

文章编号: 1001-0920(2006)03-0248-05

控制方向未知的非线性系统的自适应输出跟踪控制

王强德^{1,2}, 井元伟², 张嗣瀛²

(1. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165; 2 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

摘要: 针对一类含有未知控制方向和时变不确定性的本质非线性系统, 应用 Nussbaum-type 增益技术和 Adding a power integrator 递推设计方法, 设计了一种鲁棒自适应状态反馈控制器. 所设计的控制器能保证闭环系统所有信号全局一致有界, 特别是通过适当调整控制器设计参数, 可使输出跟踪误差在有限时间后变得适当小. 最后通过仿真实例对算法进行验证.

关键词: 非线性系统; 自适应控制; 输出跟踪; Adding a power integrator

中图分类号: TP273.8 **文献标识码:** A

Adaptive Output Tracking Control of Nonlinear Systems with Unknown Control Directions

WANG Qiang-de^{1,2}, JIN Yuanwei², ZHANG Siying²

(1. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu 273165, China; 2 College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China Correspondent: WANG Qiang-de, Email: wqdcchl@sohu.com)

Abstract: A robust adaptive state feedback controller is designed for a class of uncertain inherently nonlinear systems with both time-varying uncertainties and unknown control directions, by employing the Nussbaum-type gain technique and the adding a power integrator design. The proposed controller can ensure all the signals of the closed-loop system globally uniformly bounded. Especially, the output tracking error can be made properly small in finite time by tuning the design parameters. A simulation example verifies the scheme.

Key words: Nonlinear systems; Adaptive control; Output tracking; Adding a power integrator

1 引言

非线性系统的输出调节或跟踪问题受到许多学者的重视. 特别是对可反馈线性化系统, 应用递推 backstepping 方法, 其输出跟踪问题比较容易解决^[1,2]. 但对一些具有不可控不稳定线性化的本质非线性系统, backstepping 方法是无法应用的. 近来文献[3]提出一种 Adding a power integrator 方法, 用来处理这类系统的控制问题.

本文研究如下 SISO 非线性系统的输出跟踪问题:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^{p_1} + \Phi(x, u, d(t)), \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_{n-1}^{p_{n-1}} + \Phi_{n-1}(x, u, d(t)), \\ \dot{x}_n = g(t)u^{p_n} + \Phi_n(x, u, d(t)), \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}$ 和 $y \in \mathbb{R}$ 分别是系统的状态、输入和输出; $g(t) \in \mathbb{R}$ 和 $d(t) \in \mathbb{R}^s$ 是未知的有界分段时变连续函数 (其界未知); $\Phi: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^s \rightarrow \mathbb{R}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 是关于其变量的连续函数.

当 $\Phi(x, u, d(t)) = \Phi(x_1, \dots, x_i)$, $g(t) = 1$ 或

收稿日期: 2005-01-05; 修回日期: 2005-03-15

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60304003, 60574080); 山东省自然科学基金项目 (Q2002G02).

作者简介: 王强德 (1971—), 男, 山东商河人, 副教授, 博士, 从事鲁棒控制、自适应控制的研究; 张嗣瀛 (1925—), 男, 山东章丘人, 中国科学院院士, 教授, 博士生导师, 从事复杂性科学、复杂系统控制等研究.

$g(t)$ 以已知函数为其上下界时, 文献[4] 解决了系统(1) 的实用输出跟踪问题 当 $\Phi(x, u, d(t)) = \varphi(x_1, \dots, x_i)^T \theta, g(t) = 1$ 或 $g(t)$ 以已知函数为其上下界时, 文献[5, 6] 研究了系统(1) 的实用输出跟踪问题 值得注意的是, 这些结果都是在 $g(t)$ 的符号(控制方向) 已知的条件下得到的 当 $g(t)$ 的符号未知时, 系统(1) 的输出跟踪问题尚未得到解决

本文结合 Nussbaum-type 增益技术和 Adding a power integrator 方法, 研究当 $g(t)$ 的符号未知时系统(1) 的输出跟踪控制问题

2 问题描述与引理

考虑非线性系统(1) 的输出跟踪问题 控制目标是构造鲁棒自适应状态反馈非线性控制器, 使不确定非线性系统(1) 的输出跟踪误差 $y(t) - y_r(t)$ 全局一致有界, 同时保证闭环系统的其他所有信号全局一致有界. 其中 $y_r(t)$ 是要跟踪的参考信号.

