第21卷 第3期
Vol 21 No. 3
控 制 与 决 策
Control and Decision
2006年3月
Mar. 2006

文章编号: 1001-0920(2006)03-0276-05

跳变双线性随机离散组合系统的保成本分散控制

张小美[1,2], 郑毓蕃[2]
(1. 南通大学 理学院, 江苏 南通 226007; 2. 华东师范大学 计算机科学技术系, 上海 200062)

摘 要: 研究一类跳变双线性随机离散组合系统的保成本分散控制问题. 首先给出问题可解的充分条件, 然后基于线性矩阵不等式方法设计保成本分散状态反馈控制律. 理想的保成本分散状态反馈控制器可通过应用现有的软件, 求解一组线性矩阵不等式而得到. 仿真例子说明了该方法的有效性.

关键词: 分散控制; 保成本控制; 双线性系统; 跳变系统; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP13　　**文献标识码**: A

Guaranteed Cost Decentralized Control for Bilinear Stochastic Discrete-time Interconnected Systems

ZHANG Xiao-mei[1,2], *ZHENG Yu-fan*[2]
(1. School of Science, Nantong University, Nantong 226007, China; 2. Department of Computer Science and Technology, East China Normal University, Shanghai 200062, China. Correspondent: ZHANG Xiao-mei, E-mail: zhangxiaomei@pub.nt.jsinfo.net)

Abstract: The problem of guaranteed cost decentralized control for an interconnected bilinear stochastic discrete-time system with finite Markovian jump is investigated. The system under consideration is subject to time-varying norm-bounded parameter uncertainties and unknown nonlinear interconnections among subsystems. A sufficient condition for solvability of the problem is presented. An algorithm of the design of a guaranteed cost decentralized state feedback control law is given by means of linear matrix inequality (LMI) approach. A simulation example is provided to illustrate the effectiveness of the developed results.

Key words: Decentralized control; Guaranteed cost control; Bilinear systems; Jump systems; LMI

1 引 言

在实际控制问题中, 存在许多复杂的控制系统, 如电力系统、经济系统、复杂大工业生产过程、计算机集成制造等, 其中相当一部分是组合系统. 有关组合系统的控制问题, 尤其是分散控制问题, 受到了许多学者的关注[1~3].

跳变系统是一类有多个模态的混杂系统, 它是描述系统由于元件故障、环境突变等发生结构上变化较为合适的数学模型. 跳变系统在制造系统、航天系统、目标跟踪、机器人技术等领域均有应用, 因而引起了研究者的兴趣[4~6]. 文献[6]研究了不确定双线性连续时间状态时滞Ito型随机系统的鲁棒状态反馈控制问题. 然而, 针对跳变双线性随机离散组合系统的分散控制问题尚未见报道.

本文研究一类跳变双线性随机离散组合系统的保成本分散控制问题, 目的是设计分散状态反馈保成本控制律, 使得相应的闭环系统鲁棒随机稳定, 且满足保成本性能指标.

2 问题描述

设(Ω, F, P)是完备概率空间, 其中Ω是样本空间, F是由Ω的某些子集构成的σ代数. 考虑概率空间(Ω, F, P)上, 由以下N个子系统组成的不确定

收稿日期: 2005-01-05; **修回日期**: 2005-04-11.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60474076).
作者简介: 张小美(1964—), 女, 江苏南通人, 副教授, 博士生, 从事非线性系统、鲁棒控制的研究; 郑毓蕃(1941—), 男, 江苏南通人, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统、鲁棒控制等研究.

跳变双线性随机离散组合系统 S:

$$\begin{cases} x_i(k+1) = \\ A_i(\eta(k),k)x_i(k) + B_i(\eta(k),k)u_i(k) + \\ \sum_{l=1}^{q_i} E_{il}(\eta(k))x_i(k)w_{il}(k) + \\ \sum_{j=1}^{N} G_{ij}(\eta(k),k)g_{ij}(\eta(k),x_j(k)), \\ x_i(0) = x_{i0}, \eta(0) = \eta_0, i = 1,2,\cdots,N. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x_i(k) \in R^{n_i}$, $u_i(k) \in R^{m_i}$ 分别是第 i 个子系统的状态和输入; $w_i(k) = [w_{i1}(k),\cdots,w_{iq_i}(k)]^\tau \in R^{q_i}(k \geq 0)$ 是相互独立的零均值白噪声序列, 满足

$$E\{w_{il}(k)w_{il}(h)\} = \delta(k-h),$$
$$l = 1,2,\cdots,q_i, i = 1,2,\cdots,N.$$

上标 τ 表示转置, $E\{\bullet\}$ 表示数学期望, $\eta(k)(k \geq 0)$ 是取值于有限集 $\underline{s} = \{1,2,\cdots,s\}$ 上的齐次马尔可夫链, 转移概率为

$$P(\eta(k+1) = \beta | \eta(k) = \alpha) = p_{\alpha\beta} \tag{2}$$

其中: $p_{\alpha\beta} \geq 0$, $\forall \alpha,\beta \in \underline{s}$, $\sum_{\beta=1}^{s} p_{\alpha\beta} = 1$. 假设 $w_i(k)$, $x_i(0)$, $\eta(k)$ 相互独立, 且有

$$A_i(\eta(k),k) = A_i(\eta(k)) + \Delta A_i(\eta(k),k),$$
$$B_i(\eta(k),k) = B_i(\eta(k)) + \Delta B_i(\eta(k),k),$$
$$G_{ij}(\eta(k),k) = G_{ij}(\eta(k)) + \Delta G_{ij}(\eta(k),k).$$

其中: $A_i(\eta(k))$, $B_i(\eta(k))$, $E_{il}(\eta(k))$ 和 $G_{ij}(\eta(k))$ 是已知的适当维数的实值矩阵; $\Delta A_i(\eta(k),k)$, $\Delta B_i(\eta(k),k)$ 和 $\Delta G_{ij}(\eta(k),k)$ 是未知的时变矩阵, 用于描述系统参数的不确定性; $g_{ij}(\eta(k),x_j(k))$ 是未知的向量函数, 表示各子系统间的非线性关联; x_{i0} 和 η_0 分别是初始状态和初始模态.

