第 21 卷 第 3 期 控 制 与 决 策 2006 年 3 月
Vol 21 No. 3 Control and Decision Mar. 2006

文章编号: 1001-0920(2006)03-0305-06

基于直觉模糊逻辑的近似推理方法

雷英杰[1,2], 王宝树[1], 路艳丽[2]
(1. 西安电子科技大学 计算机学院, 西安 710071; 2. 空军工程大学 计算机工程系, 陕西 三原 713800)

摘 要: 针对直觉模糊逻辑及命题演算, 提出了利用隶属度和犹豫度计算直觉模糊逻辑命题真值的合成方法. 给出了直觉模糊逻辑命题的运算规则, 重点研究了基于直觉模糊逻辑的近似推理方法. 该方法包括直觉模糊取式推理, 直觉模糊拒式推理及直觉模糊假言推理, 并推导了相关的推理合成运算公式. 以具体算例验证和表明了所提出的推导方法的正确性和有效性, 以及对方法进行验证的详细步骤.

关键词: 计算智能; 模糊集合; 直觉模糊逻辑; 近似推理; 直觉模糊命题
中图分类号: TP182 **文献标识码**: A

Approximate Reasoning Method Based on Intuitionistic Fuzzy Logic

LEI Ying-jie[1,2], *WANG Bao-shu*[1], *LU Yan-li*[2]
(1. School of Computer Science and Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. Department of Computer Engineering, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China. Correspondent: LEI Ying-jie, E-mail: lei@ieee.org)

Abstract: To the questions of propositional calculus on intuitionistic fuzzy logic (IFL), a synthetic method for finding the truth of IFL propositions using membership and hesitancy degree is proposed. The fundamental operation rules on IFL propositions are exposed. The emphasized investigation is the techniques for approximate reasoning on IFL, including the generalized modus Ponens, generalized Modus Tollens, generalized Hypothetical Syllogism on IFL. The related sets of mathematical formulas of inference compositional operations are derived. The correctness and validity of the proposed method are verified and the detailed steps of verification are shown with a particular instance.

Key words: Computational intelligence; Fuzzy sets; Intuitionistic fuzzy logic; Approximate reasoning; Intuitionistic fuzzy propositions

1 引 言

在语义描述上, Cantor 集合论只能描述"非此即彼"的"分明概念." Zadeh 模糊集理论[1]可以扩展描述外延不分明的"亦此亦彼"的"模糊概念." Atanassov 直觉模糊集合(Intuitionistic fuzzy sets, IFS)[2~5]增加了一个新的属性参数——非隶属度函数, 进而可以描述"非此非彼"的"模糊概念", 更加细腻地刻画了客观世界的模糊性本质, 是对 Zadeh 模糊集理论最有影响的一种扩充和发展[6]. 从国内外已发表的文献看, 对 IFS 的研究曾长期集中在纯数学领域[5~8]. 近年来, 由于 Zadeh 模糊集理论及其在知识处理中的应用已渐趋成熟, 且其局限性已逐渐显现, 国内外学者对 IFS 的研究才不约而同地转向知识处理领域[9~16].

2 直觉模糊集定义

Atanassov 对直觉模糊集给出下述定义.

定义 1 (直觉模糊集[2]) 设 X 是一个给定论域, 则 X 上的一个直觉模糊集 A 为

收稿日期: 2005-01-26; **修回日期**: 2005-03-08.
基金项目: 国防科技预研基金项目(51406030104DZ0120).
作者简介: 雷英杰(1956—), 男, 陕西渭南人, 教授, 博士生导师, 博士, 从事智能信息处理与智能决策等研究;
王宝树(1941—), 男, 郑州人, 教授, 博士生导师, 从事智能信息处理与模式识别等研究.

$$A = \{\langle x, \mu_A(x), \gamma_A(x)\rangle \mid x \in X\}.$$

其中: $\mu_A(x): X \to [0,1]$ 和 $\gamma_A(x): X \to [0,1]$ 分别代表 A 的隶属函数 $\mu_A(x)$ 和非隶属函数 $\gamma_A(x)$, 且对于 A 上的所有 $x \in X$, $0 \le \mu_A(x) + \gamma_A(x) \le 1$ 成立.