假设 1 存在未知常数 $M > 0$, 使得

$$|y_r(t)| \leq M, |\dot{y}_r(t)| \leq M.$$

假设 2 存在已知光滑函数 $f_i(x_1, \dots, x_i, d(t)) = 0, i = 1, 2, \dots, n$, 使得

$$|\Phi(x, u, d(t))| \leq f_i(x_1, \dots, x_i, d(t)).$$

假设 3 存在未知的正常数 $\theta > 0$, 满足

$$|d(t)| \leq \theta, \forall t \in [0, +\infty).$$

假设 4 时变参数 $g(t)$ 在未知闭区间 $I = [l^-, l^+]$ 内取值, 且 $0 \notin I, g(t)$ 的符号(即控制方向) 是未知的

引理 1 对于任意实数 $a > 0, b > 0, m \geq 1$, 有不等式 $a \leq b + \left[\frac{a}{m}\right]^m \left[\frac{m-1}{b}\right]^{m-1}$ 成立

引理 2^[7] 对于任意连续函数 $f(x, y), x \in R^n, y \in R^m$, 存在光滑函数 $a(x) > 0, b(y) > 0, c(x) > 0, d(y) > 0$, 使得 $|f(x, y)| \leq a(x) + b(y), |f(x, y)| \leq c(x)d(y)$.

引理 3 对于任意正整数 m, n 和任意实值函数 $r(x, y) > 0$, 有下列不等式成立:

$$|x|^m |y|^n \leq \frac{m}{n+m} r(x, y) |x|^{n+m} + \frac{n}{n+m} r^{-m/n}(x, y) |y|^{n+m}.$$

引理 4 对于任意 $a \in R, b \in R, p \geq 1$ 是整数, 有不等式 $|a + b|^p \leq 2^{p-1} |a|^p + |b|^p$ 成立

引理 5 对于系统(1) 中的 $\Phi(x, u, d(t)), i = 1, 2, \dots, n$, 存在已知光滑函数 $\bar{f}_i(x_1, \dots, x_i) = 1$ 和未知常数 $\Theta = 1$, 使得

$$|\Phi(x, u, d(t))| \leq \bar{f}_i(x_1, \dots, x_i) \Theta$$

证明 由引理 2 知, 存在光滑函数 $\bar{f}_i(x_1, \dots,$

$x_i) = 1$ 和 $\tilde{f}_i(d(t)) = 1$, 使得

$$f_i(x_1, \dots, x_i, d(t)) = \bar{f}_i(x_1, \dots, x_i) \tilde{f}_i(d(t)).$$

由假设 3 知存在未知常数 $\Theta = 1$, 满足 $|\tilde{f}_i(d(t))|$

Θ 再由假设 2 知

$$|\Phi(x, u, d(t))| \leq f_i(x_1, \dots, x_i, d(t)) \leq \bar{f}_i(x_1, \dots, x_i) \Theta$$

为克服控制方向未知带来的困难, 借鉴文献[8 ~ 10] 的处理方法, 本文采用 Nussbaum-type 增益方法

定义 1^[10] 函数 $N(\chi)$ 称为 Nussbaum-type 函数, 如果它有下列性质:

$$\begin{cases} \limsup_s \frac{1}{s} \int_0^s N(\chi) d\chi = +\infty, \\ \liminf_s \frac{1}{s} \int_0^s N(\chi) d\chi = -\infty. \end{cases} \quad (2)$$

本文选择 $N(\chi) = \exp(\chi^2) \cos\left\{\frac{\pi}{2}\chi\right\}$.

引理 6 设 $N(\chi) = \exp(\chi^2) \cos\left\{\frac{\pi}{2}\chi\right\}$ 是光滑的 Nussbaum-type 函数, $q \geq 1$ 是奇数, 则 $N^q(\chi)$ 也是光滑的 Nussbaum-type 函数, 即 $N^q(\chi)$ 具有性质(2).

