

文章编号: 1001-0920(2006)03-0311-04

## 长延时网络控制系统的建模与控制

关守平, 孙兰香

(东北大学 教育部暨辽宁省流程工业综合自动化重点实验室, 沈阳 110004)

**摘要:** 分析了长延时网络控制系统的 3 种情况: 延时的变化范围小于一个采样周期; 延时随机且有序; 延时随机且无序. 建立了相应的数学模型, 并在此模型的基础上, 设计了降维状态观测器和基于观测器的反馈控制律. 仿真结果证明了该模型的有效性和控制律的可行性.

**关键词:** 网络控制系统; 长延时; 建模; 控制律

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Modeling and Control of Networked Control Systems with Long Delay

GUAN Shou-ping, SUN Lan-xiang

(Key Laboratory of Process Industry Automation, Ministry of Education, Shenyang 110004, China Correspondent: GUAN Shou-ping, E-mail: spguan@163.net)

**Abstract:** Models of networked control systems with long delay are presented in three cases, namely, the delay varies within the sampling time; the delay is random and in order; the delay is random but out of order. A reduced-order state observer and a control law based on the observer are designed. The simulation shows the effectiveness of the models and the feasibility of the control method.

**Key words:** Networked control systems; Long delay; Modeling; Control law

### 1 引言

网络控制系统(NCS)是指传感器、控制器、执行器等节点通过串行通讯网络形成闭环的控制系统. 由于网络信号传输的不确定性, 特别是延时的不确定性, 使得网络控制系统的分析和设计十分困难. 目前, 对于网络控制系统建模和控制的研究已取得了一些成果, 但多数还是基于延时小于采样周期或延时为定常的情况<sup>[1-5]</sup>, 对于延时大于采样周期情况的研究则较少. 文献[6, 7]研究了在  $(kT, (k+1)T)$  周期内有  $h$  个数据到达执行机构的模型( $h$  同时是延时周期的上界, 即  $\tau < hT$ ), 在此模型的基础上设计了最优控制律. 一般说, 并不是每个采样周期内都一定有  $h$  个数据到达执行机构, 因此每个采样周期模型都将发生变化. 该文对此并未考虑, 因此该模型是不完全的.

本文对网络控制系统中延时大于采样周期的情况进行分析和建模, 通过增广状态的方法统一成标准形式的模型, 在此模型的基础上设计了基于状态观测器的控制律. 仿真结果证实了该模型及控制律的有效性.

### 2 长延时网络控制系统的模型

网络控制系统的时延基本包含两部分: 一是从传感器到控制器的传输时延  $\tau_c^k$ ; 二是从控制器到执行器的传输时延  $\tau_{ca}^k$ . 控制器的计算延时可并入任何一方<sup>[1]</sup>. 本文假设传感器为时间驱动, 采样周期为  $T$ , 控制器和执行器为事件驱动. 则网络传输总延时  $\tau^k = \tau_c^k + \tau_{ca}^k$ . 假设  $\tau^k$  有界, 且概率分布特性已知, 不妨设  $0 < \tau^k < lT$  ( $l$  为正整数).

长延时网络控制系统有以下 3 种情况: 1)  $\tau^k$  的变化范围小于  $T$ , 即  $(l-1)T < \tau^k < lT$ ; 2)  $\tau^k$  随机

收稿日期: 2005-01-24; 修回日期: 2005-04-29

作者简介: 关守平(1965—), 男, 辽宁岫岩人, 副教授, 博士, 从事网络化控制、过程控制等研究; 孙兰香(1980—), 女, 辽宁营口人, 硕士生, 从事网络化控制系统等研究.

且有序, 即  $0 < \tau^k < lT$ , 数据到达执行机构的顺序是按照发送顺序, 即先先到; 3)  $\tau^k$  随机且无序, 即  $0 < \tau^k < lT$ , 数据有可能先后到 3 种情况分别如图 1 中(a), (b), (c) 所示