当 X 为连续空间时, 有

$$A = \int \langle \mu_A(x), \gamma_A(x)\rangle / x, x \in X;$$

当 $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 为离散空间时, 有

$$A = \sum_{i=1}^{n} \langle \mu_A(x_i), \gamma_A(x_i)\rangle / x_i,$$
$$x_i \in X, i = 1, 2, \cdots, n.$$

直觉模糊集 A 有时可简记为 $A = \langle x, \mu_A, \gamma_A\rangle$ 或 $A = \langle \mu_A, \gamma_A\rangle / x$. 显然, 每一个一般模糊子集对应于下列直觉模糊子集[6]:

$$A = \{\langle x, \mu_A(x), 1 - \mu_A(x)\rangle \mid x \in X\}.$$

对于 X 中的每一个直觉模糊子集, 称 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \gamma_A(x)$ 为 A 中 x 的直觉指数 (Intuitionistic index), 它是 x 对 A 的犹豫程度 (Hesitancy degree) 的一种测度. 显然, 对于每一个 $x \in X$, $0 \le \pi_A(x) \le 1$. 对于 X 中的每一个一般模糊子集 A, $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - [1 - \mu_A(x)] = 0$, $\forall x \in X$.

对于一个模糊集 $A \in F(U)$, 其单一隶属度 $\mu_A(x) \in [0,1]$, $\forall x \in U$ 既包含了支持 x 的证据 $\mu_A(x)$, 也包含了反对 x 的证据 $1 - \mu_A(x)$, 它不可能表示既不支持也不反对的"非此非彼"的中立状态的证据. 而一个直觉模糊集 $A \in \mathrm{IFS}(U)$, 其隶属度 $\mu_A(x) \in [0,1]$, $\forall x \in U$, 非隶属度 $\gamma_A(x) \in [0,1]$, $\forall x \in U$, 及其直觉指数 $\pi_A(x) \in [0,1]$, $\forall x \in U$, 则可分别表示对象 x 属于直觉模糊集 A 的支持、反对、中立这 3 种证据的程度. 例如: 假设直觉模糊集 $A = \langle 0.5, 0.3\rangle / x$, 即其隶属度 $\mu_A(x) = 0.5$, 非隶属度 $\gamma_A(x) = 0.3$, 直觉指数 $\pi_A(x) = 0.2$, 则表示对象 x 属于直觉模糊集 A 的程度为 0.5, 不属于集 A 的程度为 0.3, 既不支持也不反对的中立程度为 0.2. 也可以用投票模型来解释集 A, 即赞成票为 50%, 反对票为 30%, 弃权票为 20%. 可见, IFS 有效地扩展了 Zadeh 模糊集的表示能力.

定义 2 (直觉模糊集基本运算[2~4]) 设 A 和 B 是给定论域 X 上的直觉模糊子集, 则有

1) $A \cap B = \{\langle x, \mu_A(x) \wedge \mu_B(x), \gamma_A(x) \vee \gamma_B(x)\rangle \mid \forall x \in X\}$;

2) $A \cup B = \{\langle x, \mu_A(x) \vee \mu_B(x), \gamma_A(x) \wedge \gamma_B(x)\rangle \mid \forall x \in X\}$;

3) $\overline{A} = \{\langle x, \gamma_A(x), \mu_A(x)\rangle \mid x \in X\}$.

3 直觉模糊逻辑

直觉模糊逻辑 (Intuitionistic fuzzy logic, IFL) 是一种建立在 IFS 理论基础上的扩展模糊逻辑, 是模糊推理的重要工具. 在 IFL 中, 命题是由 IFS 表述的直觉模糊命题, 也可以是作为特例的一般模糊命题. 它以 IFS 为理论基础, 进行不精确命题的近似推理. 在基于 IFS 理论的知识处理中, IFL 是一个重要的基础. 直觉模糊命题及 IFL 是对 Zadeh 模糊命题与模糊逻辑的扩充和发展, 而这种扩充和发展主要体现在对命题内涵的表述方面.

