

文章编号: 1001-0920(2006)03-0241-07

智能优化算法求解 TSP 问题

高海昌^a, 冯博琴^a, 朱利^b

(西安交通大学 a 电子与信息工程学院, b 软件学院, 西安 710049)

摘要: TSP(旅行商)问题代表组合优化问题,具有很强的工程背景和实际应用价值,但至今尚未找到非常有效的求解方法。为此,讨论了最近研究比较热门的使用各种智能优化算法(蚁群算法、遗传算法、模拟退火算法、禁忌搜索算法、Hopfield 神经网络、粒子群优化算法、免疫算法等)求解 TSP 问题的研究进展,指出了各种方法的优缺点和改进策略。最后总结并提出了智能优化算法求解 TSP 问题的未来研究方向和建议。

关键词: 旅行商问题; 蚁群算法; 遗传算法; 模拟退火算法; 禁忌搜索算法; 粒子群优化算法

中图分类号: TP301 **文献标识码:** A

Reviews of the Meta-heuristic Algorithms for TSP

GAO Hai-chang^a, FENG Bo-qin^a, ZHU Li^b

(a School of Electronics and Information Engineering, b School of Software, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China. Correspondent: GAO Hai-chang, E-mail: gaohaich@gmail.com)

Abstract: Traveling salesman problem (TSP) is the representation of a kind of combination optimization problems, possessing a strong engineering background and practical application value. However, there is no effective corresponding solution to it. At that, the research and application of the most popular meta-heuristic methods such as ant colony algorithm, genetic algorithm, simulated annealing, tabu search, hopfield neural network, particle swarm optimization and immune algorithm, etc are reviewed. The advantages and disadvantages of each method and the improvement strategies are discussed. The future research direction and suggestion are also given.

Key words: TSP; Ant colony algorithm; Genetic algorithm; Simulated annealing; Tabu search; Particle swarm optimization

1 引言

TSP(旅行商)问题已经被证明是一个 NP-hard 问题^[1],即在 $P = NP$ 的假设下,找不到一个多项式时间算法来求解其最优解。TSP 问题易于陈述但难于求解,自 1932 年提出以来,已引起许多学者的兴趣,但至今尚未找到非常有效的求解方法。

由于 TSP 问题代表一类组合优化问题,在实际工程中有许多应用,如计算机联网、电子地图、交通诱导、电气布线、VLSI 单元布局、ATM 分组交换网等。鉴于其重要的工程与理论价值,TSP 常作为算法性能研究的典型算例。求其最优解的代价是指数级的,因此对其近似解的研究一直是算法设计的一

个重要课题

2 TSP 问题的定义和求解方法分类

2.1 TSP 问题的定义

TSP 是典型的组合优化问题^[2],给定 n 个城市以及各城市之间的距离,要求找到一条遍历所有城市且每个城市只被访问一次的路线,并使得总路线距离最短,或表述为在有 n 个结点的完全图中找出最短的 Hamilton 回路。其数学描述为:设有一个城市集合 $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$,其中每对城市之间的距离 $d(c_i, c_j) \in R^+$,求一对经过 C 中每个城市一次的路线 $(c_{\pi_1}, c_{\pi_2}, \dots, c_{\pi_n})$,使

收稿日期: 2005-04-25; 修回日期: 2005-08-15

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划基金项目(2003AA1Z2610)。

作者简介: 高海昌(1978—),男,江苏徐州人,博士生,从事智能优化算法、软件自动化测试的研究;冯博琴(1942—),男,浙江温州人,教授,博士生导师,从事智能网络的研究。

$$\min_{i=1}^{n-1} d(c_{\pi_i}, c_{\pi_{(i+1)}}) + d(c_{\pi_n}, c_{\pi_1}), \quad (1)$$

其中 $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ 是 $(1, 2, \dots, n)$ 的一个置换

2.2 求解方法分类

大体上可以将现有的求解 TSP 问题的优化算法分为两种类型^[3]: 与问题本身特征相关的局部启发式搜索算法和独立于问题的经典优化算法。常见的局部启发式优化算法有 2-opt, 3-opt 和 Lin Kernighan (L K)^[4] 等。这类优化算法对于寻找 TSP 的局部最优解非常有效, 通常在很短的时间内计算出上百个城市的 TSP 问题的高质量的解。但是, 这些算法过于依赖问题本身特征, 易陷入局部最优解。

随着人工智能的发展, 出现了许多独立于问题的智能优化算法, 如蚁群算法 (ACA)^[5], 遗传算法 (GA)^[6], 模拟退火 (SA)^[7], 禁忌搜索 (TS)^[8], 神经网络 (NN)^[9], 粒子群优化算法 (PSO)^[10], 免疫算法 (IA)^[11] 等, 通过模拟或解释某些自然现象或过程而得以发展, 为解决复杂问题提供了新的思路和方法。在优化领域, 由于这些算法构造的直观性和自然机理, 通常被称为智能优化算法或现代启发式算法^[12]。这类算法虽然不能保证在有限的时间内获得最优解, 但选择充分多个解验证后, 错误概率可降到可以接受的程度。