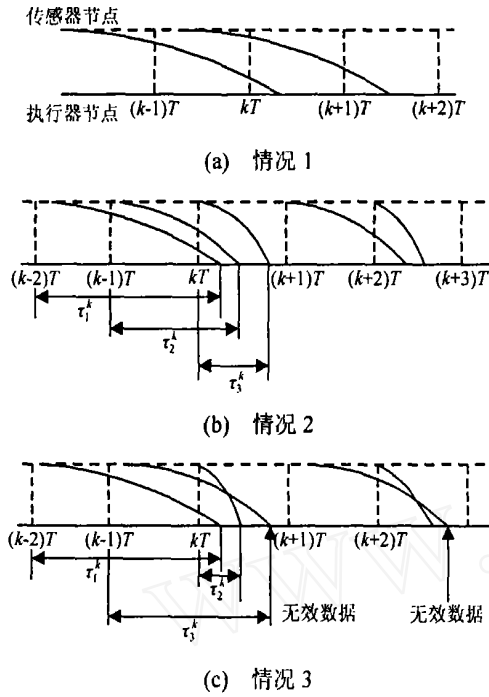


图 1 长延时网络控制系统信号传输序列

当数据经过相同路由传送时, 属于情况 1 和情况 2; 当数据经过不同路由传送时, 则可能属于情况 3

假设被控对象为 LTI 系统, 且为单输入单输出系统, 模型如下所示:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中  $A, B, C$  的维数分别为  $n \times n, n \times 1, 1 \times n$

### 2.1 情况 1 模型

此种情况  $(l-1)T < \tau^k < lT$ , 设  $\tau^k = (l-1)T + m^k$ . 考虑延时的影响, 对系统 (1) 离散化后得到如下模型:

$$\begin{cases} x(k+1) = \Phi x(k) + B_0^k u(k-1) + B_1^k u(k-l+1), \\ y(k) = Cx(k). \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi &= e^{AT}, B_0^k = \int_0^{m^k} e^{A(T-\theta)} d\theta B, \\ B_1^k &= \int_{m^k}^T e^{A(T-\theta)} d\theta B. \end{aligned}$$

令  $Z(k) = [x^T(k), u(k-l), \dots, u(k-1)]^T$ , 可得到如下增广状态模型:

$$\begin{cases} Z(k+1) = \Phi^k Z(k) + \Gamma_0^k u(k), \\ y(k) = \Gamma_1 Z(k). \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\Phi^k = \begin{bmatrix} \Phi & B_0^k & B_1^k & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & & & & & I \\ 0 & 0 & \dots & & & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_0^k = [0 \dots 0 \ I]^T, \Gamma_1 = [C \ 0 \ \dots \ 0]$$

### 2.2 情况 2 模型

假设在  $(kT, (k+1)T)$  周期内有  $p^k$  个控制数据到达执行机构, 则  $p^k$  满足  $0 < p^k < l$ . 设第  $i$  个到达的数据延时为  $\tau_i^k (0 < i < p^k)$ . 令  $\tau_i^k = m_i^k T + \eta_i^k$ ,  $m_i^k$  为整数, 且满足  $0 < m_i^k < l-1, 0 < \eta_i^k < T$ . 因为数据按照发送顺序有序到达, 所以  $\tau_i^k > \tau_{i+1}^k$ , 且  $m_i^k$  是连续的, 即  $m_i^k = m_{i+1}^k + 1$ . 对系统 (1) 离散化后得到如下模型:

$$\begin{cases} x(k+1) = \Phi x(k) + \sum_{i=0}^{p^k} B_i^k u(k-m_i^k), \\ y(k) = Cx(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\Phi = e^{AT}, B_i^k = \int_{\eta_i^k}^{\eta_{i+1}^k} e^{A(T-\theta)} d\theta B, \eta_0^k = 0,$$

$$\eta_{p^k+1}^k = T, m_0^k = m_{p^k}^k + 1$$

1) 当  $m_{p^k}^k = 0$  时, 模型 (4) 可表示为

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \sum_{i=0}^{p^k-1} B_i^k u(k-m_i^k) + B_{p^k}^k u(k), \\ \Phi &= e^{AT}, B_i^k = \int_{\eta_i^k}^{\eta_{i+1}^k} e^{A(T-\theta)} d\theta B, \eta_0^k = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

模型 (5) 可转化成模型 (3) 的形式 其中

$$\Phi^k = \begin{bmatrix} \Phi & 0 & \dots & B_0^k & \dots & B_{p^k}^k & 1 \\ 0 & 0 & I & 0 & \dots & \vdots & \\ \vdots & & & & & & I \\ 0 & 0 & \dots & & & & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_k = [(B_{p^k}^k)^T \ 0 \ \dots \ I]^T,$$

$$\Gamma_1 = [C \ 0 \ \dots \ 0],$$

$Z(k)$  的意义同模型 (3).