IFL 命题 P 是关于某个没有明确界限的概念的语言陈述, 它能表达人们的主观想法, 而且对每个人而言其主观含义又略有差异. 赋给直觉模糊命题 P 的真值可以是区间 $[0,1]$ 上的任何值, 赋值过程实际上是从区间 $[0,1]$ 到命题论域 U 的一个真值映射 T, 即 $T: u \in U \to \{0,1\}$. 设命题 P 对应于直觉模糊集 A, 则命题 P 的真值为

$$T(P) = \alpha \cdot \mu_A(x) + \beta \cdot \pi_A(x), \tag{1}$$

式中 α, β 分别为隶属度函数与直觉指数的合成权系数. 作为特例, 取对称权系数, 即 $\alpha = 1$ 且 $\beta = 0.5$, 于是有

$$T(P) = \mu_A(x) + \frac{1}{2}\pi_A(x), \tag{2}$$

$$T(\neg P) = 1 - T(P) = \gamma_A(x) + \frac{1}{2}\pi_A(x), \tag{3}$$

即命题的真实程度等于 x 对直觉模糊集 A 的隶属度与犹豫度的对称合成. 这里 $\beta = 0.5$ 的含义是假设直觉指数 $\pi_A(x)$ 所表征的中立证据中, 支持与反对的程度呈均衡状态.

直觉模糊逻辑中的命题分为原子命题和复合命题. 所谓原子直觉模糊命题是一个单独的陈述句, 其形式为"x 为 A". 这里 x 是语言变量, A 是语言变量 x 的值, 即 A 是一个定义在 x 的论域 X 上的直觉模糊集合.

定义 3 (直觉模糊逻辑运算) 设 $A \in \mathrm{IFS}(X)$, $B \in \mathrm{IFS}(Y)$, 定义在 A, B 上的命题 P, Q 有如下运算:

1) 否定 (逻辑"非"): $T(\neg P) = 1 - T(P)$;

2) 析取 (逻辑"或"): $P \vee Q$, x 属于 A 或 B, $T(P \vee Q) = \max(T(P), T(Q))$;

3) 合取 (逻辑"与"): $P \wedge Q$, x 属于 A 与 B, $T(P \wedge Q) = \min(T(P), T(Q))$;

4) 蕴涵: $P \to Q$, 如果 x 属于 A, 则 y 属于 B, $T(P \to Q) = T(\neg P \vee Q) = \max(T(\neg P), T(Q))$.

蕴涵可用基于规则的形式给出, 并与模糊关系 $R = (A \times B) \cup (\bar{A} \times Y)$ 等价. 经直觉化扩展后, R 的隶属函数 $\mu_R(x, y)$ 和非隶属函数 $\gamma_R(x, y)$ 分别为

$$\mu_R(x, y) = \max[(\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)), \gamma_A(x)], \tag{4a}$$

$$\gamma_R(x, y) = \min[(\gamma_A(x) \vee \gamma_B(y)), \mu_A(x)]. \tag{4b}$$

4　直觉模糊推理

在经典逻辑中, 最常用的推理规则是取式推理(又称为基于前件的推理或肯定前件推理)、拒式推理(又称为基于后件的推理或否定后件推理) 和假言推理. 取式推理是指给定两个命题 p 和 $p \to q$ 作为前提, 可推出命题 q 为真的结论, 记为 $(p \wedge (p \to q)) \to q$; 拒式推理是指给定两个命题 $\bar{q}$ 和 $p \to q$, 可推出命题 $\bar{p}$ 为真的结论, 记为 $(\bar{q} \wedge (p \to q)) \to \bar{p}$; 假言推理是指给定两个命题 $p \to q$ 和 $q \to r$, 可推出命题 $p \to r$ 为真的结论, 记为 $((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$.

在直觉模糊逻辑推理中, 命题是由直觉模糊集表述的直觉模糊命题. 为此, 引入基于直觉模糊逻辑的广义取式推理、广义拒式推理和广义假言推理.

