

文章编号: 1001-0920(2006)03-0289-04

## 基于 LQR 和变论域模糊控制的吊车防摆控制

李树江<sup>1</sup>, 胡韶华<sup>1</sup>, 吴海<sup>1,2</sup>

(1. 沈阳工业大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110023; 2 University of Illinois at Urbana Champaign, Illinois 61801)

**摘要:** 针对吊车这类非线性欠驱动系统, 提出一种基于 LQR 和变论域模糊控制的消摆控制方法。先将该系统分解为垂直运动和水平运动两个子系统; 然后用变论域方法寻找最优反馈增益, 从而解决了在绳长连续变化时, 吊车系统的防摆优化控制问题。仿真结果表明了该方法的有效性。

**关键词:** 吊车; LQR; 变论域模糊控制; 欠驱动系统; 消摆

**中图分类号:** TP273

**文献标识码:** A

## Anti-swing Control of Crane Based on LQR and Variable Universe Fuzzy Control

LI Shu-jiang<sup>1</sup>, HU Shao-hua<sup>1</sup>, WU Hai<sup>1,2</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110023, China; 2 University of Illinois at Urbana Champaign, Illinois 61801, U.S.A. Correspondent: LI Shu-jiang, Email: lisj@sut.edu.cn)

**Abstract:** An anti-swing control strategy is proposed for the highly nonlinear under-actuated crane system based on linear quadratic regulator (LQR) and variable universe fuzzy method. The crane system is first decomposed into two subsystems moving in two different directions, then the optimal feedback gain is found based on LQR. The proposed strategy realizes the nonlinear optimization anti-swing control of the crane system. The simulation result shows the effectiveness of the proposed control strategy.

**Key words:** Crane; LQR; Variable universe fuzzy control; Under-actuated system; Anti-swing

### 1 引言

吊车防摆控制是提高吊车的运行效率, 避免发生安全事故的关键技术。文献[1]提出了静态优化的开环控制策略, 尽管它能实现消摆控制, 但由于开环控制对初始状态和干扰极为敏感, 无法保证其稳定性。文献[2]提出了以最佳速度为参考的模糊控制, 能实现快速运行的要求, 而且对模糊控制的鲁棒性进行了证明, 但无法保证定位的准确。文献[3, 4]提出了基于滑模控制的消摆方法, 该方法能满足定位精度和消摆要求, 还对稳定性进行了证明, 但该方法是基于简化的定绳长模型, 未考虑绳长变化所带来的严重非线性问题, 而在工程应用中都是变绳长的

文献[5]考虑了绳长的变化, 并用模糊控制和神经网络的方法寻找反馈增益, 但该方法在寻找水平子系统的反馈增益时, 仍然简化成 3 个不同绳长的线性化模型来求得反馈增益, 忽略了在绳长连续变化时对反馈增益的影响, 使吊车系统的运行精度和效率达不到最佳值。

本文基于状态反馈和模糊变论域的控制方法, 解决了变绳长条件下的吊车防摆优化控制问题。通过将整个吊车系统分解为垂直运动和水平运动两个子系统, 在寻求水平运动子系统的反馈增益时, 引入了变论域模糊控制器, 建立了绳长变化与最优反馈增益之间的模糊对应关系。采用变论域方法, 通过论

收稿日期: 2004-12-12; 修回日期: 2005-07-08

基金项目: 辽宁省教育厅基金项目(2004D039)。

作者简介: 李树江(1967—), 男, 辽宁北宁人, 副教授, 博士, 从事复杂过程的建模与控制、智能控制理论与应用等研究; 胡韶华(1979—), 男, 四川宣汉人, 硕士生, 从事智能控制、非线性控制等研究。

域的收缩与膨胀,动态逐点地逼近绳长连续变化的情况下任意绳长的最优化反馈增益值,实现了吊车防摆系统的最优控制

### 2 吊车模型

吊车模型结构如图1所示

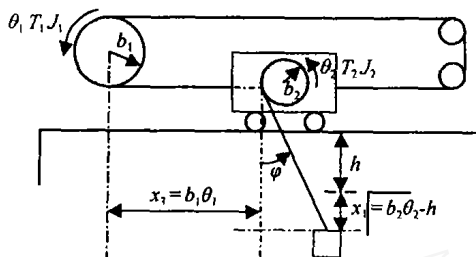


图1 吊车的力学模型

图1中:  $\theta_1, \theta_2$  分别为水平和垂直驱动马达的齿轮的转角;  $b_1, b_2$  分别为水平和垂直驱动马达齿轮的等效半径;  $J_1, J_2$  分别为各个齿轮的转动惯量;  $T_1, T_2$  分别为两个驱动马达产生的转矩;  $g$  为重力加速度