3 智能优化求解方法

3.1 蚁群算法

蚁群算法 (Ant colony algorithm, ACA) 是一种比较新的模拟进化算法, 由意大利学者 Dorigo 等人首先提出^[5], 他们称之为蚁群系统, 并用该方法求解 TSP 问题, 取得了较好的实验效果。受其影响, 蚁群系统模型逐渐引起其他学者的注意, 并将 ACA 用于指派问题、频率分配问题、电力系统故障诊断等 NP-Complete 问题。

3.1.1 ACA 描述

以平面上的 n 个城市的 TSP 问题为例来说明基本 ACA 模型。设 m 是蚁群中蚂蚁的数量, $d_{ij}(i, j = 1, 2, \dots, n)$ 表示城市 i 与城市 j 之间的距离, $\tau_{ij}(t)$ 表示 t 时刻在城市 i 与城市 j 连线上的信息素的浓度。初始时刻, 各条路径上的信息素的浓度相同, 设 $\tau_{ij}(0) = C, C$ 为常数。蚂蚁 $k(k = 1, 2, \dots, m)$ 在运动过程中, 根据各条路径上的信息素的浓度决定转移方向, $P_{ij}^k(t)$ 表示在 t 时刻蚂蚁 k 从城市 i 转移到城市 j 的概率, 其计算公式为

$$P_{ij}^k = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t) \eta_{ij}^\beta(t)}{\sum_{s \in \text{allowed}_k} \tau_{is}^\alpha(t) \eta_{is}^\beta(t)}, & j \notin \text{tabu}_k; \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\text{tabu}_k(k = 1, 2, \dots, m)$ 表示蚂蚁 k 已经走过城市的集合, 开始时 tabu_k 中只有一个元素, 即蚂蚁 k 的出发城市, 随着进化的进行, tabu_k 中的元素不断增加; $\text{allowed}_k = \{0, 1, \dots, 0-1\} - \text{tabu}_k$ 表示蚂蚁 k 下一步允许选择的城市; η_{ij} 是能见度, 取路径 (i, j) 长度的倒数; α, β 调节信息素浓度 τ 与能见度 η 的相对重要程度。

随着时间的推移, 以前留在各条路径上的信息素逐渐消失, 用参数 $1 - \rho$ 表示信息素的挥发程度。经过 w 个时刻, 蚂蚁完成一次循环, 各路径上的信息素的浓度可根据如下公式进行调整:

$$\tau_{ij}(t+w) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}, \quad \rho \in (0, 1); \quad (3)$$

$$\Delta \tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k \quad (4)$$

式中: $\Delta \tau_{ij}^k$ 表示第 k 只蚂蚁在本次循环中留在路径 (i, j) 上的信息素的浓度; $\Delta \tau_{ij}$ 表示本次循环所有蚂蚁在路径 (i, j) 上所释放的信息素浓度之和。

3.1.2 ACA 的优缺点与改进

ACA 不仅利用了正反馈原理, 在一定程度上可以加快进化过程, 而且是一种本质并行的算法, 个体之间不断进行信息交流和传递, 有利于发现较好解。单个个体容易收敛于局部最优, 但多个个体通过合作, 很快收敛于解空间的某一子集, 有利于对解空间的进一步探索, 从而不易陷入局部最优。但是 ACA 也具有速度慢、易陷入局部最优等缺点。蚁群中多个个体的运动是随机的, 当群体规模较大时, 要找出一条较好的路径需要较长的搜索时间。

许多学者对基本 ACA 进行了改进, Dorigo 等提出了称为 Ant-Q System 的更一般的蚁群算法^[13], 每次让信息量以最大的路径、较大的概率被选中, 以充分利用学习机制, 强化最优信息的反馈。为了克服在 Ant-Q 中可能出现的停滞现象, Stutzle 等提出了 MAX-MN 蚁群系统, 允许各个路径上的信息量在一个限定的范围内变化^[14]。Gambardella 等提出了一种混合型蚁群算法 HAS^[15], 在每次循环中蚂蚁建立各自的解后, 再以各自的解为起点, 用某种局部搜索算法求局部最优解, 作为相应蚂蚁的解, 从而可以迅速提高解的质量。Gutjahr 提出了一种以图为基础构建的蚁群系统框架来解决组合优化问题^[16], 在一定的条件下, 每次迭代所得到的解能以近似于 1 的概率向最优解收敛。Tsai 等提出了一种求解大规模 TSP 问题的基于蚂蚁进化规则的算法^[17]。在国内, 吴庆洪等受遗传算法中变异算子的启发, 提出了一种采用逆转变异方式的具有变异特征的 ACA^[18], 充分利用了 2-opt 简洁高效的特点, 具有较快的收敛

速度 张纪会等提出了自适应 ACA^[19], 采用确定性选择与随机选择相结合的策略, 在搜索过程中动态调整选择的概率, 实现了选择概率的自适应, 提高了算法的速度和性能 吴斌等采用基于 ACA 的分段求解算法^[20], 提高了蚂蚁搜索的速度, 为 ACA 的并行化奠定了基础

作者认为, 在求解大规模 TSP 问题时, 算法会遇到搜索速度过慢的问题 虽然国内外一些学者对改进搜索速度进行了一些努力, 但整体而言这些工作还不够完善, 尚有待从理论上进行证明和实践的检验

3.2 遗传算法

遗传算法(GA)的概念是由 Holland^[6] 于 1973 年受生物进化论的启发而首次提出的 它是一种通过模拟生物界自然选择和遗传机制的随机搜索算法 GA 对 TSP 效果比较明显 根据 TSP 的目的, 只是求最短路径, 而传统解法(如贪心法)则非常在意得到路径的过程 遗传算法直接将目标指向距离最短(因是 NPC 问题, 只能是距离满意), 因此能较快地得到问题的解答