4.1　直觉模糊取式推理

基于直觉模糊逻辑的广义取式推理(Generalized modus ponens) 规则陈述的是, 给定两个直觉模糊命题“x 是 A'”和“如果 x 是 A, 则 y 是 B”, 可推出一个新的直觉模糊命题“x 是 B'”. 这里, A 和 A' 是 U 上的直觉模糊集, B 和 B' 是 V 上的直觉模糊集, 且 A 与 A' 很近似, B 与 B' 很近似.

给定直觉模糊集 A'(表述前提“x 是 A'”) 和 $U \times V$ 上的直觉模糊关系 $A \to B$ (表述规则“如果 x 是 A, 则 y 是 B”), 可推出 V 上的一个直觉模糊集合 B'.

首先, 求出直觉模糊关系 $R(A; B)$. 将 Zadeh 定义的模糊关系 R_m 进行直觉化扩展后, 有

$$R_m = (A \times B) \cup (\bar{A} \times V) = \int_{\times V} \langle \mu_{R_m}(x, y), \gamma_{R_m}(x, y) \rangle / (x, y). \tag{5}$$

其中

$$\mu_{R_m}(x, y) = (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) \vee \mu_{\bar{A}}(x) = (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) \vee \gamma_A(x), \tag{6a}$$

$$\gamma_{R_m}(x, y) = (\gamma_A(x) \vee \gamma_B(y)) \wedge \gamma_{\bar{A}}(x) = (\gamma_A(x) \vee \gamma_B(y)) \wedge \mu_A(x). \tag{6b}$$

将 Zadeh 定义的模糊关系 R_a 进行直觉化扩展后, 有

$$R_a = (\bar{A} \times V) \oplus (U \times B) = \int_{\times V} \langle \mu_{R_a}(x, y), \gamma_{R_a}(x, y) \rangle / (x, y). \tag{7}$$

其中

$$\mu_{R_a}(x, y) = 1 \wedge (\mu_{\bar{A}}(x) + \mu_B(y)) = 1 \wedge (\gamma_A(x) + \mu_B(y)), \tag{8a}$$

$$\gamma_{R_a}(x, y) = 1 \wedge (\gamma_{\bar{A}}(x) + \gamma_B(y)) = 1 \wedge (\mu_A(x) + \gamma_B(y)). \tag{8b}$$

将 Mamdani 定义的模糊关系 R_c 进行直觉化扩展后, 有

$$R_c = (A \times B) = \int_{\times V} \langle \mu_{R_c}(x, y), \gamma_{R_c}(x, y) \rangle / (x, y). \tag{9}$$

其中

$$\mu_{R_c}(x, y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y), \tag{10a}$$

$$\gamma_{R_c}(x, y) = \gamma_A(x) \vee \gamma_B(y). \tag{10b}$$

其次, 进行合成推理运算. 当运用直觉模糊关系 R_m 时, 有

$$B_m^* = B' = A' \circ R_m. \tag{11}$$

即

$$\mu_{B_m^*}(y) = \bigvee_{x \in U} (\mu_{A'}(x) \wedge ((\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) \vee \gamma_A(x))), \tag{12a}$$

$$\gamma_{B_m^*}(y) = \bigwedge_{x \in U} (\gamma_{A'}(x) \vee ((\gamma_A(x) \vee \gamma_B(y)) \wedge \mu_A(x))). \tag{12b}$$

当运用直觉模糊关系 R_a 时, 有

$$B_a^* = B' = A' \circ R_a. \tag{13}$$

即

$$\mu_{B_a^*}(y) = \bigvee_{x \in U} (\mu_{A'}(x) \wedge (1 \wedge (\gamma_A(x) + \mu_B(y)))), \tag{14a}$$

$$\gamma_{B_a^*}(y) = \bigvee_{x \in U} (\gamma_{A'}(x) \vee (1 \wedge (\mu_A(x) + \gamma_B(y)))). \tag{14b}$$