2) 当  $m_{p^k}^k > 0$  时, 说明在  $(kT, (k+1)T)$  周期内没有数据  $u(k)$  到达执行机构 此种情况也可转化成模型 (3) 的形式, 其中

$$\Phi^k = \begin{bmatrix} \Phi & \dots & B_0^k & \dots & B_{p^k}^k & \dots & 0 \\ 0 & I & 0 & \dots & \dots & \vdots & \\ \vdots & & & & & & I \\ 0 & 0 & \dots & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_0^k = [0 \ \dots \ 0 \ I]^T, \Gamma_1 = [C \ 0 \ \dots \ 0],$$

$Z(k)$  的意义同模型 (3)

### 2.3 情况 3 模型

对于情况 3, 作如下假设: 在  $(kT, (k+1)T)$  周期内, 如果某后到达执行机构的控制数据延时大于

前一个到达的数据延时, 则丢弃该数据 此种假设是合理的, 因为如果某数据满足假设条件, 则说明该数据先于前一个到达执行机构的数据发送, 即先后发到, 不是及时信息, 不需要利用

假设在  $(kT, (k+1)T)$  周期内有  $p_0^k$  个数据有效, 则这  $p_0^k$  个数据仍然有序, 即  $\tau_i^k > \tau_{i+1}^k$ . 令  $\tau_i^k = m_i^k T + \eta_i$ , 此时  $m_i^k$  不再与  $m_{i+1}^k$  连续, 有别于情况 2

需要注意的是,  $\tau_i^k$  并不是在  $(kT, (k+1)T)$  周期内第一个到达的数据, 而是将到达的数据与  $\tau_{p_0^k-1}^{k-1}$  进行比较, 如果大于  $\tau_{p_0^k-1}^{k-1}$  则丢弃, 用下一个到达的数据与  $\tau_{p_0^k-1}^{k-1}$  比较, 直到小于时将其作为  $\tau_i^k$

此种情况的离散模型可表示成如下形式:

$$\begin{cases} x(k+1) = \mathcal{Q}(k) + \sum_{i=0}^{p_0^k} B_{i0}^k u(k-m_i^k), \\ y(k) = Cx(k). \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $\eta_{p_0^k+1}^k = T, m_0^k = m_{p_0^k-1}^{k-1} + 1$ , 其余参数意义同式 (4).

1) 当  $m_{p_0^k}^k = 0$  时, 模型 (6) 可转化成模型 (3) 的形式 其中

$$\Phi^k = \begin{bmatrix} \mathcal{Q} & 0 & \dots & B_{00}^k & 0 & \dots & B_{p_0^k-1}^k & \dots & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & \dots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & & & I \\ 0 & & & \dots & & & & & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_0^k = [(B_{p_0^k-1}^k)^T \quad 0 \quad \dots \quad I]^T,$$

$$\Gamma_1 = [C \quad 0 \quad \dots \quad 0],$$

$Z(k)$  的意义同模型 (3).

2) 当  $m_{p_0^k}^k = 0$  时, 模型 (6) 也可转化成模型 (3) 的形式 其中

$$\Phi^k = \begin{bmatrix} \mathcal{Q} & 0 & \dots & B_{00}^k & 0 & \dots & B_{p_0^k}^k & \dots & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & \dots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & & & I \\ 0 & & & \dots & & & & & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_0^k = [0 \quad 0 \quad \dots \quad I]^T, \Gamma_1 = [C \quad 0 \quad \dots \quad 0],$$

$Z(k)$  意义同模型 (3).

### 3 观测器和控制律的设计

#### 3.1 观测器的设计

通过以上分析, 长延时网络控制系统模型可统一成模型 (3) 的形式, 对象的  $n$  维状态  $x(k)$  转化成  $n+l$  维的增广状态  $Z(k)$ . 在控制器中, 设法用对象的输出来重构系统的状态 因为  $Z(k)$  中的状态  $[u(k-l), \dots, u(k-1)]$  已知, 不需要重构, 所以只需重构状态  $\hat{x}(k)$ . 定义

$$Z(k) = [x^T(k) \quad u(k-l) \quad \dots \quad u(k-1)]^T,$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}, \Phi^k = \begin{bmatrix} \mathcal{Q} & \mathcal{Q}_{ab} \\ 0 & \mathcal{Q}_{bb} \end{bmatrix}, \Gamma_0^k = \begin{bmatrix} \Gamma_{0a}^k \\ \Gamma_{0b}^k \end{bmatrix}.$$

给定观测器状态方程

$$\hat{Z}(k+1) = \Phi^k \hat{Z}(k) + \Gamma_0^k u(k) + K_1 [y(k) - \Gamma_1 \hat{Z}(k)], \quad (7)$$