3.2.1 GA 的描述

GA 是一种比较通用的优化算法, 编码技术和遗传操作比较简单, 主要操作有选择、交叉和变异 以 n 个城市的一种排列作为一条染色体, 随机构造若干条染色体构成初始种群, 然后根据适应度进行优胜劣汰的选择, 一次繁殖由两个双亲产生一个子代; 根据一定的交叉算子和变异算子进行交叉和变异^[21], 以一定的迭代次数或某个到达条件作为算法终止的条件

3.2.2 GA 的优缺点与改进

GA 的优点是将问题参数编码成染色体后进行优化, 而不针对参数本身, 从而不受函数约束条件的限制; 搜索过程从问题解的一个集合开始, 而不是单个个体, 具有隐含并行搜索特性, 可大大减少陷入局部最小的可能 GA 的主要缺点是对于结构复杂的组合优化问题, 搜索空间大, 搜索时间比较长, 往往会出现早熟收敛的情况; 对初始种群很敏感, 初始种群的选择常常直接影响解的质量和算法效率

Goldberg 等首次应用 GA 求解 TSP 问题^[22, 23], 提出了 3 种交叉方法: 部分匹配交叉(PMX), 顺序交叉(OX)和环交叉(CX). 这 3 种交叉方法已广泛应用于自然数编码的 GA 中^[24]. 实际应用中发现这几种交叉方法存在收敛速度慢而且效果不理想, 为此文献[25]提出了贪婪选择交叉算子(GSX). 这种方法对于对称的 TSP 问题效果较好, 而对于非对称的 TSP 问题则效果不理想 文献[26]提出 2 种新的

启发式方法, 该方法对于对称和非对称 TSP 问题都具有较好的性能 杨辉等^[27]根据最小生成树(MST)的概念及其在 TSP 问题中的应用, 由 MST 建立 TSP 问题的基因库, 保存最优希望成为最优解的边, 提出了一种将建立基因库(Ge)与遗传算法相结合的新算法(Ge-GA). 这种基因库的思想有些类似于文献[28]提出的免疫算法, 从本质上讲都是通过提取、注射疫苗来保存好的基因片段 为了使 GA 能有效处理多峰函数优化问题, Cavicchio 于 1970 年率先在 GA 中引入了基于预选择机制的小生境技术; 1975 年, DeJong 一般化了 Cavicchio 的预选择机制, 提出了一种称作排挤机制的小生境技术^[29]; 1987 年, Goldberg 提出了一种基于共享机制的小生境技术^[30]. 这 3 种小生境技术对保证解的多样性无疑是有效的, 提高了 GA 进行多峰函数优化时获得最优解的概率

作者认为, 针对 GA 的缺点, 将 GA 与一些局部启发式算法相结合是一种比较有望的做法, 可以有效地提高求解大型 TSP 问题的质量^[3]. 利用 GA 自适应性的随机搜索性能勘探潜在的最优空间, 其他启发式搜索在这些子空间内进行深入开发, 在提高收敛速度和寻求全局最优之间找到一个平衡点

3.3 模拟退火算法

模拟退火算法(SA)最早由 Metropolis 于 1953 年提出^[31]. 1983 年, Kirkpatrick 等成功地将退火思想引入组合优化领域^[7], 提出了一种解大规模组合优化问题, 特别是 NP 完全组合优化问题的有效近似 SA. SA 是局部搜索算法的扩展, 从理论上讲, 它是一个全局最优算法^[32]. SA 是基于迭代求解策略的一种随机寻优算法, 源于对固体退火过程的模拟^[12], 采用 Metropolis 接受准则, 并用一组称为冷却进度表的参数来控制算法的进程, 使算法在多项式时间内给出一个近似最优解

3.3.1 SA 的描述

对于给定的 TSP 问题 (S, f) , S 为所有回路集合, f 为旅行回路的总长 任选初始旅行回路 $C \in S$ 和给定初始温度 $T > 0$ 进行随机热扰动, 生成旅行回路 $C' \in N(C)$, 并依 Metropolis 判据接受 C' , 即若 $\min\{1, \exp(-\frac{f(C') - f(C)}{T})\} > \eta$ 则 $C = C'$. 其中: $N(C) \subset S$ 为 C 的邻域; η 为 $[0, 1)$ 区间上均匀分布随机数

若在此温度 T 下 Metropolis 迭代过程已经稳定, 则达到热平衡 若满足算法终止判据, 即退火过程结束, 则输出当前旅行回路作为最优旅行回路 $C_{opt} = C$, 算法结束; 否则, 按一定方式降低温度, 即

$T = T - \Delta T, \Delta T > 0$, 继续进行热扰动过程

3.3.2 SA 的优缺点与改进

迭代搜索过程以 Boltzmann 分布概率接受目标函数的“劣化解”, 所以 SA 突出地具有脱离局部最优陷阱的能力, 而且具有高效、鲁棒、通用、灵活的优点

SA 在执行过程中所遇到的一个关键问题是冷却进度表的适当选择^[33,34]. 大多学者采用人工方式构造若干个冷却进度表, 然后从中选择最好的一个. 初始温度和冷却度或固定不变^[33] 或依赖于问题数据^[35]. Davis 等用 GA 冷却进度表^[34], 用 GA 优化参数