当运用直觉模糊关系 R_c 时, 有

$$B_c^* = B' = A' \circ R_c. \tag{15}$$

即

$$\mu_{B_c^*}(y) = \bigvee_{x \in U} (\mu_{A'}(x) \wedge (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))), \tag{16a}$$

$$\gamma_{B_c^*}(y) = \bigwedge_{x\in U}(\gamma_{A'}(x) \vee (\gamma_A(x) \vee \gamma_B(y))). \tag{16b}$$

4.2 直觉模糊拒式推理

基于直觉模糊逻辑的广义拒式推理(Generalized modus tollens)规则陈述的是,给定两个直觉模糊命题“y 是B'”和“如果 x 是A,则 y 是B”,可推出一个新的直觉模糊命题“x 是A'”.这里,A 和A'是U 上的直觉模糊集,B 和B'是V 上的直觉模糊集,且B 与B'之间的差异越大,A 与A'之间的差异也越大.

给定直觉模糊集B'(表述前提“y 是B'”)和$U\times V$ 上的直觉模糊关系$A\to B$(表述规则“如果x 是A,则y 是B”),可推出U 上的一个直觉模糊集合A'.

首先,求出直觉模糊关系$R(A;B)$.设直觉模糊关系R_m,R_a,R_c已如式(5),(7),(9)定义,则当运用直觉模糊关系R_m时,合成推理运算为

$$A_m^* = A' = R_m \circ B'. \tag{17}$$

即

$$\mu_{A_m^*}(x) = \bigvee_{y\in V}(((\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) \vee \gamma_A(x)) \wedge \mu_{B'}(y)), \tag{18a}$$

$$\gamma_{A_m^*}(x) = \bigwedge_{y\in V}(((\gamma_A(x) \vee \gamma_B(y)) \wedge \mu_A(x)) \vee \gamma_{B'}(y)). \tag{18b}$$

当运用直觉模糊关系R_a时,有

$$A_a^* = A' = R_a \circ B'. \tag{19}$$

即

$$\mu_{A_a^*}(x) = \bigvee_{y\in V}((1 \wedge (\gamma_A(x) + \mu_B(y))) \wedge \mu_{B'}(y)), \tag{20a}$$

$$\gamma_{A_a^*}(x) = \bigwedge_{y\in V}((1 \wedge (\mu_A(x) + \gamma_B(y))) \vee \gamma_{B'}(y)). \tag{20b}$$

当运用直觉模糊关系R_c时,有

$$A_c^* = A' = R_c \circ B'. \tag{21}$$

即

$$\mu_{A_c^*}(x) = \bigvee_{y\in V}((\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) \wedge \mu_{B'}(y)), \tag{22a}$$

$$\gamma_{A_a^*}(x) = \bigwedge_{y\in V}((\gamma_A(x) \vee \gamma_B(y)) \vee \gamma_{B'}(y)). \tag{22b}$$

4.3 直觉模糊假言推理

基于直觉模糊逻辑的广义假言推理(Generalized hypothetical syllogism)规则陈述的是,给定两个直觉模糊命题“如果 x 是A,则 y 是B”和“如果 y 是B,则 z 是C”,可推出一个新的直觉模糊命题“如果 x 是A',则 z 是C'”.这里,A 和A'是U 上的直觉模糊集,B 和B'是V 上的直觉模糊集,C 和C'是W 上的直觉模糊集,且A 与A'很近似,B 与B'很近似,C 与C'很近似.

给定直觉模糊集A'(表述前提“x 是A'”)和$U\times V$ 上的直觉模糊关系$A\to B$(表述规则“如果x 是A,则y 是B”),再给定直觉模糊集B'(表述前提“y 是B'”)和$V\times W$ 上的直觉模糊关系$B\to C$(表述规则“如果y 是B,则z 是C”),可推出W 上的一个直觉模糊集合C'(表述结论“如果x 是A',则z 是C'”).