引理 7^[11] 设 $V(t)$ 和 $X(t)$ 是定义在区间 $[0, t_f)$ 上的光滑函数, 对于 $\forall t \in [0, t_f), V(t) > 0, N(\chi)$ 是适当且光滑的 Nussbaum-type 函数 如果下列不等式成立:

$$\dot{V}(t) \leq -c_0 + e^{-c_1 t} \int_0^t (g(\tau) N(\chi) + 1) \chi e^{c_1 \tau} d\tau, \quad \forall t \in [0, t_f).$$

其中: c_0 是适当的常数, $c_1 > 0, g(t)$ 是取值于未知闭区间 $I = [l^-, l^+]$ ($0 \notin I$) 的时变参数. 则 $V(t), X(t)$ 和 $\int_0^t (g(\tau) N(\chi) + 1) \chi d\tau$ 必定在区间 $[0, t_f)$ 上有界

注 1 由文献[12] 知, 如果闭环系统的解在区间 $[0, t_f)$ 上有界, 则 $t_f = +\infty$.

3 控制器设计和主要结果

第 1 步 令 $p = \max\{p_i | 1 \leq i \leq n\}, \xi_1 = x_1 - y_r$, 取正定且正则的 Lyapunov 函数

$$V_1(\xi_1) = \frac{1}{p - p_1 + 2} \xi_1^{-p_1+2},$$

可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \xi_1^{-p_1+1} (x_1^{p_1} + \Phi(z, x, u, \theta) - y_r) \\ &\leq \xi_1^{-p_1+1} x_1^{p_1} + |\xi_1^{-p_1+1}| [|\bar{f}_1(x_1) \Theta + M|] \end{aligned} \quad (3)$$

因为 $\bar{f}_1(x_1) = 1$, 所以

$$\begin{aligned} &|\xi_1^{-p_1+1}| (\bar{f}_1(x_1) \Theta + M) \\ &|\xi_1^{-p_1+1}| \bar{f}_1(x_1) (\Theta + M). \end{aligned} \quad (4)$$

由引理 3, 对任意的 $K \geq 1$ (K 是设计常数), 存在光

滑函数 $\rho_1(x_1, y_r, K) = 0$ 和未知常数 $\Theta > 1$, 使得

$$\left| \xi_i^{-p_i+1} \left[\bar{f}_i(x_i) \Theta + M \right] \right| \xi_i^{-p_i} \rho_1(x_1, y_r, K) + \Theta_i / K. \quad (5)$$

式(5)代入(3), 得

$$V_1 = \xi_1^{-p_1+1} [x_1^{p_1} + \xi_1^{-p_1} \rho_1(x_1, y_r, K)] + \Theta_1 / K. \quad (6)$$

取虚拟控制器

$$\mu_1(x_1, y_r, K) = -\xi_1 [2 + \rho_1(x_1, y_r, K)]^{1/p_1} - \xi_1 \beta_1(x_1, y_r, K),$$

则式(6)变为

$$V_1 = 2\xi_1^{p_1+1} + \xi_1^{-p_1+1} [x_1^{p_1} - \mu_1^{p_1}] + \Theta_1 / K.$$

第 k 步 ($2 \leq k \leq n-1$) 假设在第 $k-1$ 步存在虚拟控制器 $\mu_1 = -\xi_1 \beta_1(\bar{x}_1, y_r, K)$, $\mu_2 = -\xi_2 \beta_2(\bar{x}_2, y_r, K)$, ..., $\mu_{k-1} = -\xi_{k-1} \beta_{k-1}(\bar{x}_{k-1}, y_r, K)$ 和坐标变换 $\xi_1 = x_1 - y_r$, $\xi_2 = x_2 - \mu_1$, ..., $\xi_{k-1} = x_{k-1} - \mu_{k-2}$ 其中: $\bar{x}_i = (x_1, \dots, x_i)$, $\beta_i(\bar{x}_i, y_r, K) > 0$ 是光滑的, 并存在正定、正则且光滑的 Lyapunov 函数

$$V_{k-1} = \frac{1}{p - p_i + 2} \xi_i^{-p_i+2},$$

满足

$$V_{k-1} = \xi_i^{-p_i+1} - 2\xi_i^{p_i+1} + \xi_i^{-p_i+1} [x_i^{p_i} - \mu_i^{p_i}] + \Theta_{k-1} / K.$$

