过程为 $A_0 = A(X_0)$. 其中 A_0 为 U_0 的前提参数, X_0 为 U_0 中训练样本集 (X_0, Y_0) 的输入数据.

Step 3: 结论参数辨识: 此处的结论参数辨识与传统模糊系统的结论参数辨识过程一致, 同样可使用各种已有的算法. 记结论参数辨识过程为

$$\bar{y}_0 = \text{identification}(A(X_0), (X_0, Y_0)). \quad (6)$$

其中: \bar{y}_0 为 U_0 的结论参数, $A(X_0)$ 为 U_0 的前提参数, X_0 为 U_0 中训练样本集 (X_0, Y_0) 的输入数据.

Step 4: 辨识误差计算: 为寻找需要进一步划分的子空间, 辨识算法计算每个子空间的辨识误差. 如果论域处于初始状态 U_0 , 则直接转 Step 5. 记辨识误差计算过程为

$$E_s = \text{certification}(A(X_{0s}), \bar{y}_s, (X_0, Y_0)). \quad (7)$$

其中: E_s 为子空间 U_s 的辨识误差, $A(X_{0s})$ 为子空间 U_s 的前提参数, X_{0s} 为子空间 U_s 中训练样本集 (X_{0s}, Y_{0s}) 的输入数据, \bar{y}_s 为子空间 U_s 的结论参数, (X_0, Y_0) 为验证样本集, $s = 1, 2, \dots, K, U = \bigcup_{i=1}^K U_s, K \geq 2$

为当前论域 U 所包含的子空间数目. 令

$$E_t = \max\{E_s, s = 1, 2, \dots, K\}, \quad (8)$$

其中 U_t 为 E_t 对应的子空间. 如果 E_t 满足系统模型辨识计算的精度要求, 则辨识计算过程停止; 否则, 进入 Step 5.

Step 5: 细分子空间 U_t : 为使辨识误差满足辨识计算的精度要求, 对辨识误差最大的子空间进行划分, 以减少其辨识误差.

Step 5 实际是在子空间 U_t 中寻找一个优化的子空间划分方案. 该优化问题可表述为

$$\min(E_{t1} + E_{t2}), \quad (9)$$

满足

$$U_{t1} = (a_{t1}, b_{t1}) \times (a_{t2}, b_{t2}) \times \dots \times (a_{tm}, b_{tm}),$$

$$U_{t2} = (a_{t1}, b_{t1}) \times (a_{t2}, b_{t2}) \times \dots \times (a_{tm}, b_{tm}),$$

$$a_{tr} < c_r < b_{tr}$$

如果 $\text{premise}_{t1}^i = \text{premise}_{t2}^j$, 则

$$\bar{y}_{t1}^i = \bar{y}_{t2}^j, r = 1, 2, \dots, m,$$

$$i, j = 1, 2, \dots, 2^m, \quad (10)$$

以保证 SPFS 规则的一致性. 其中

$$E_{tl} = \text{certification}(A(X_{0tl}), \bar{y}_{tl}, (X_0, Y_0)),$$

$$\bar{y}_{tl} = \text{identification}(A(X_{0tl}), (X_0, Y_0)),$$

$A(X_{0tl})$ 为子空间 U_{tl} 的前提参数, X_{0tl} 为子空间 U_{tl} 中训练样本集 (X_{0tl}, Y_{0tl}) 的输入数据, \bar{y}_{tl} 为子空间 U_{tl} 的结论参数, $l = 1, 2$.

本文使用遗传算法实现这一寻优过程 在遗传算法模块中, 以划分位置作为个体 个体包含以下信息: 划分所在区间, 划分具体位置, 划分对应的系统模型辨识结果以及辨识误差 首先通过同一区间不同划分之间交叉和划分的变异生成新个体; 然后以辨识误差作为计算适应度的主要根据, 对种群进行淘汰, 生成新的种群; 最后根据寻优结果重新划分论域

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_K + U_{n1} + U_{n2} \quad (11)$$