确定性退火求解优化问题的最优点转化为求一系列随温度变化的物理系统的自由能量函数的极小, 理论上能使算法避开局部极小而得到全局极小. 杨广文将确定性退火技术及聚类方法应用于 TSP, 给出了一种启发式求解算法^[36]. 区别于常规改进算法的思路, 高国华提出了一种新的基于空间锐化的方法^[37], 通过改善问题的空间结构来克服有限时操作模拟退火过程的上述缺点

3.4 禁忌搜索算法

禁忌搜索(TS)的思想最早由 Glover 等于 1986 年首次提出^[8], 是一种亚启发式搜索技术. 它是对局部邻域搜索的一种扩展, 是一种全局逐步寻优算法. TS 算法通过引入一个灵活的存储结构和相应的禁忌表来避免重复搜索, 并通过藐视准则赦免一些被禁忌的优良状态. TS 最重要的思想是标记对应已搜索到的局部最优解的一些对象, 并在进一步的迭代搜索中尽量避开这些对象, 从而保证对不同的有效搜索途径的探索, 最终实现全局优化^[12].

3.4.1 TS 的描述

所谓禁忌就是禁止重复前面的工作. 为了回避局部邻域搜索陷入局部最优的主要不足, TS 用一个禁忌表来记录已经达到过的局部最优点, 在下一次的搜索中, 利用禁忌表中的信息不再或有选择地搜索这些点, 以此来跳出局部最优点. 禁忌对象、禁忌长度、邻域结构、评价函数和候选集的确定是 TS 设计的核心, 此外还应包括特赦规则和终止规则的确定^[38].

解的邻域映射为 2-opt, 即固定起点城市, 后面每两个城市进行对换, 邻域中的元素个数为 $C_n^2 + 1$; 目标函数定义为巡回路径的城市间距离之和, 目标函数亦作为评价函数; 禁忌对象定义为目标函数所求得的目标值; 禁忌长度随具体问题而定; 从邻域中选最佳的禁忌长度加 1 个元素作为候选集; 使用特赦规则(如果当前最优解未下降的次数超过给定值,

则特赦禁忌表中的最优解作为下一次迭代的初始解), 提高解的质量, 防止出现循环; 如果程序运行超过给定的迭代次数, 或特赦次数超过给定的最大特赦次数, 则搜索终止

3.4.2 TS 的优缺点与改进

TS 对初始解的依赖性较强^[12], 好的初始解有助于搜索很快地达到最优解, 而较坏的初始解使搜索很难或不能够达到最优解. 迭代搜索过程是串行的, 仅是单一状态的移动, 而非并行搜索. 在 TS 中, 集中性搜索和多样性搜索是它的两个重要策略^[38]. 其中多样性搜索尤为重要, 通常的算法都是使用基于频率记忆或改变其参数来实现多样性搜索策略. 在问题规模较大时, 单纯应用频率记忆或改变参数来实现多样性搜索往往得不到理想的效果. 近年来, 许多学者对 TS 的改进做了大量的研究工作^[39,40]. 另外, TS 通常使用局部抖动的方法(如 2-opt 和 3-opt) 来构造邻域, 每次只能产生一个当前解, 所以尽管 TS 有很强的局部搜索能力, 但当其陷入较深的谷中时, 它很难跳出该谷. 文献[41]提出了一种基于插入法的 TS 算法 TIS, 摆脱了单一利用基于频率的记忆来实现多样性搜索, 使搜索程序能够很快跳出以前的搜索路径, 从不同的方向继续进行搜索

3.5 Hopfield 神经网络算法

1982 年, Hopfield 提出一种反馈神经网络模型(HNN)^[9], 并证明在高强度连接下的神经网络依靠集体协同作用能自发产生计算行为. 通过 TSP 问题的成功解决^[42], 开辟了神经网络模型在计算机科学应用中的新天地, 并受到广泛关注和应用

3.5.1 HNN 的描述

HNN 是一种非线性动力学模型, 它引入类似于 Lyapunov 函数的能量函数概念, 将神经网的拓扑结构(用连接权矩阵表示)与所求问题(用目标函数描述)相对应, 并将其转换为神经动力学系统的演化问题. 因此, 使用 HNN 模型求解优化问题之前, 必须将优化问题映射为相应的神经网络

HNN 模型将 TSP 的合法解映射为一个置换矩阵, 并给出相应的能量函数, 同时将满足置换矩阵要求的能量函数最小化与 TSP 问题最优解相对应. Hopfield 设计能量函数^[42]如下:

$$E = \frac{A}{2} \sum_{x, i, j} v_{xi} v_{xj} + \frac{B}{2} \sum_{i, x, y} v_{xi} v_{yi} + \frac{C}{2} \left(\sum_{x, i} v_{xi} - n \right)^2 + \frac{D}{2} \sum_{x, i, y} d_{xy} v_{xi} (v_{y, i+1} + v_{y, i-1}). \quad (5)$$

3.5.2 HNN 的优缺点与改进

大量研究表明, 基于 HNN 模型的优化计算易

于收敛到非法解或局部极小解, 以及算法对模型参数和初始条件具有很强的依赖性^[43]. Wilson 认为 HNN 不能很好地求解 TSP, 存在严重的不稳健性^[46], 针对随机扰动的缺点, 归一化城市坐标到 (0, 1) 区间, 引入一个偏置到初值来改善优化性能. 文献[45]提出了广义神经网络, 通过自适应消除回路得到全局最优. 文献[46]用时变能量函数, 通过自适应改变能量函数中某个参数来改善算法性能. 而 Aiyer 则通过 TSP 网络的动态分析修正了 TSP 的能量函数^[47], 从而获得有效解.