令 $\xi_k = x_k - \mu_{k-1}$, 考虑 Lyapunov 函数

$$V_k = V_{k-1} + \frac{1}{p - p_k + 2} \xi_k^{-p_k+2},$$

由引理 5 得

$$V_k = \xi_i^{-p_i+2} - 2\xi_i^{p_i+1} + \xi_i^{-p_i+1} [x_i^{p_i} - \mu_i^{p_i}] + \Theta_{k-1} / K + \xi_k^{-p_k+1} x_{k+1}^{p_k} + \left| \xi_k^{-p_k+1} \left[\bar{f}_k(\bar{x}_k) \Theta + \sum_{i=1}^{k-1} \left| \frac{\partial u_{k-1}}{\partial x_i} x_{i+1}^{p_i} \right| + \sum_{i=1}^{k-1} \left| \frac{\partial u_{k-1}}{\partial x_i} \bar{f}_i(\bar{x}_i) \Theta + \left| \frac{\partial u_{k-1}}{\partial y_r} M \right| \right] \right|. \quad (7)$$

类似于式(4)和(5), 由引理 3 知, 存在光滑函数 $\rho_{k2}(\bar{x}_k, y_r, K) = 0$ 和未知常数 $\Theta_k > 0$, 使得

$$\left| \xi_k^{-p_k+1} \left[\bar{f}_k(\bar{x}_k) \Theta + \sum_{i=1}^{k-1} \left| \frac{\partial u_{k-1}}{\partial x_i} x_{i+1}^{p_i} \right| + \sum_{i=1}^{k-1} \left| \frac{\partial u_{k-1}}{\partial x_i} \bar{f}_i(\bar{x}_i) \Theta + \left| \frac{\partial u_{k-1}}{\partial y_r} M \right| \right] \right| \xi_k^{-p_k} \rho_{k2}(\bar{x}_k, y_r, K) + \Theta_k / K. \quad (8)$$

由引理 4 知, 存在光滑函数 $\rho_{k1}(\bar{x}_k, y_r, K) = 0$, 使得

$$\left| \xi_k^{-p_k+1} [x_k^{p_k} - \mu_k^{p_k}] \right| \xi_k^{-p_k} + \xi_k^{-p_k} \rho_{k1}(\bar{x}_k, y_r, K). \quad (9)$$

式(8)和(9)代入(7), 得

$$V_k = \sum_{i=1}^{k-1} \xi_i^{p_i+1} + \xi_k^{-p_k+1} x_{k+1}^{p_k} + \xi_k^{-p_k} (\rho_{k1}(\bar{x}_k, y_r, K) + \rho_{k2}(\bar{x}_k, y_r, K)) + \Theta_k / K. \quad (10)$$

取虚拟控制

$$\mu_k = -\xi_k (2 + (\rho_{k1} + \rho_{k2}))^{1/p_k} - \xi_k \beta_k(\bar{x}_k, y_r, K),$$

则式(10)可变为

$$V_k = \sum_{i=1}^{k-1} \xi_i^{p_i+1} - 2\xi_k^{p_k+1} + \xi_k^{-p_k+1} (x_{k+1}^{p_k} - \mu_k^{p_k}) + \Theta_k / K.$$

第 n 步 定义 $\xi_n = x_n - \mu_{n-1}$, 取 Lyapunov 函数

$$V_n = V_{n-1} + \frac{\xi_n^{-p_n+2}}{p - p_n + 2},$$

利用上述递推方法易得

$$V_n = \sum_{i=1}^n \xi_i^{p_i+1} + \xi_n^{-p_n+1} g(t) u^{p_n} + \xi_n^{-p_n} (1 + \rho_{n1}(\bullet) + \rho_{n2}(\bullet)) + \Theta_n / K.$$

其中: $\rho_{n1}(\bullet)$ 和 $\rho_{n2}(\bullet)$ 是已知的非负光滑函数, Θ_n 是未知的正常数 选择如下光滑自适应控制律:

$$\begin{cases} u = \Gamma \xi_n N(\lambda) (1 + \rho_{n1}(\bullet) + \rho_{n2}(\bullet))^{1/p_n}, \\ \dot{\lambda} = \lambda \xi_n^{p_n+1} (1 + \rho_{n1}(\bullet) + \rho_{n2}(\bullet)). \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\Gamma > 0$ 和 $\lambda > 0$ 是设计常数 则有

$$V_n = \sum_{i=1}^n \xi_i^{p_i+1} + \frac{\Gamma^{p_n}}{\lambda} g(t) N^{p_n}(\lambda) \dot{\lambda} + \dot{\lambda} / \lambda + \Theta_n / K. \quad (12)$$

至此便完成了控制器的设计.