令 $K = K + 1$, 转 Step4

SPFS 的系统模型辨识算法流程如图 2 所示

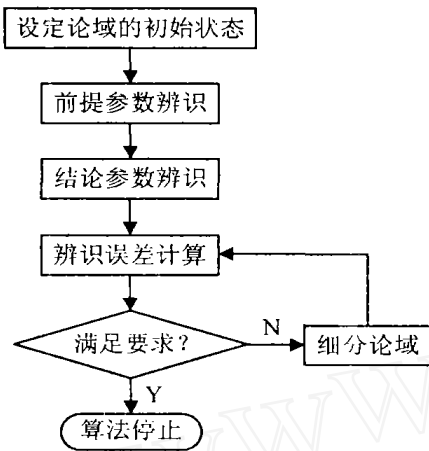


图 2 SPFS 的系统模型辨识算法流程

4 SPFS 是万能逼近器的证明

万能逼近特性是所有模糊系统的特性, SPFS 同样具有这一特性 下面证明 SPFS 具有万能逼近特性

定理 1 假定输入论域 U 是 R^m 上的一个紧集, 则对于任意定义在 U 上的实连续可微函数 $g(x)$ 和任意的 $\epsilon > 0$, 一定存在 SPFS 模型 $f(x)$ 使下式成立:

$$\sup_x |f(x) - g(x)| < \epsilon \quad (12)$$

其中 $f(x)$ 是带有乘积推理机、单值模糊器、中心平均解模糊器和三角形隶属度函数的模糊系统

证明 根据定义, 在每个子空间 U_i 中, $f(x)$ 是一个带有乘积推理机、单值模糊器、中心平均解模糊器和三角形隶属度函数的模糊系统 文献[8]证明带有乘积推理机、单值模糊器、中心平均解模糊器和三角形隶属度函数的模糊系统, 可以任意精度逼近实连续可微函数. 所以对于任意定义在 U_i 上的实连续可微函数 $g(x)$ 和任意的 $\epsilon > 0$, 一定存在 $f(x)$ 使式(12) 成立

在系统模型辨识算法的 Step5, 式(10) 保证了 SPFS 规则的一致性 即在 SPFS 的规则库中, 只要

规则前提部分相同, 则规则结论部分一定相同, 因此式(10) 保证系统状态在穿越各子空间边界时是连续的 因为式(1) 成立, 所以对于任意定义在 U 上的实连续可微函数 $g(x)$ 和任意的 $\epsilon > 0$, 上述结论成立

5 仿真算例

为了便于比较模型的性能, 仿真试验中使用了文献[5] 中三阶动态系统

$$y(k+1) = g[y(k), y(k-1), y(k-2)] + u(k),$$

其中 $u(k) = \sin(2\pi k/25)$, 并且假设

$$g[y(k), y(k-1), y(k-2)] = \frac{y(k-1)y(k-2)[y(k)+2.5]}{1+y(k)^2+y(k-1)^2+y(k-2)^2} \quad (13)$$

本文设计一个基于子空间划分的模糊系统 $f[y(k), y(k-1), y(k-2)]$, 逼近 $g[y(k), y(k-1), y(k-2)]$ 计算过程随机抽取两组样本点, 分别作为训练样本集和验证样本集用于系统模型辨识; 然后等距抽取第 3 组样本点进行验证, 所有数据均在区间 $[-1.5, 2.5]$ 内

使用第 3 组样本点进行验证时, SPFS 与实际系统的状态响应如图 3 所示. SPFS 与实际系统状态响应之间的绝对误差如图 4 所示 计算结果说明 SPFS