由Lagrange方程可得动力学方程

$$\begin{aligned}
 & [J_1 + (M + m)b_1^2] \ddot{\theta}_1 + \\
 & M b_1 b_2 \ddot{\theta}_2 \sin \varphi + M b_1 b_2 \dot{\theta}_2 \dot{\varphi} \cos \varphi + \\
 & M b_1 b_2 (2\dot{\theta}_2 \dot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\theta}_2 \dot{\varphi} \sin \varphi) = T_1, \\
 & M b_1 b_2 \ddot{\theta}_1 \sin \varphi + (J_2 + M b_2^2) \ddot{\theta}_2 - \\
 & M b_2^2 \ddot{\varphi} - M g b_2 \cos \varphi = T_2, \\
 & b_1 \dot{\theta}_1 \cos \varphi + b_2 \dot{\theta}_2 \dot{\varphi} + 2b_2 \dot{\theta}_2 \dot{\varphi} + g \sin \varphi = 0 \quad (1)
 \end{aligned}$$

如图1所示,  $x_1 = b_2 \theta_2 - h, x_3 = b_1 \theta_1, x_5 = \varphi$  整个过程可用一个6阶非线性微分方程描述<sup>[6]</sup>,即

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1}{dt} &= x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = u_1, \quad \frac{dx_3}{dt} = x_4, \\
 \frac{dx_4}{dt} &= u_2 + \delta_1 x_5, \quad \frac{dx_5}{dt} = x_6, \\
 \frac{dx_6}{dt} &= -\frac{1}{x_1 + h} [u_2 + \delta_2 x_5 + 2x_2 x_6] \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中: 参数  $\delta_1$  和  $\delta_2$  为一个正常数, 其大小与吊车系统的参数  $b_1, b_2, M, m, J_1, J_2$  有关

### 3 变论域模糊控制器

设  $X_i = [-E, E]$  分别为  $A_{ij}$  输入变量  $x_i$  的论域,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $Y = [-U, U]$  为输出变量  $y$  的论域;  $A = \{A_{ij}\}_{1 \times j \times m}$  为  $X_i$  上的模糊划分,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $B = \{B_j\}_{1 \times j \times m}$  为  $Y$  上的模糊划分. 视  $A, B$  为语言变量, 则可以形成模糊推理规则库如下:

$$\begin{aligned}
 & \text{If } x_1 \text{ is } A_{1j} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{2j} \text{ and} \\
 & \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{nj}, \\
 & \text{Then } y \text{ is } B_j, \quad j = 1, \dots, m. \quad (3)
 \end{aligned}$$

设  $x_{ij}$  分别为  $A_{ij} (i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m)$  的峰点,  $y_j$  分别为  $B_j$  的峰点. 根据文献[7]的结果, 基于

$$\begin{aligned}
 & y(x_1, x_2, \dots, x_n) = \\
 & F(x_1, x_2, \dots, x_n) \triangleq \prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n A_{ij}(x_i) y_j \quad (4)
 \end{aligned}$$

的模糊控制器表现为一个  $n$  元分片插值函数  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

所谓变论域是指论域  $X_i$  和  $Y$  可以分别随着变量  $x_i$  和  $y$  的变化而自行调整, 记为

$$\begin{aligned}
 & X_i(x_i) = [-\alpha_i(x_i)E_i, \alpha_i(x_i)E_i], \\
 & Y(y) = [-\beta(y)U, \beta(y)U] \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中:  $\alpha_i(x_i)$  和  $\beta(y)$  称为论域的伸缩因子,  $i = 1, 2, \dots, n$ . 一个伸缩因子满足如下性质<sup>[8]</sup>: 对偶性、避零性、单调性、协调性、正规性. 相对于变论域, 原来的论域称作初始论域. 论域的变化情况如图2所示