定理 1 如果假设 1~ 假设 4 成立, 将上述控制器设计程序应用于系统(1), 则对任意的初始条件, 闭环系统的所有信号在区间 $[0, \infty)$ 上有界 另外, 适当调整设计参数, 可使输出跟踪误差在有限时间后变得适当小

证明 本文设计的控制器是光滑的, 所以闭环系统的解在区间 $[0, t_f)$ 上有定义 根据引理 1, 令

$$a = (p + 1) \frac{\xi_k^{-p_k+2}}{p - p_k + 2}, \quad b = \frac{p_k - 1}{p - p_k + 2}, \quad m = \frac{p + 1}{p - p_k + 2},$$

可得

$$(p + 1) \frac{\xi_k^{-p_k+2}}{p - p_k + 2} \xi_k^{p_k+1} + \frac{p_k - 1}{p - p_k + 2} \xi_k^{p_k+1} \quad (13)$$

所以式(12)可变为

$$V_n = (p + 1) V_n + \frac{\Gamma^{p_n}}{\lambda} g(t) N^{p_n}(\lambda) \dot{\lambda} +$$



$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + \frac{\Theta_0}{K} + \sum_{i=1}^n \frac{p_i - 1}{p_i - p_i + 2} \quad (14)$$

由式(14)得

$$\begin{aligned} & 0 \quad V_n(t) \\ & V_n(0) + \frac{1}{\lambda} e^{-(p+1)t} \int_0^t (\Gamma^{p_n} g(\tau) N^{p_n}(\lambda) + \\ & 1) \lambda e^{(p+1)\tau} d\tau + e^{-(p+1)t} \left[\frac{\Theta_0}{K} + \right. \\ & \left. \sum_{k=1}^n \frac{p_k - 1}{p_k - p_k + 2} \right] e^{(p+1)\tau} d\tau \end{aligned} \quad (15)$$

因为 Θ_0 是常数, 所以

$$e^{-(p+1)t} \left[\frac{\Theta_0}{K} + \sum_{k=1}^n \frac{p_k - 1}{p_k - p_k + 2} \right] e^{(p+1)\tau} d\tau$$

有界. 由引理 7 知 $V(t)$ 和 $\lambda(t)$ 在区间 $[0, t_f)$ 上有界, 从而闭环系统的状态变量在区间 $[0, t_f)$ 上有界. 由注 1 知 $t_f = \infty$, 由此可推出虚拟控制律 μ_i 和控制律 u 有界, 再由 y_r 的有界性知 x_i 是有界的. 由控制器的设计过程和定理的证明可知, 适当调整 Γ, λ 和 K , 可使跟踪误差 $|y - y_r|$ 在有限时间后变得适当小.

4 仿真实例

考虑如下非线性系统:

$$\dot{x}_1 = x_2^3 + x_1 e^{d(t)x_1}, \dot{x}_2 = g(t)u^3, y = x_1$$

其中: $|d(t)| \leq \theta, \theta > 0$ 是未知常数, 时变参数 $g(t)$ 在未知闭区间 $I = [l^-, l^+]$ 内取值, 且 $0 \in I, g(t)$ 的符号(即控制方向)是未知的. 控制目标是设计光滑自适应控制律, 使得系统的输出能够跟踪参考信号 $y_r(t), |y_r(t)| \leq M, |\dot{y}_r(t)| \leq M, M > 0$ 是未知常数.