HNN 还存在两个问题: 不能学习和容易产生大量极小值. 为解决极小值问题, Ackley 等将概率统计法则引入神经元的输出取值中, 提出了 Boltzmann 机模型及其学习算法^[48], 但因速度太慢, 难以为现实所接受. 唐政在数学上对最小化问题进行过理论分析和证明, 提出了登山学习算法^[49]. 金海和针对 HNN 所存在的极小值问题及缺乏学习能力的问题, 提出了一种学习算法^[50], 使网络状态能有效地从可能陷入的极小值状态中逃脱出来.

结合前面的讨论, 作者认为将 SA, GA 和 TS 等随机优化算法与 HNN 算法合理结合, 就有可能提高优化和时间性能. 比如用 HNN 构成主算法以较快得到可行解, 用 SA 概率性逃离局部极小进行状态转移, 从而提高最终优化性能.

3.6 粒子群优化算法

粒子群优化算法 (PSO) 最初由 Kennedy 提出^[10], 与 GA 类似, 是一种基于迭代的优化方法. 目前已应用于多目标优化、模式识别、信号处理和决策支持等领域. PSO 用于求解 TSP 问题是一个比较新的研究方向.

3.6.1 PSO 的描述

在 PSO 算法中, 粒子群在一个 n 维空间中搜索, 其中的每个粒子所处的位置都表示问题的一个解. 粒子通过不断地调整自己的位置 X 来搜索新解. 每个粒子都能记住自己搜索到的最好解, 记作 P_{id} , 以及整个粒子群经历过的最好位置, 即目前搜索到的最优解, 记作 P_{gd} . 每个粒子都有一个速度, 记作 V , 即

$$V_{id} = X \cdot V_{id} + G_1 \cdot \text{rand}() \cdot (P_{id} - X_{id}) + G_2 \cdot \text{rand}() \cdot (P_{gd} - X_{id}). \quad (6)$$

其中: V_{id} 表示第 i 个粒子第 d 维上的速度, X 为惯性权重, G_1 和 G_2 为调节 P_{id} 和 P_{gd} 相对重要性的参数, $\text{rand}()$ 为随机生成函数. 于是可以得到粒子移动的下一位置

$$X_{id} = X_{id} + V_{id} \quad (7)$$

粒子的移动方向由 3 部分决定: 自己原来的速

度 V_{id} , 与自己最佳经历的距离 $(P_{id} - X_{id})$, 与群体最佳经历的距离 $(P_{gd} - X_{id})$. 并分别由权重系统 X , G_1 和 G_2 决定其相对重要性.

3.6.2 PSO 的优缺点与改进

PSO 优势在于简单、易于实现, 没有许多参数需要调整. PSO 研究处于初期, 还有很多问题值得研究, 如算法的收敛性、理论依据等. 但从当前的应用效果看, 这种模拟自然生物的新型系统的寻优思想具有光明的前景. 算法与目前解决 TSP 问题的经典算法 (如 LK 算法^[44]) 相比, 在解决问题的能力 and 速度上有一定的差距, 但应用 PSO 算法解决 TSP 问题是一种崭新的尝试.

目前已提出多种 PSO 的改进算法^[51,52], 尤其是 Maurice 采用离散 PSO 算法解决 TSP 问题^[52], 取得了较好的效果. 高尚提出了一种基于 GA, AC 和 SA 思想的一种混合 PSO 算法来求解 TSP 问题^[53]. 另外, 国内外还有学者使用免疫算法 (IA) 进行 TSP 问题的求解^[11,28], IA 是在 GA 的基础上发展起来的. 作为一种新的信息处理方法, 与 HNN 和 GA 相比, 它的应用与研究还处于起步阶段, 还有待深入.

4 未来的研究方向和建议

上述 7 种智能优化算法只是目前求解 TSP 问题人们关注较多的方向, 可能还有很多其他方向没有包括在内. 综合考虑前面几种算法的优缺点以及 TSP 问题的实际工程使用, 作者认为下面几个方向值得注意或具有挑战性.

(1) 改进 ACA 的搜索速度

ACA 在求解大规模 TSP 问题时会遇到搜索速度过慢的问题, 第 3.1 节已给出国内外一些学者对改进搜索速度所作的努力. 但从整体上看, 这些工作还不够完善, 还有待理论证明和实践检验.

(2) GA 与局部启发式算法结合

许多研究表明, 将 GA 与局部启发式算法相结合可以有效地提高求解大型 TSP 问题的质量^[3], 利用 GA 自适应性的随机搜索性, 能勘探潜在的最优空间, 而启发式搜索则在这些子空间内进行深入开发. 这类算法在提高收敛速度与寻求全局最优之间找到了一个平衡点, 所以这方面的工作是有前途的.