定义  $\tilde{Z}(k) = Z(k) - \hat{Z}(k), \tilde{x}(k) = x(k) - \hat{x}(k)$ , 则

$$\tilde{Z}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ 0 \end{bmatrix}. \text{ 式(3)与式(7)相减得到}$$

$$\tilde{Z}(k+1) = \begin{bmatrix} \mathcal{Q} & K_1 C & \mathcal{Q}_{ab} \\ - & K_2 C & \mathcal{Q}_{bb} \end{bmatrix} \tilde{Z}(k),$$

展开得

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = (\mathcal{Q} - K_1 C) \tilde{x}(k), \\ 0 = -K_2 C \tilde{x}(k). \end{cases} \quad (8)$$

由式 (8) 得到  $K_2 = 0$ , 且状态重构误差的动态性能取决于  $(\mathcal{Q} - K_1 C)$ . 给定观测器的特征方程的根  $\beta_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , 则观测器的特征方程为  $\alpha(z) = (z - \beta_1) \dots (z - \beta_n)$ . 适当选择  $K_1$  使得

$$|zI - \mathcal{Q} + K_1 C| = \alpha(z). \quad (9)$$

方程 (9) 有唯一解的充要条件为状态  $x(k)$  完全能观, 根据 Ackemann 公式, 有

$$K_1 = \alpha(\mathcal{Q}) Q^{-1} [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1]^T. \quad (10)$$

由此看出, 观测器的系数并不依赖于延时的变化

#### 3.2 控制律的设计

控制器的输出为基于观测器状态的全状态反馈, 即  $u(k) = -L^k Z(k)$ . 目的是设计  $L^k$ , 使得闭环系统达到所要求的性能指标 设

$$Z(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ x_b(k) \end{bmatrix}, x_b(k) = \begin{bmatrix} u(k-l) \\ \vdots \\ u(k-1) \end{bmatrix},$$

则闭环系统的状态由  $x(k), x_b(k), \hat{x}(k)$  三部分状态组成 设闭环系统全状态为

$$\bar{Z}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ x_b(k) \\ \hat{x}(k) \end{bmatrix},$$

控制律为  $L^k = [L_1^k \quad L_2^k]$ , 则得到  $\bar{Z}(k+1) = \bar{F} \bar{Z}(k)$ , 其中

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} \mathcal{Q} & \mathcal{Q}_{ab} - \Gamma_{0a}^k L_2^k & -\Gamma_{0a}^k L_1^k \\ 0 & \mathcal{Q}_{bb} - \Gamma_{0b}^k L_2^k & -\Gamma_{0b}^k L_1^k \\ K_1 C & \mathcal{Q}_{bb} - \Gamma_{0b}^k L_2^k & \mathcal{Q} - \Gamma_{0a}^k L_1^k - K_1 C \end{bmatrix}.$$

闭环系统的特征方程为

$$|zI - \bar{F}| = |zI - \Phi^k + \Gamma_0^k L^k| \times |zI - \mathcal{Q} + K_1 C|$$

由此说明, 分离定理仍然成立, 控制律可按系统 (3) 的全状态反馈来设计.

设给定系统的控制极点  $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, n+l)$ ,

$a_c(z) = (z - \alpha_1) \dots (z - \alpha_{n+l})$ , 则

$$\alpha_c(z) = |zI - \Phi^k + \Gamma_0^k L^k| \quad (11)$$

表1 不同延时情况下控制律和状态观测器系数

$\tau^k$	0 050 8	0 037 5	0 072 3	0 048 1	0 073 3	0 034 5	0 092 3	0 046 3	0 060 1	0 036 9
$(L^k)^T$	7.659 3	7.659 3	7.659 3	7.659 3	7.659 3	7.659 3	7.659 3	7.659 3	7.659 3	7.659 3
	8 245 4	7 797 2	8 245 4	9 025 3	8 245 4	8 543 3	8 245 4	9 726 0	8 245 4	8 132 9
	0 082 1	0 086 6	0 082 1	0 249 8	0 082 1	0 246 9	0 082 1	0 446 9	0 082 1	0 147 1
	- 0 102 7 -	0 220 8 -	0 102 7 -	0 123 3 -	0 102 7 -	0 260 4 -	0 102 7 -	0 144 9 -	0 102 7 -	0 230 7
$K^T$	[2 600 0 6 760 0 0 0]									