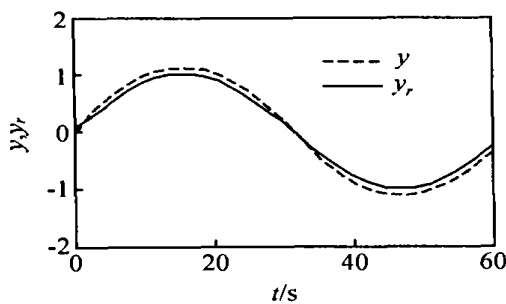


图 1 参考信号 y_r 和闭环系统输出 y

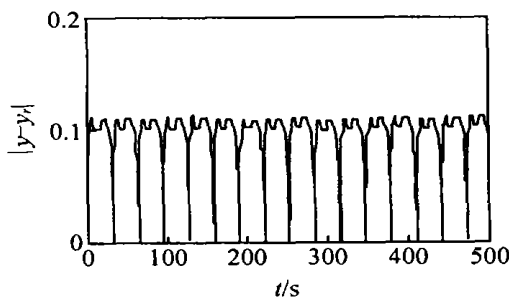


图 2 跟踪误差 $|y - y_r|$

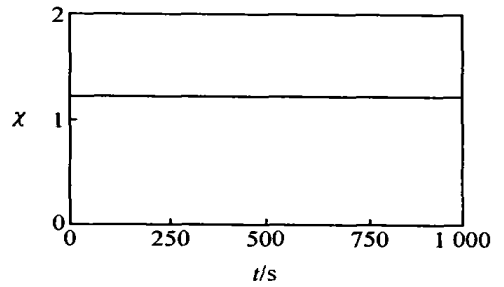


图 3 自适应参数 λ

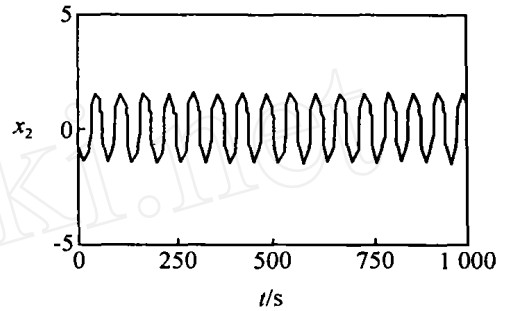


图 4 状态 x_2

仿真时取 $d(t) = \sin(t), g(t) = 1 + 0.5 \sin(t)$; 初始条件 $x_1(0) = 1, x_2(0) = 1, \lambda(0) = 0$; 设计参数 $\Gamma = 1, \lambda = 1, K = 10; y_r = \sin(0.1t)$. 仿真结果如图 1 ~ 图 4 所示, 可以看出控制效果良好.

5 结 论

本文针对一类控制方向未知且有不可控不稳定线性化的不确定本质非线性系统, 应用 Nussbaum-type 增益技术和 Adding a power integrator 递推设计方法, 设计了一种鲁棒自适应状态反馈控制器. 设计过程中仅要求时变不确定性、参考信号及其一阶导数有界, 但其界可以未知. 所设计的控制器能保证闭环系统所有信号全局一致有界, 特别是通过适当调整控制器设计参数, 可使输出跟踪误差在有限时间后适当小.

参考文献 (References)

- [1] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design* [M]. New York: Wiley, 1995.
- [2] 王强德, 井元伟, 张嗣瀛. 一类不确定非线性系统的鲁棒自适应 ϵ -输出跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2004, 19(6): 711-713.
(Wang Q D, Jing Y W, Zhang S Y. Robust Adaptive ϵ -output-tracking Control for a Class of Uncertain Nonlinear Systems[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(6): 711-713.)
- [3] Lin W, Qian C J. Adding a Power Integrator: A Tool for Global Stabilization of High-order Cascade Nonlinear Systems[J]. *Systems and Control Letters*, 2000, 39