(3) HNN 算法与其他随机优化算法结合

SA, GA 和 TS 等随机优化算法, 在全局优化性能方面有所改善, 但很难确定合适的算法参数, 且不良参数会导致收敛速度慢或早熟收敛等缺点. 基于 HNN 模型的优化计算依靠神经元的协同计算功能自发产生并行计算行为, 通过网络平衡态与问题最优解的对应达到优化目的. 基于 HNN 的优化过程将优化问题映射为对应的神经网络动力系统, 使目

标函数对应于网络能量函数,网络的变化保证能量函数单调非增,因此能较快得到解,但往往收敛到局部极小。将SA与HNN算法合理结合,能提高优化和时间性能,用HNN构成主算法以较快得到可行解,用SA概率性逃离局部极小进行状态转移,从而提高最终优化性能。另外,将GA的并行搜索与HNN相结合也是一种可行的方法。此外,将混沌动态引入HNN模型,结合混沌动态的遍历性和HNN模型的梯度下降过程也有希望构造出一种有效的优化方法。

(4) PSO和IA的深入研究

目前在求解TSP问题上,国内外使用PSO和IA算法进行的工作还不是很深入和系统,在这方面还有很多问题值得深入探讨和研究。改进PSO和IA算法求解TSP问题的性能,或将PSO和IA算法与其他智能优化算法相结合,充分利用各种算法的优点,协同工作,取长补短,也是一个很有希望的研究方向。

(5) 考虑TSP问题的工程背景

除从理论上和算法角度研究TSP问题外,还应强调其应用的工程背景。TSP问题的工程背景很强,随着信息高速公路的兴起和网络的发展,实际工程中往往涉及大规模TSP,动态TSP和开环TSP问题,传统算法往往无能为力,开发新算法又较为困难,利用已有算法并结合一些新的思想进行优化尚待进一步研究。对于大规模TSP问题,可以进行分区分层研究,即将大规模问题分为若干层次和区域,逐区逐层处理即可求得大规模问题的次优解。对于动态TSP问题,可以引入加权矩阵的概念,通过对各路径加权实现动态路由。此外,利用预测方法预测各路径权重,再经适当修正便可以实现动态网络,这也是解决离散时变调度问题的一个思路。对于开环问题,则可通过修改能量函数或算法结构达到目的^[41]。

5 结 语

本文系统地叙述了目前研究比较热门的使用各种智能优化算法求解TSP问题的研究现状和进展,并指出了各种方法的优缺点与改进策略。限于篇幅,除本文介绍的7种比较常见的用于求解TSP问题的智能优化算法外,还有一些算法没有列出。本文的目的是为在这方面进行研究的学者提供一个系统的参考和建议。

参考文献(References)

[1] Garey M R, Johnson D S. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness* [M]. San Francisco: Freeman W H, 1979.

[2] Lawer E, Lenstra J, Ronnooy K A, et al. *The Traveling Salesman Problem* [M]. New York: Wiley-International Publication, 1985.

[3] Baraglia R, Hidalgo J I, Perego R. A Hybrid Heuristic for the Traveling Salesman Problem [J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2001, 5(6): 613-622.

[4] Lin S, Kernighan B W. An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem [J]. *Operational Research*, 1973, 21(2): 486-515.

[5] Colomi A, Dorigo M, Maniezzo V. Distributed Optimization by Ant Colonies [A]. *Proc 1st European Conf Artificial Life Plans* [C]. France: Elsevier, 1991: 134-142.

[6] Holland J H. Genetic Algorithms and the Optimal Allocation of Trials [J]. *SIAM J Comput*, 1973, 2(2): 89-104.

[7] Kirkpatrick S, Gelatt J C D, Vecchi M P. Optimization by Simulated Annealing [J]. *Science*, 1983, 220(4596): 671-680.

[8] Glover F. Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence [J]. *Computers and Operations Research*, 1986, 13(5): 533-549.

[9] Hopfield J J. Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities [J]. *Proc of the National Academy of Science*, 1982, 79(4): 2554-2558.

[10] Eberhart R, Kennedy J. A New Optimizer Using Particles Swarm Theory [A]. *Proc 6th Int Symposium on Micro Machine and Human Science* [C]. Nagoya: IEEE Service Center, Piscataway, 1995: 39-43.

[11] Dasgupta D, Forrest S. *Artificial Immune Systems and Their Applications* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1998: 267-277.

[12] 王凌. *智能优化算法及其应用* [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
(Wang L. *Intelligent Optimization Algorithms Applications* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001.)

[13] Dorigo M, Gambardella L M. A Study of Some Properties of Ant-Q [A]. *Proc of the PPSN 44th Int Conf on Parallel Problem Solving from Nature* [C]. Berlin: Springer Verlag, 1996: 656-665.

[14] Stutzle T, Hoos H H. MAX-MN Ant System [J]. *Future Generation Computer Systems*, 2000, 16(8): 889-914.

[15] Gambardella L M, Dorigo M. An Ant Colony System Hybridized with a New Local Search for the Sequential Ordering Problem [J]. *IN FORMS J on Computing*, 2000, 12(3): 237-255.

[16] Gutjahr W J. A Graph-based Ant System and Its Convergence [J]. *Future Generation Computer System*, 2000, 16(8): 873-888.