方程(11)有唯一解的充要条件为增广状态  $Z(k)$  完全能控,即

$$\text{rank}(Q_c) = \text{rank}[\Gamma_0^k \quad \Phi^k \Gamma_0^k \quad \dots \quad (\Phi^k)^{n+l-1} \Gamma_0^k] = n + l$$

根据 Ackemann 公式,有

$$L^k = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 1] Q_c^{-1} \alpha(\Phi^k). \quad (12)$$

### 4 仿真研究

给定控制对象的状态方程<sup>[3]</sup>

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

假设采样周期  $T = 0.05$  s, 单包传输无数据包丢失. 设数据传输延时  $\tau^k < 2T$ , 且满足图2所示情况

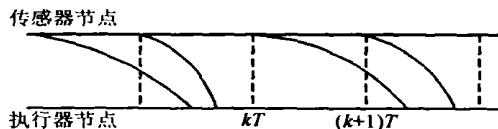


图2 延时满足条件

系统所要求的闭环系统的主导极点为  $(-5 + 10i, -5 - 10i)$ , 另外两个控制极点要远离主导极点, 可取为  $-20$ . 将其转化成离散系统所对应的极点  $\alpha_{1,2} = (0.6835 + 0.3734i, 0.6835 - 0.3734i, 0.3679, 0.3679)$ , 观测器极点  $\beta_{1,2} = (-0.3, -0.3)$ . 设  $x(0) = [1 \quad 0]^T$ , 观测器初始状态  $\hat{x}(0) = [1.1 \quad 0]^T$ ,  $\tau^k, L^k, K$  在前10个采样周期的计算结果如表1所示, 系统动态响应曲线如图3所示. 其中曲线①是在不考虑延时的情况下, 基于观测器的极点配置响应曲线; 曲线②是按本文设计方法得到的响应曲线. 通过比较可以看出, 按此方法进行控制器

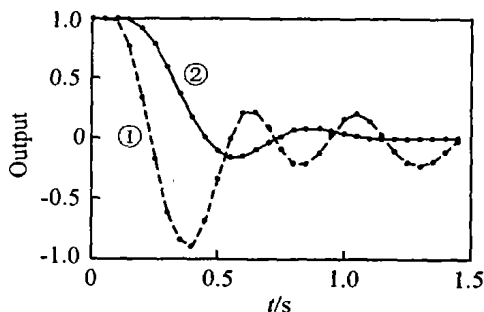


图3 系统动态响应曲线

设计时系统性能较好.

### 5 结 语

本文分析了长延时网络控制系统的特征, 利用增广状态的方法将长延时网络控制系统的模型用统一的形式表达出来, 在这种模型的基础上设计了基于极点配置的观测器和控制律, 并且证明了分离定理仍然成立. 由于采用极点配置的设计方法, 控制系统的稳定性能够得到保证. 通过仿真过程证明了模型的有效性和控制策略的可行性.

### 参考文献 (References)

- [1] Nilsson J. Stochastic Analysis and Control of Real-time Systems with Random Time Delays [J]. *Automatica*, 1998, 34(1): 57-64.
- [2] Lian F L, Moyné J, Tilbury D. Optimal Controller Design and Evaluation for a Class of Networked Control Systems with Distributed Constant Delays [A]. *Proc of the American Control Conf* [C]. Piscataway, 2002: 3009-3014.
- [3] Zhang W, Michalek S B, Stephen M P. Stability of Networked Control Systems [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 84-99.
- [4] 姜培刚, 姜偕富, 李春文, 等. 基于LM I方法的网络化控制系统的  $H_\infty$  鲁棒控制 [J]. *控制与决策*, 2004, 19(1): 17-21, 26. (Jiang P G, Jiang X F, Li C W, et al. Robust  $H_\infty$  Control for the Networked Control Systems Based on LM I [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(1): 17-21, 26.)
- [5] Bengua S C, Hokayem P P, Decarlo R A, et al. Suboptimal Control Techniques for Networked Hybrid Systems [A]. *Proc of the IEEE Conf on Decision and Control* [C]. Piscataway, 2004: 491-496.
- [6] Hu S S, Zhu Q X. Stochastic Optimal Control and Analysis of Stability of Networked Control Systems with Long Delay [J]. *Automatica*, 2003, 39(11): 1877-1884.
- [7] 朱其新, 胡寿松. 网络控制系统的能控性和能观性 [J]. *控制与决策*, 2004, 19(2): 157-161. (Zhu Q X, Hu S S. Controllability and Observability of Networked Control Systems [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(2): 157-161.)