- (5): 339-351
- [4] Qian C J, Lin W. Practical Output Tracking of Nonlinear Systems with Uncontrollable Unstable Linearization [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(1): 21-36
- [5] Wang Q D, Jing Y W, Zhang S Y. Adaptive Practical Output Tracking of a Class of Nonlinear Systems [J]. *J of Control Theory and Applications*, 2004, 2(2): 117-120
- [6] Wang Q D, Jing Y W, Zhang S Y. Adaptive and Practical Output Tracking Control of Nonlinear Systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(3): 357-363
- [7] Lin W, Qian C J. Adaptive Control of Nonlinearly Parameterized System: A Nonsmooth Feedback Framework [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(5): 757-774
- [8] Ryan E P. A Nonlinear Universal Servomechanism [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(4): 753-761
- [9] Ye X D. Asymptotic Regulation of Time-varying Uncertain Nonlinear Systems with Unknown Control Directions [J]. *Automatica*, 1999, 35(5): 929-935
- [10] Nussbaum R D. Some Remark on the Conjecture in Parameter Adaptive Control [J]. *Systems and Control Letters*, 1983, 3(4): 243-246
- [11] Sam S Z, Wang G J. Robust Adaptive Tracking for Time-varying Uncertain Nonlinear Systems with Unknown Control Coefficients [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(8): 1463-1469
- [12] Ryan E P. A Universal Adaptive Stabilizer for a Class of Nonlinear Systems [J]. *Systems and Control Letters*, 1991, 16(3): 209-218

(上接第 247 页)

- [40] Michel G, Gilbert L, Frederic S. A Tabu Search Heuristic for the Undirected Selective Traveling Salesman Problem [J]. *European J of Operational*, 1998, 106(1): 539-545
- [41] 方惠慧, 刘光远, 贺一, 等. 一种基于插入法的禁忌搜索算法 [J]. *西南师范大学学报*, 2003, 28(6): 887-891.
(Fang Y H, Liu G Y, He Y, et al. A Tabu Search Algorithm Based on Insertion Method [J]. *J of South West China Normal University*, 2003, 28(6): 887-891.)
- [42] Hopfield J J, Tank D W. Neural Computation of Decision in Optimization Problem [J]. *Biol Cybern*, 1985, 52(1): 141-152
- [43] 王凌, 郑大钟. TSP 及其基于 Hopfield 网络优化的研究 [J]. *控制与决策*, 1999, 14(6): 670-674.
(Wang L, Zheng D Z. Study on TSP and Optimization Based on Hopfield Neural Network [J]. *Control and Decision*, 1999, 14(6): 670-674.)
- [44] Wilson V, Pawlay G S. On the Stability of the TSP Problem Algorithm of Hopfield and Tank [J]. *Biol Cybern*, 1988, 58(1): 63-70
- [45] Xu X, Tsai W T. Effective Neural Algorithms for the Traveling Salesman Problem [J]. *Neural Network*, 1991, 4(1): 193-205
- [46] Wang S, Tsai C M. Hopfield Nets with Time-varying Energy Function for Solving the Traveling Salesman Problem [A]. *Int J Conf on Neural Networks* [C]. Seattle, Washington, 1991: 807-812
- [47] Aiyer S V B, Iranjan M, Fallside F. A Theoretical Investigation into the Performance of the Hopfield Model [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1990, 1(2): 204-215
- [48] Ackley D H, Hinton G E, Sejnowski T J. A Learning Algorithm for Boltzmann Machines [J]. *Cognitive Science*, 1985, 9(1): 147-169
- [49] Tang Z, Jin H H, Murao K, et al. A Gradient Ascent Learning for Hopfield Networks [J]. *Trans of IEICE of Japan*, 2000, J83-A(3): 319-331
- [50] 金海和, 陈剑, 唐政, 等. 基于 Hopfield 网络的极小值问题学习算法 [J]. *清华大学学报*, 2002, 42(6): 731-734.
(Jin H H, Chen J, Tang Z, et al. Learning Algorithm for Solving Local Minimum Problems Based on Hopfield Network [J]. *J of Tsinghua University*, 2002, 42(6): 731-734.)
- [51] Shi Y H, Eberhart R C. A Modified Particle Swarm Optimizer [A]. *IEEE Int Conf on Evolutionary Computation* [C]. Anchorage, 1998: 69-73
- [52] Maurice Clerc. *Discrete Particle Swarm Optimization Illustrated by the Traveling Salesman Problem* [DB/OL]. <http://www.mauriceclerc.net>, 2000
- [53] 高尚, 韩斌, 吴小俊, 等. 求解旅行商问题的混合粒子群优化算法 [J]. *控制与决策*, 2004, 19(11): 1286-1289.
(Gao S, Han B, Wu X J, et al. Solving Traveling Salesman Problem by Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(11): 1286-1289.)