- [17] Tsai C F, Tsai C W. A New Approach for Solving Large Traveling Salesman Problem Using Evolution Ant Rules[J]. *Neural Networks, IJCNN 2002, Proc of the 2002 Int'l Joint Conf on* [C]. Honolulu: IEEE Press, 2002, 2: 1540-1545
- [18] 吴庆洪, 张纪会, 徐心和 具有变异特征的蚁群算法[J]. *计算机研究与发展*, 1999, 36(10): 1240-1245
(Wu Q H, Zhang J H, Xu X H. An Ant Colony Algorithm with Mutation Features[J]. *J of Computer Research and Development*, 1999, 36(10): 1240-1245.)
- [19] 张纪会, 高齐圣, 徐心和 自适应蚁群算法[J]. *控制理论与应用*, 2000, 17(1): 1-3
(Zhang J H, Gao Q S, Xu X H. A Self-adaptive Ant Colony Algorithm [J]. *Control Theory and Applications*, 2000, 17(1): 1-3.)
- [20] 吴斌, 史忠植 一种基于蚁群算法的 TSP 问题分段求解算法[J]. *计算机学报*, 2001, 24(12): 1328-1333
(Wu B, Shi Z Z. An Ant Colony Algorithm Based Partition Algorithm for TSP [J]. *Chinese J Computers*, 2001, 24(12): 1328-1333.)
- [21] Kenneth A Dejong Genetic Algorithm: A 25 Year Perspective[A]. *Computational Intelligence: Imitating Life*, WCC194[C]. 1994: 124-125
- [22] Goldberg D E. Alleles, Loci and the Traveling Salesman Problem [J]. *Proc of the 1st Int Conf on Genetic Algorithms and Their Applications* [C]. Pittsburgh: Pittsburgh P A Carnegie Mellon University, 1985: 154-159
- [23] Grefenstette J J, Gopal R, Rosmaita B, et al Genetic Algorithm for TSP[J]. *Proc of the 1st Int Conf on Genetic Algorithms and Their Applications* [C]. Pittsburgh: Pittsburgh P A Carnegie Mellon University, 1985: 160-168
- [24] Goldberg D E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning* [M]. MA: Addison Wesley Reading, 1989: 1-10
- [25] Cheng RW, Gen M. Crossover on Intensive Search and Traveling Salesman Problem [A]. *Proc of 16th Int Conf on Computer and Industrial Engineering* [C]. Japan: Nagoya Institute of Technology, 1994, 7-9: 568-579
- [26] 唐立新 旅行商问题的改进遗传算法[J]. *东北大学学报*, 1999, 20(1): 40-42
(Tang L X. Improved Genetic Algorithm for TSP [J]. *J of Northeastern University*, 1999, 20(1): 40-42.)
- [27] 杨辉, 康立山, 陈毓屏 一种基于构建基因库求解 TSP 问题的遗传算法[J]. *计算机学报*, 2003, 26(12): 1753-1758
(Yang H, Kang L S, Chen Y P. A Gene-based Genetic Algorithm for TSP [J]. *Chinese J of Computers*, 2003, 26(12): 1753-1758.)
- [28] 王磊, 潘进, 焦李成 免疫算法[J]. *电子学报*, 2000, 28(7): 74-78
(Wang L, Pan J, Jiao L C. The Immune Algorithm [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2000, 28(7): 74-78.)
- [29] DeJong K A. *An Analysis of the Behaviour of a Class of Genetic Adaptive Systems* [D]. Michigan: University of Michigan, Ann Arbor, 1975
- [30] Goldberg D E, Richardson J. Genetic Algorithm with Sharing for Multimodal Function Optimization [A]. *Proc of the Int Conf on Genetic Algorithms* [C]. Lawrence Erlbaum, 1987: 41-49
- [31] Metropolis N, Rosenbluth A W, Rosenbluth M N, et al Equation of State Calculations by Fast Computing Machines [J]. *J of Chemical Physics*, 1953, 21(6): 1087-1092
- [32] 康立山, 谢云, 尤矢勇, 等 *非数值并行算法(第一册): 模拟退火算法* [M]. 北京: 科学出版社, 1994: 150-151
(Kang L S, Xie Y, You S Y, et al *Nonnumerical Parallel Algorithm (Part I): Simulated Annealing Algorithm* [M]. Beijing: Science Press, 1994: 150-151.)
- [33] Wilhelm M R, Ward T L. Solving Quadratic Assignment Problems by Simulated Annealing [J]. *IEEE Trans*, 1987, 19(1): 107-119
- [34] Davis L, Ritter F. Schedule Optimization with Probabilistic Search [A]. *Proc of 3rd IEEE Conf on Artificial Intelligence Applications* [C]. Orlando, 1987: 231-235
- [35] Lundy M, Mess A. Convergence of an Annealing Algorithm [J]. *Mathematical Programming*, 1986, 34(1): 111-124
- [36] 杨广文, 郑纬民, 王鼎兴, 等 利用确定性退火技术的旅行商问题求解算法[J]. *软件学报*, 1999, 10(1): 57-59
(Yang G W, Zheng W M, Wang D X, et al An Algorithm for Traveling Salesman Problem Using Deterministic Annealing [J]. *J of Software*, 1999, 10(1): 57-59.)
- [37] 高国华, 沈林成, 常文森 求解 TSP 的空间锐化模拟退火算法[J]. *自动化学报*, 1999, 25(3): 425-428
(Gao G H, Shen L C, Chang W S. Using Simulated Annealing Algorithm with Search Space Sharpening to Solve TSP [J]. *Acta Automation Sinica*, 1999, 25(3): 425-428.)
- [38] Glover F. Tabu Search: Part I [J]. *ORSA J on Computing*, 1989, 1(3): 190-206
- [39] Shane N H. *A Group Theoretic Tabu Search Approach to the Traveling Salesman Problem* [EB/OL]. <http://www.aufmil/au/database/summaryfile.html>, 2002-03-23 (下转第 252 页)