下面以直觉模糊关系R_m为例,考察直觉模糊广义假言推理的求解过程.首先,求出$R_m(A;B)$和$R_m(B;C)$,其中$R_m(A;B) = R_m$,如式(5)所示.$R_m(B;C)$如下:

$$R_m(B;C) = (B \times C) \cup (\bar{B} \times W) = \int_{\times W} \langle \mu_{R_m(B\to C)}(y,z), \gamma_{R_m(B\to C)}(y,z)\rangle/(y,z). \tag{23}$$

其中

$$\mu_{R_m(B\to C)}(y,z) = (\mu_B(y) \wedge \mu_C(z)) \vee \mu_{\bar{B}}(y) = (\mu_B(y) \wedge \mu_C(z)) \vee \gamma_B(x), \tag{24a}$$

$$\gamma_{R_m(B\to C)}(y,z) = (\gamma_B(y) \vee \gamma_C(z)) \wedge \gamma_{\bar{B}}(y) = (\gamma_B(y) \vee \gamma_C(z)) \wedge \mu_B(y). \tag{24b}$$

然后假定已知A',进行合成推理运算求得C'.

Step 1: 求出

$$B' = A' \circ R_m(A;B). \tag{25}$$

即

$$\mu_{B'}(y) = \bigvee_{x\in U}(\mu_{A'}(x) \wedge ((\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) \vee \gamma_A(x))), \tag{26a}$$

$$\gamma_{B'}(y) = \bigwedge_{x\in U}(\gamma_{A'}(x) \vee ((\gamma_A(x) \vee \gamma_B(y)) \wedge \mu_A(x))). \tag{26b}$$

Step 2: 求出

$$C' = B' \circ R_m(B;C). \tag{27}$$

运用上述结果,则有

$$\mu_{C'}(z) = \bigvee_{y\in V}(\mu_{B'}(y) \wedge ((\mu_B(y) \wedge \mu_C(z)) \vee \gamma_B(y))), \tag{28a}$$

$$\gamma_{C'}(z) = \bigwedge_{y\in V}(\gamma_{B'}(y) \vee ((\gamma_B(y) \vee \gamma_C(z)) \wedge \mu_B(y))). \tag{28b}$$

同理,也可运用直觉模糊关系R_a,R_c,R_p,R_s等

进行推理计算

5　算　　例

设有论域

$$X = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\},$$
$$Y = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}.$$

论域 X 上的直觉模糊子集 $A = \underset{\sim}{\text{小}} = \langle 1, 0\rangle/a_1 + \langle 0.8, 0.1\rangle/a_2 + \langle 0.3, 0.5\rangle/a_3 + \langle 0.1, 0.8\rangle/a_4 + \langle 0, 1\rangle/a_5$, 论域 Y 上的直觉模糊子集 $B = \underset{\sim}{\text{大}} = \langle 0, 1\rangle/b_1 + \langle 0.1, 0.7\rangle/b_2 + \langle 0.2, 0.7\rangle/b_3 + \langle 0.6, 0.3\rangle/b_4 + \langle 1, 0\rangle/b_5$, 推理规则为"若 x 小, 则 y 大." 给定已知条件"x 为较小", 且假定直觉模糊集合"较小"为 $A_1 = \langle 1, 0\rangle/a_1 + \langle 0.7, 0.1\rangle/a_2 + \langle 0.2, 0.7\rangle/a_3 + \langle 0, 1\rangle/a_4 + \langle 0, 1\rangle/a_5$.

下面通过直觉模糊推理合成运算来求解结论, 即求出直觉模糊集合 B_1.

首先, 计算 $X \times Y$ 上的直觉模糊关系 $R_{\text{小}\to\text{大}}$, 采用式(5) 的定义, 即 $R_{\text{小}\to\text{大}} = (A \times B) \cup (\bar{A} \times Y)$. 分别利用式(6a), (6b) 计算隶属度函数矩阵 $(\mu_R(x_i, y_j))_{5\times5}$ 及非隶属度函数矩阵 $(\gamma_R(x_i, y_j))_{5\times5}$, 即

$$\mu_R(x_i, y_j) = (\mu_A(x_i) \wedge \mu_B(y_j)) \vee \gamma_A(x_i), \tag{29a}$$

$$\gamma_R(x_i, y_j) = (\gamma_A(x_i) \vee \gamma_B(y_j)) \wedge \mu_A(x_i). \tag{29b}$$