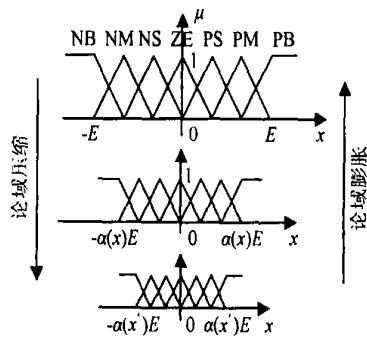


图2 论域变化情况

基于式(5)的变论域自适应模糊控制器可表示为

$$\begin{aligned}
 & y(X(t+1)) = \\
 & \beta(y(X(t))) \prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n A_{ij} \left( \frac{x_i(t)}{\alpha_i(x_i(t))} \right) y_j, \quad (6)
 \end{aligned}$$

式中  $X(t) \triangleq (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$ . 一般而言,  $\alpha(x), \beta(y(x))$  可以选为如下形式:

$$\begin{aligned}
 & \alpha(x) = \\
 & 1 - \lambda \exp(-kx^2), \quad \lambda \in (0, 1), k > 0, \\
 & \beta(y(x)) = K \int_{-1}^1 \prod_{i=1}^n p_i e_i(\tau) d\tau + \beta(0).
 \end{aligned}$$

一般  $\beta(0)$  常常取为1.

### 4 控制器设计

将该系统分解为垂直运动和水平运动两个子系统. 垂直运动子系统可表示为

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = u_1; \quad (7)$$

水平运动子系统可表示为

$$\frac{dx_3}{dt} = x_4, \quad \frac{dx_4}{dt} = u_2 + \delta_1 x_5, \quad \frac{dx_5}{dt} = x_6,$$

$$\frac{dx_6}{dt} = -\omega [u_2 + \delta_2 x_5 + \omega x_6] \quad (8)$$

其中:  $\omega$  和  $\omega$  是  $x_1$  和  $x_2$  的函数, 可表示为

$$\omega = \frac{1}{x_1 + h}, \quad \omega = 2x_2$$

对该系统的控制可分解为对两个垂直运动子系统 and 水平运动子系统的控制 因为垂直运动子系统是相对独立的, 即垂直运动间接影响摆角控制, 所以本文采用最优状态反馈来设计控制器; 因为垂直运动会直接改变绳长大小, 即改变了水平运动子系统的特征, 所以控制器的设计相对复杂 为了解决变绳长问题, 本文引入了变论域模糊自适应控制器, 其总体结构如图 3 所示

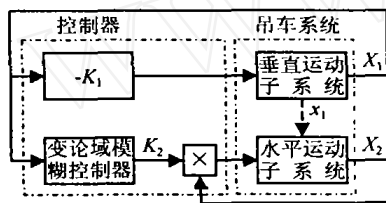


图 3 系统总体结构

#### 4.1 垂直运动子系统的控制器设计

将方程 (7) 所示垂直运动子系统写成如下形式:

$$\dot{X}_1 = A_1 X_1 + B_1 u_1 \quad (9)$$

其中:  $A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $X_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ .

利用线性二次型最优控制理论, 为状态方程 (9) 设计一个状态反馈矩阵 给定一个最优控制泛函指标  $J_1 = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (X^T Q_1 X + U^T R_1 U) dt$ , 其中  $Q_1$  和  $R_1$  为正定权矩阵 可求得最优解为

$$u_1 = -K_1 X_1, \quad K_1 = R_1^{-1} B_1^T P_1 \quad (10)$$

这里的  $P_1$  是如下 Riccati 方程的解:

$$P_1 A_1 + A_1^T P_1 - P_1 B_1 R_1^{-1} B_1^T P_1 + Q_1 = 0 \quad (11)$$

#### 4.2 水平运动子系统控制器设计

尽管水平运动子系统依赖于垂直子系统, 但就给定的垂直运动子系统的状态而言, 水平运动子系统是可以线性化的, 而且可以写成如下形式:

$$\dot{X}_2 = A_2 X_2 + B_2 u_2 \quad (12)$$

其中

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega \delta_2 & -\omega \omega \end{bmatrix},$$

$$B_2 = [0 \ 1 \ 0 \ -\omega]^T,$$

$$X_2 = [x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T.$$

相应的最优性能指标定义如下:

$$J_2 = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (X_2^T Q_2 X_2 + U_2^T R_2 U_2) dt,$$

式中  $Q_2$  和  $R_2$  为权矩阵 由此可以得到最优解

$$u_2 = -K_2 X_2, \quad K_2 = R_2^{-1} B_2^T P_2 \quad (13)$$

其中  $P_2$  是如下 Riccati 方程的解:

$$P_2 A_2 + A_2^T P_2 - P_2 B_2 R_2^{-1} B_2^T P_2 + Q_2 = 0, \quad (14)$$

其中  $K_2$  和  $P_2$  是关于  $x_1$  和  $x_2$  的函数 对于实时控制系统, 绳长是连续变化的, 这意味着可得到无穷个  $x_1$  值 如果针对每一对状态  $x_1, x_2$  求解  $K_2$  及  $u_2$  值, 计算量是巨大的, 不利于甚至不可能运用于工程实际