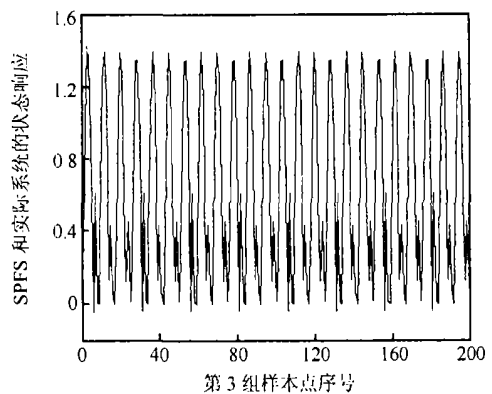


图 3 SPFS 与 $g[y(k), y(k-1), y(k-2)]$ 的状态响应对比

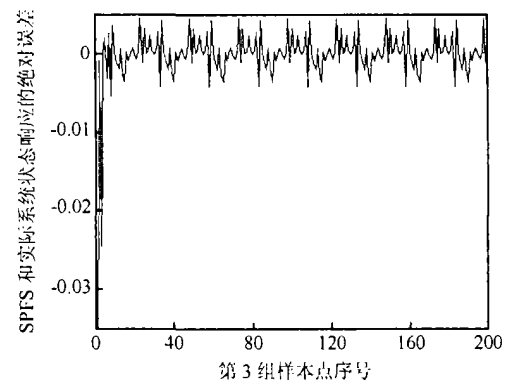


图 4 SPFS 与 $g[y(k), y(k-1), y(k-2)]$ 之间的绝对误差

达到前面提到的要求,并且结果优于文献[5]的结果

6 关于 SPFS 的进一步讨论

在实际应用中,前提结构辨识通常要解决“哪些变量需要在前提中出现”的问题。SPFS 在辨识过程中,使用 Step5 的寻优过程可以判断哪些变量需要在前提中出现。设 (a_{ii}, b_{ii}) 是 U_i 中需要考虑的变量对应区间范围,通过寻优过程可以得到 E_{i1} 和 E_{i2} 。令 $E_i = E_{i1} - (E_{i1} + E_{i2})$,若 $(E_{i1} - E_{i2})/E_i < \epsilon$,其中 ϵ 为预先给定的小数,则此变量在前提中不出现。

SPFS 按照一致、完备的原则划分论域,减少系统模型辨识运算过程中矩阵的维数。由 SPFS 的系统模型定义可知,每个子空间 U_i 的规则数均为 2^m ,而且规则数不随辨识过程增加。相应的传统模糊系统可由各子空间的模糊系统模型合并形成。设合并形成的传统 T-S 模糊系统模型在第 i 个区间上存在 N_i 个模糊集合,则 $N_i = 2^m + P - 1$,其中 P 为 SPFS 包含子空间的个数。传统模糊系统的规则数为

N_i , 显然有

$$2^{m-1}(P+1) \prod_{i=1}^m N_i = \left(\frac{2m+P-1}{m}\right)^m,$$

而且 P 随着辨识过程增加,因此规则数将进一步增加。

SPFS 另一个突出的优点是可通过优化计算自适应形成模糊系统的结构,而且计算过程相对于文献[9]中其他一些自适应方法更简单。

7 结 语

本文提出了基于子空间划分的模糊系统模型,并给出了基于遗传算法的自适应模型辨识方法。该方法按照一致、完备的原则划分论域,并将系统模型辨识过程局限在每个子空间,从而部分地解决了模糊系统的规则数爆炸问题。但是 SPFS 仍是建立在经验风险最小化基础上的一种机器学习方法,无法克服“过学习”的缺点。今后的研究任务是将 SPFS 与统计学习理论相结合,建立一个在结构风险最小

化基础上的 SPFS。

参考文献(References)

- [1] 胡包刚, 应浩. 模糊 PD 控制技术研究发展回顾及其面临的若干重要问题[J]. *自动化学报*, 2001, 27(4): 567-584
(Hu B G, Ying H. Review of Fuzzy PD Control Techniques and Some Important Issues[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2001, 27(4): 567-584.)
- [2] 王立新. *模糊系统与模糊控制教程*[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003
(Wang L X. *A Course in Fuzzy System and Control* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.)
- [3] Wang L X. Analysis and Design of Hierarchical Fuzzy Systems[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1999, 7(5): 617-624
- [4] Moon G J. A Method of Converting Conventional Fuzzy Logic System to 2 Layered Hierarchical Fuzzy System [A]. *Proc of 2003 IEEE Int Conf on Fuzzy Systems* [C]. Louis, 2003, 2: 1357-1362
- [5] Li P, Cai Z F, Zhang A B. A Designing Method of Hierarchical Fuzzy Systems [A]. *Proc of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation* [C]. Shanghai, 2002: 2379-2383
- [6] Jeffrey J Weinschenk, William E Combs, Robert J Marks. Avoidance of Rule Explosion by Mapping Fuzzy Systems to a Union Rule Configuration [A]. *Proc of 2003 IEEE Int Conf on Fuzzy Systems* [C]. Louis, 2003, 1: 43-48
- [7] Combs W E, Andrews J E. Combinatorial Rule Explosion Eliminated by a Fuzzy Rule Configuration [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1998, 6(1): 1-11
- [8] Zeng X J, Madan G S. Approximation Accuracy Analysis of Fuzzy Systems as Function Approximators [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 44-63
- [9] 张化光, 何希勤. *模糊自适应控制理论及其应用*[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2002
(Zhang H G, He X Q. *Fuzzy Adaptive Control Theory and Application* [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2002.)