依次将直觉模糊子集 A 和 B 中的元素 a_i 和 b_j $(i, j = 1, 2, 3, 4, 5)$ 所对应的 $\mu_A(a_i)$, $\gamma_A(a_i)$, $\mu_B(b_j)$, $\gamma_B(b_j)$, $i, j = 1, 2, 3, 4, 5$, 代入式(29a) 和(29b), 得

$$(\mu_R(x_i, y_j)) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.8 \\ 0.3 \\ 0.1 \\ 0 \end{bmatrix} [0 \quad 0.1 \quad 0.2 \quad 0.6 \quad 1] \vee \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0.2 \\ 0.8 \\ 1 \end{bmatrix} [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.2 & 0.6 & 1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.6 & 0.8 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$(\gamma_R(x_i, y_j)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0.2 \\ 0.8 \\ 1 \end{bmatrix} [1 \quad 0.7 \quad 0.7 \quad 0.3 \quad 0] \wedge \begin{bmatrix} 1 \\ 0.8 \\ 0.3 \\ 0.1 \\ 0 \end{bmatrix} [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] = \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

其次, 根据近似推理逻辑结构, 通过已知直觉模糊集合 A_1 及直觉模糊关系 $R_{\text{小}\to\text{大}}$ 进行合成运算, 由式(11), (12a), (12b) 求取直觉模糊集合 $B_1 = A_1 \circ R_{\text{小}\to\text{大}}$, 即

$$\mu_{B_1}(y_j) = \bigvee_{i=1}^{5} (\mu_{A_1}(x_i) \wedge \mu_R(x_i, y_j)), \tag{30a}$$

$$\gamma_{B_1}(y_j) = \bigwedge_{i=1}^{5} (\gamma_{A_1}(x_i) \vee \gamma_R(x_i, y_j)), \tag{30b}$$

其矩阵形式为

$$(\mu_{B_1}(y_j)) = [1 \quad 0.7 \quad 0.2 \quad 0 \quad 0] \bullet \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.2 & 0.6 & 1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.6 & 0.8 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = [0.2 \quad 0.2 \quad 0.2 \quad 0.6 \quad 1],$$

$$(\gamma_{B_1}(y_j)) = [0 \quad 0.1 \quad 0.7 \quad 1 \quad 1] \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [0.7 \quad 0.7 \quad 0.7 \quad 0.3 \quad 0].$$

最后, 得到 $B_1 = \langle 0.2, 0.7\rangle/b_1 + \langle 0.2, 0.7\rangle/b_2 + \langle 0.2, 0.7\rangle/b_3 + \langle 0.6, 0.3\rangle/b_4 + \langle 1, 0\rangle/b_5$, 与"$B = \underset{\sim}{\text{大}}$"进行语义匹配[15,16]比较, 可知 B_1 为"较大."

反之, 若给定 B_1 为"较大", 则变成典型的直觉模糊拒式推理, 利用式(17), (18a), (18b) 等同样可

推出结论 A_1 为"较小". 限于篇幅, 此略.

从以上推理过程看, 其主要理论基础是直觉模糊逻辑, 特别是其蕴涵关系的反复运用. 同理可验证其他直觉模糊近似推理方法.

6 结 论

本文的主要贡献是: 1) 针对 IFL 命题演算, 提出了利用隶属度和犹豫度计算 IFL 命题真值的合成方法, 给出了 IFL 命题的运算规则; 2) 将一般模糊关系 R_a, R_m, R_c 等扩展为基于 IFS 的直觉模糊关系, 推导了基于 IFL 的取式推理、拒式推理及假言推理等合成运算公式; 3) 以具体算例验证和表明了所提出的推导方法的正确性和有效性, 以及对方法进行验证的详细步骤. 可以看出, 直觉模糊近似推理是对一般模糊推理的有效扩充和发展.

参考文献(References)

[1] Zadeh L A. Fuzzy Sets[J]. *Information and Control*, 1965, 8(3): 338-353.

[2] Atanassov K. Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1986, 20(1): 87-96.

[3] Atanassov K. More on Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1989, 33(1): 37-46.