本文采用变论域自适应模糊控制解决  $K_2$  及  $u_2$  的求解问题 建立绳长变化与最优反馈增益之间的模糊对应关系, 由于采用了变论域的方法, 使模糊控制随着误差的减小而收缩, 相当于在控制规则形式不变的前提下增加了控制规则, 也即增加了插值点, 所以它可以动态逐点地逼近绳长连续变化情况下的最优化反馈增益值 本文采用绳长  $x_1$  和反馈增益  $K_2$  分别作为变论域模糊控制器的输入和输出, 输入变量的隶属度函数选用三角形隶属度函数, 将绳长  $x_1$  均匀划分为 7 个模糊区间, 记为  $A_i, i = 0, \dots, 6$ , 同时用每个模糊区间的峰值对变量  $x_1$  计算出  $K_2^i (i = 0, 1, \dots, 6)$  的值 模糊规则如表 1 所示

表 1  $K_2$  的模糊控制规则表

$x_1$	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
$K_2$	$K_2^0$	$K_2^1$	$K_2^2$	$K_2^3$	$K_2^4$	$K_2^5$	$K_2^6$

模糊规则表示为

$$\begin{aligned} &\text{If } x_1 \text{ is } A_i, \\ &\text{Then } K_2 \text{ is } K_2^i, \quad i = 0, \dots, 6 \end{aligned} \quad (15)$$

进一步得

$$u_2 = -K_2 X_2 \quad (16)$$

### 5 仿真研究

系统仿真模型参数与文献 [5] 相同, 取自于 Sakawa 模型, 参数分别选取如下: 系统初始状态为

$$X_0 = [6 \ 0 \ -6 \ 0 \ 0 \ 0]^T;$$

目标状态为

$$X_f = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T;$$

系统性能指标矩阵

$$Q_1 = \text{diag}(10 \ 15),$$

$$Q_2 = \text{diag}(50 \ 50 \ 1000 \ 500);$$

系统结构参数为  $\delta_1 = 17.6, \delta_2 = 1.75$ ; 控制量约束权系统为  $R_1 = 20, R_2 = 200$ ; 垂直位置为  $h = 2\text{m}$ ;

输入和输出模糊变论域伸缩因子函数分别为

$$\alpha(x) = 1 - 0.6 \exp(-10x^2),$$

$$\beta(y(x)) = K_I \int_0^t e^{-10\tau} d\tau + 1,$$

$$K_I = (10 \ 100).$$

从图 4 可以看出, 该控制方法能很快实现位置  $x_1, x_3$  的准确定位, 同时摆角  $x_5$  在运行过程中很小, 而且在负载到达指定位置时收敛到零, 能同时实现垂直和水平两个方向的运动和定位. 与文献[5]方法比较, 该方法实现定位的时间大约为 10 s, 而文献[5]方法的时间大约为 40 s, 运行效率提高了近 4 倍. 同时本文方法负载摆角幅值大约为 0.03 rad, 而文献[5]的摆角值大约为 0.05 rad. 另外, 从图 4 还可以看到, 文献[5]方法不能使垂直位置  $x_1$  和水平位置  $x_3$  同时达到设定点, 这主要是由于它的垂直子系统的反馈增益值只取了 3 个固定摆长, 使得两个方向的运动几乎完全独立, 所以达到设定点的时间不一致. 本文方法的最优反馈值与摆长变化通过模糊控制器联系起来, 实现了在线调整, 所以到达时间是一致的, 从而提高了运行效率, 而且摆角控制更好.