- (5): 339-351
- [4] Qian C J, Lin W. Practical Output Tracking of Nonlinear Systems with Uncontrollable Unstable Linearization [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(1): 21-36
- [5] Wang Q D, Jing Y W, Zhang S Y. Adaptive Practical Output Tracking of a Class of Nonlinear Systems [J]. *J of Control Theory and Applications*, 2004, 2(2): 117-120
- [6] Wang Q D, Jing Y W, Zhang S Y. Adaptive and Practical Output Tracking Control of Nonlinear Systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(3): 357-363
- [7] Lin W, Qian C J. Adaptive Control of Nonlinearly Parameterized System: A Nonsmooth Feedback Framework [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(5): 757-774
- [8] Ryan E P. A Nonlinear Universal Servomechanism [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(4): 753-761
- [9] Ye X D. Asymptotic Regulation of Time-varying Uncertain Nonlinear Systems with Unknown Control Directions [J]. *Automatica*, 1999, 35(5): 929-935
- [10] Nussbaum R D. Some Remark on the Conjecture in Parameter Adaptive Control [J]. *Systems and Control Letters*, 1983, 3(4): 243-246
- [11] Sam S Z, Wang G J. Robust Adaptive Tracking for Time-varying Uncertain Nonlinear Systems with Unknown Control Coefficients [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(8): 1463-1469
- [12] Ryan E P. A Universal Adaptive Stabilizer for a Class of Nonlinear Systems [J]. *Systems and Control Letters*, 1991, 16(3): 209-218

(上接第 247 页)

- [40] Michel G, Gilbert L, Frederic S. A Tabu Search Heuristic for the Undirected Selective Traveling Salesman Problem [J]. *European J of Operational*, 1998, 106(1): 539-545
- [41] 方永慧, 刘光远, 贺一, 等. 一种基于插入法的禁忌搜索算法 [J]. *西南师范大学学报*, 2003, 28(6): 887-891.
(Fang Y H, Liu G Y, He Y, et al. A Tabu Search Algorithm Based on Insertion Method [J]. *J of South West China Normal University*, 2003, 28(6): 887-891.)
- [42] Hopfield J J, Tank D W. Neural Computation of Decision in Optimization Problem [J]. *Biol Cybern*, 1985, 52(1): 141-152
- [43] 王凌, 郑大钟. TSP 及其基于 Hopfield 网络优化的研究 [J]. *控制与决策*, 1999, 14(6): 670-674.
(Wang L, Zheng D Z. Study on TSP and Optimization Based on Hopfield Neural Network [J]. *Control and Decision*, 1999, 14(6): 670-674.)
- [44] Wilson V, Pawlay G S. On the Stability of the TSP Problem Algorithm of Hopfield and Tank [J]. *Biol Cybern*, 1988, 58(1): 63-70
- [45] Xu X, Tsai W T. Effective Neural Algorithms for the Traveling Salesman Problem [J]. *Neural Network*, 1991, 4(1): 193-205
- [46] Wang S, Tsai C M. Hopfield Nets with Time-varying Energy Function for Solving the Traveling Salesman Problem [A]. *Int J Conf on Neural Networks* [C]. Seattle, Washington, 1991: 807-812
- [47] Aiyer S V B, Iranjan M, Fallside F. A Theoretical Investigation into the Performance of the Hopfield Model [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1990, 1(2): 204-215
- [48] Ackley D H, Hinton G E, Sejnowski T J. A Learning Algorithm for Boltzmann Machines [J]. *Cognitive Science*, 1985, 9(1): 147-169
- [49] Tang Z, Jin H H, Murao K, et al. A Gradient Ascent Learning for Hopfield Networks [J]. *Trans of IEICE of Japan*, 2000, J83-A(3): 319-331
- [50] 金海和, 陈剑, 唐政, 等. 基于 Hopfield 网络的极小值问题学习算法 [J]. *清华大学学报*, 2002, 42(6): 731-734.
(Jin H H, Chen J, Tang Z, et al. Learning Algorithm for Solving Local Minimum Problems Based on Hopfield Network [J]. *J of Tsinghua University*, 2002, 42(6): 731-734.)
- [51] Shi Y H, Eberhart R C. A Modified Particle Swarm Optimizer [A]. *IEEE Int Conf on Evolutionary Computation* [C]. Anchorage, 1998: 69-73
- [52] Maurice Clerc. *Discrete Particle Swarm Optimization Illustrated by the Traveling Salesman Problem* [DB/OL]. <http://www.mauriceclerc.net>, 2000
- [53] 高尚, 韩斌, 吴小俊, 等. 求解旅行商问题的混合粒子群优化算法 [J]. *控制与决策*, 2004, 19(11): 1286-1289.
(Gao S, Han B, Wu X J, et al. Solving Traveling Salesman Problem by Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(11): 1286-1289.)