[4] Atanassov K. New Operations Defined Over the Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1994, 61(2): 137-142.

[5] 雷英杰, 王宝树. 拓展模糊集之间的若干等价变换[J]. *系统工程与电子技术*, 2004, 26(10): 1414-1417.
(Lei Y J, Wang B S. On the Equivalent Mapping-between Extensions of Fuzzy Set Theory[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2004, 26(10): 1414-1417.)

[6] 雷英杰, 王宝树, 苗启广. 直觉模糊关系及其合成运算[J]. *系统工程理论与实践*, 2005, 25(2): 30-34.
(Lei Y J, Wang B S, Miao Q G. On the Intuitionistic Fuzzy Relations with Compositional Operations[J]. *Systems Engineering Theory and Practice*, 2005, 25(2): 30-34.)

[7] 李晓萍, 王贵君. 直觉模糊群与它的同态像[J]. *模糊系统与数学*, 2000, 14(1): 45-50.
(Li X P, Wang G J. Intuitionistic Fuzzy Group and Its Homomorphisic Image[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2000, 14(1): 45-50.)

[8] 李晓萍, 王贵君. 直觉模糊集的扩张运算[J]. *模糊系统与数学*, 2002, 16(1): 40-46.
(Li X P, Wang G J. The Extension Operations of the Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2002, 16(1): 40-46.)

[9] 王艳平, 盖如栋. 直觉模糊逻辑算子的研究[J]. *辽宁工程技术大学学报(自然科学版)*, 2002, 21(3): 395-397.
(Wang Y P, Gai R D. Study on the Operators of Intuitionistic Fuzzy Logic[J]. *J of Liaoning Technical University (Natural Science)*, 2002, 21(3): 395-397.)

[10] Bustince H. Indicator of Inclusion Grade for Interval-valued Fuzzy Sets. Application to Approximate Reasoning Based on Interval-valued Fuzzy Sets[J]. *Int J of Approximate Reasoning*, 2000, 23(3): 137-209.

[11] 雷英杰, 王宝树. 直觉模糊逻辑的语义算子研究[J]. *计算机科学*, 2004, 31(11): 4-6.
(Lei Y J, Wang B S. On the Semantic Operators for Intuitionistic Fuzzy Logic[J]. *Computer Science*, 2004, 31(11): 4-6.)

[12] 王艳平, 陈图云. 直觉模糊逻辑算子组与经典算子组之间的关系[J]. *辽宁工程技术大学学报(自然科学版)*, 2001, 20(5): 627-629.
(Wang Y P, Chen T Y. The Relation between a Group of Intuitionistic Fuzzy Logic Operators and Classical Logic Operators[J]. *J of Liaoning Technical University (Natural Science)*, 2001, 20(5): 627-629.)

[13] Atanassov Krassimir T, Kacprzyk Janusz, Szmidt Eulalia, et al. On Separability of Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, 2003, 2715: 285-292.

[14] 刘新. 直觉模糊时态逻辑算子及其性质[J]. *吉林师范大学学报(自然科学版)*, 2003, 24(2): 37-39.
(Liu X. Intuitionistic Fuzzy Temporal Logic Operators and Their Property[J]. *J of Jilin Noamal University (Natural Science)*, 2003, 24(2): 37-39.)

[15] 雷英杰, 王涛, 赵晔. 直觉模糊匹配的语义距离与贴近度[J]. *空军工程大学学报(自然科学版)*, 2005, 6(1): 69-72.
(Lei Y J, Wang T, Zhao Y. On the Semantic Distance and Near Compactness for Intuitionistic Fuzzy Match[J]. *J of Air Force Engineering University (Natural Science)*, 2005, 6(1): 69-72.)

[16] 雷英杰, 赵晔, 王涛. 直觉模糊语义匹配的相似性度量[J]. *空军工程大学学报(自然科学版)*, 2005, 6(2): 70-73.
(Lei Y J, Zhao Y, Wang T. On the Measurement of Similarity on Semantic Match for Intuitionistic Fuzzy[J]. *J of Air Force Engineering University (Natural Science)*, 2005, 6(2): 70-73.)