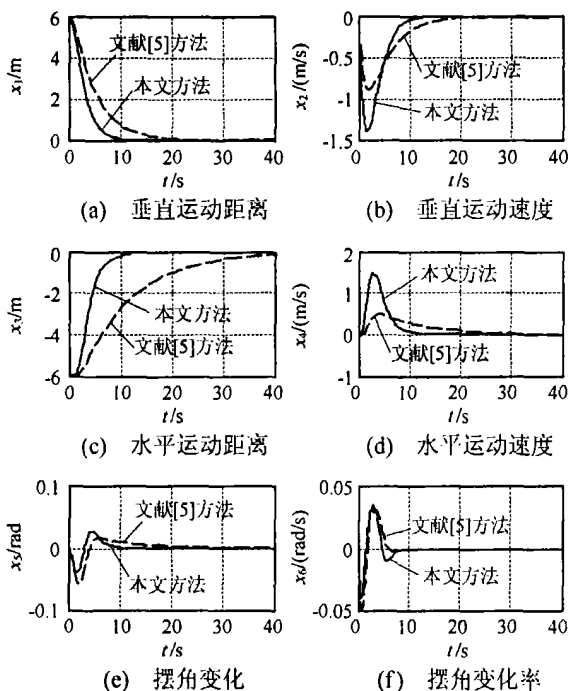


图 4 本文方法与文献 5 方法的控制效果比较

为考察该方法在绳长、负载质量测不准时具有鲁棒性, 给出了实际绳长为标称绳长的 1.2 倍的仿真结果, 如图 5 所示. 从图 5 可以看出, 系统的稳定时间在 10 s 左右, 角度幅值在 0.05 rad 左右. 对系统分别施加 0.1 rad 的角度扰动以及负载实际质量为标称质量的 0.8 倍两种情况进行仿真, 前者系统的

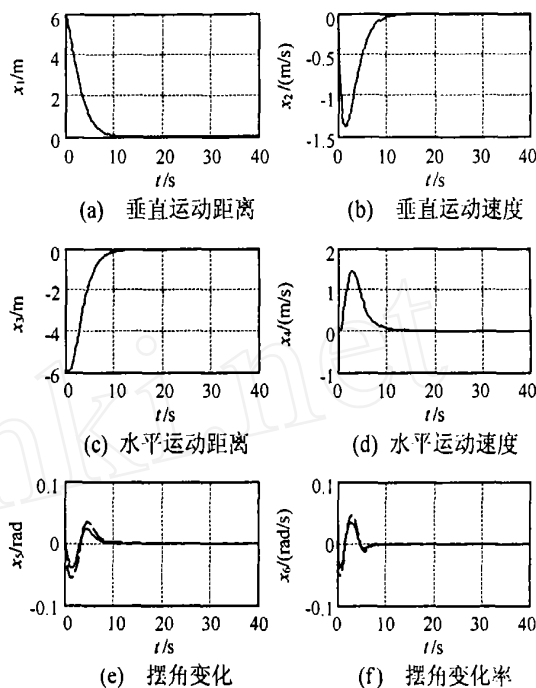


图 5 有绳长扰动(虚线)的控制效果  
稳定时间在 12 s 左右, 后者系统的稳定时间在 10 s 左右, 角度幅值在 0.025 rad 左右

### 6 结 语

本文基于状态反馈和变论域模糊控制方法, 设计了具有非线性欠驱动特性的吊车防摆系统控制器. 通过状态反馈方法求得垂直子系统最优控制律, 采用变论域模糊控制策略寻找水平子系统的最佳控制器反馈增益, 解决了吊车绳长实时变化条件下吊车防摆的最优控制问题. 通过仿真比较, 该方法不仅实现了准确快速定位和消摆的目标, 而且具有较强的抗干扰性能和鲁棒性, 为解决吊车系统这一类非线性、欠驱动系统的优化控制提供了可行性方案.

### 参考文献(References)

[1] Singhoose W., Porter L., Kenison M., et al. Effects of Hoisting on the Input Shaping Control of Gantry Cranes [J]. *Control Engineering Practice*, 2000, 8(10): 1159-1165.

[2] Zbigniew Nowacki, Dariusz Owczarż. On the Robustness of Fuzzy Control an Overhead Crane[A]. *Proc of the 16th Conf on Transportation Systems*[C]. Zagreb, 1996: 167-171.

[3] 王伟, 易建强, 赵冬斌, 等. 基于滑模方法的桥式吊车系统的抗摆控制[J]. *控制与决策*, 2004, 19(9): 1013-1016.

(Wang W., Yi J. Q., Zhao D. B., et al. Anti-swing Control of Overhead Crane Based on Sliding-mode Control [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(9): 1013-1016.)

(下转第 296 页)

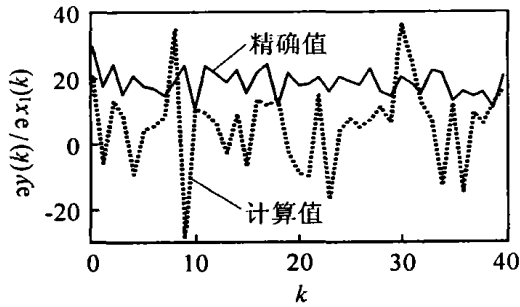


图4 不考虑输入互联时的计算结果

计算灵敏度信息仍然会得出错误的结果。图3中的 $\hat{\partial}y/\partial x_1$ 是按本文方法根据式(9)计算出来的,图4的结果则忽略了输入互联,显然有很大的误差。

## 5 结 语

本文提出了一种建立输入具有互联的系统的T-S模型的方法。从这些模型可以清晰地揭示出系统的各个输入变量之间的关系,并能正确地获取系统的灵敏度信息。仿真结果表明,对于输入具有互联的系统,忽略输入变量互联所得到的偏导数往往会有较大的误差,同时验证了所提出方法的有效性。

## 参考文献(References)

- [1] 王惠文. 偏最小二乘回归方法及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.  
(Wang H W. *Partial Least Squares Regression Method and Application* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2000.)
- [2] Yoo C K, Vanrolleghem P A, Lee I. Nonlinear Modeling and Adaptive Monitoring with Fuzzy and Multivariate Statistical Methods in Biological Wastewater Treatment Plants[J]. *J of Biotechnology*, 2003, 105(2): 135-163.
- [3] Drechsler M. Sensitivity Analysis of Complex Model[J]. *Biological Conservation*, 1998, 86(3): 401-412.
- [4] Yuan B, Wang X Z, Morris T. Software Analyser Design Using Data Mining Technology for Toxicity Prediction of Aqueous Effluents[J]. *Water Management*, 2000, 20(8): 677-686.
- [5] Rashid K, Ramirez J A, Freeman E M. A General Approach for Extracting Sensitivity Analysis from Neuro-fuzzy Model[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2000, 36(4): 1066-1070.
- [6] Rashid K, Ramirez J A, Freeman E M. Optimization of Electromagnetic Devices Using Sensitivity Information from Clustered Neuro-fuzzy Models[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2001, 37(5): 3575-3578.
- [7] Gaweda A E, Zurada J M, Setiono R. Input Selection in Data-driven Fuzzy Modeling[A]. *Proc of the 10th IEEE Int Conf on Fuzzy Systems* [C]. Melbourne, 2001: 1251-1254.
- [8] Sung A H, Lin J. Performance Comparison of Neural Network Models for Engineering Problems[A]. *Proc of the 1997 IEEE Int Conf on Systems, Man, and Cybernetics* [C]. Florida, 1997: 3319-3324.
- [9] Jang J-S R. ANFIS: A Adaptive-network-based Fuzzy Inference Systems[J]. *IEEE Trans Systems, Man, and Cybernetics*, 1993, 23(3): 665-685.
- [10] Jang J-S R. Input Selection for ANFIS Learning[A]. *Proc of the 5th IEEE Int Conf on Fuzzy Systems* [C]. Louisiana, 1996: 1493-1499.
- [4] 刘殿通, 易建强, 谭民. 一类非线性系统的自适应滑模模糊控制[J]. *自动化学报*, 2004, 30(1): 143-150.  
(Liu D T, Yi J Q, Tan M. Adaptive Sliding Mode Control for a Class of Nonlinear System[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(1): 143-150.)
- [5] Amel Ouezri, Nabil Derbel. On the Intelligent Control of a Rotary Crane: Neural Network and Fuzzy Logic Approaches[A]. *Int Symposium on Intelligent Control Proc of the 2002 IEEE* [C]. Vancouver, 2002: 586-591.
- [6] Sakawa Y, Shindo Y. Optimal Control of Container Cranes[J]. *Automatica*, 1981, 18(3): 257-266.
- [7] 李洪兴. 模糊控制的数学本质与一类高精度模糊控制器的设计[J]. *控制理论与应用*, 1997, 14(6): 868-876.  
(Li H X. Mathematical Essence of Fuzzy Control and Design of a Kind of High Precision Controller[J]. *Control Theory and Application*, 1997, 14(6): 868-876.)
- [8] 李洪兴, 苗志宏, 王加银. 非线性系统的变论域自适应模糊控制[J]. *中国科学(E 辑)*, 2002, 32(2): 211-223.  
(Li H X, Miao Z H, Wang J Y. Variable Universe Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear System[J]. *Science in China (Series E)*, 2002, 32(2): 211-223.)

(上接第292页)