设系统的不确定性参数 $\Delta A_i(\eta(k),k)$, $\Delta B_i(\eta(k),k)$ 和 $\Delta G_{ij}(\eta(k),k)$ 具有如下结构:

$$[\Delta A_i(\eta(k),k), \Delta B_i(\eta(k),k)] = $$
$$M_i(\eta(k))F_i(\eta(k),k)[N_{ai}(\eta(k)), N_{bi}(\eta(k))], \tag{3}$$
$$\Delta G_{ij}(\eta(k),k) = L_i(\eta(k))F_{ij}(\eta(k),k)N_{ij}(\eta(k)). \tag{4}$$

其中: $M_i(\eta(k))$, $N_{ai}(\eta(k))$, $N_{bi}(\eta(k))$, $L_i(\eta(k))$ 和 $N_{ij}(\eta(k))$ 是已知的适当维数的实值矩阵, $F_i(\eta(k),k)$ 和 $F_{ij}(\eta(k),k)$ 是未知的时变矩阵函数, 满足

$$\| F_i(\eta(k),k) \| \leq 1, \| F_{ij}(\eta(k),k) \| \leq 1. \tag{5}$$

对于未知的非线性函数 $g_{ij}(\eta(k),x_j(k))$, 作如下假设:

假设 1　对于固定的系统模态, 存在已知的实值矩阵 $W_{ij}(\eta(k))$, $i,j = 1,2,\cdots,N$, $\eta(k) \in \underline{s}$, 使得 $\forall \xi \in R^{n_j}$, $\eta(k) \in \underline{s}$, 有

$$\| g_{ij}(\eta(k),\xi) \| \leq \| W_{ij}(\eta(k))\xi \|,$$
$$i,j = 1,2,\cdots,N. \tag{6}$$

取成本函数

$$J = \sum_{i=1}^{N} E\Big\{ \sum_{k=0}^{\infty} [x_i^\tau(k)Q_i(\eta(k))x_i(k) + u_i^\tau(k)R_i(\eta(k))u_i(k)] \Big| x_{i0}, \eta_0 \Big\}. \tag{7}$$

其中: $\forall \eta(k) \in \underline{s}$, 权矩阵满足 $Q_i(\eta(k)) > 0$, $R_i(\eta(k)) > 0$.

定义 1　设 $x_i(k; x_{i0}, \eta_0)$ 是状态 $x_i(k)$ 从初始状态 (x_{i0}, η_0) 出发的轨迹. 如果对于所有满足式 (3)～(5) 的不确定性参数和满足假设 1 的未知非线性函数, 均有

$$\sum_{i=1}^{N} E\Big\{ \sum_{k=0}^{\infty} \| x_i(k; x_{i0}, \eta_0) \|^2 \Big| x_{i0}, \eta_0 \Big\} < \infty,$$

则称系统 S $(u_i(k) \equiv 0, i = 1,2,\cdots,N)$ 是鲁棒随机稳定的.

定义 2　考虑系统 S 和成本函数 (7). 如果存在分散控制律 $u_i^*(k)$ 和常数 $J^* > 0$, 使得闭环系统鲁棒随机稳定且 $J \leq J^*$, 则称分散控制律 $u_i^*(k)$ 是系统 S 关于成本函数 (7) 的保成本分散控制律, J^* 是系统 S 关于成本函数 (7) 的一个保成本性能指标.

如下定理给出了系统 S 存在关于成本函数 (7) 的保成本分散控制律的充分条件.

定理 1　考虑系统 S 和成本函数 (7). 如果存在分散状态反馈控制律

$$u_i(k) = K_i(\eta(k))x_i(k), i = 1,2,\cdots,N, \tag{8}$$

使得对于所有满足式 (3)～(5) 的不确定性参数和满足假设 1 的未知非线性函数, 下列条件成立:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{N} \Big\{ \Big[(A_i(\alpha,k) + B_i(\alpha,k)K_i(\alpha))x_i(k) + \\ &\sum_{j=1}^{N} G_{ij}(\alpha,k)g_{ij}(\alpha,x_j(k)) \Big]^\tau \overline{P_i}(\alpha) \times \\ &\Big[(A_i(\alpha,k) + B_i(\alpha,k)K_i(\alpha))x_i(k) + \\ &\sum_{j=1}^{N} G_{ij}(\alpha,k)g_{ij}(\alpha,x_j(k)) \Big] - x_i^\tau(k)P_i(\alpha)x_i(k) + \\ &\sum_{l=1}^{q_i} x_i^\tau(k)E_{il}^\tau(\alpha)\overline{P_i}(\alpha)E_{il}(\alpha)x_i(k) + \\ &x_i^\tau(k)[Q_i(\alpha) + K_i^\tau(\alpha)R_i(\alpha)K_i(\alpha)]x_i(k) \Big\} < 0, \\ &\forall \alpha \in \underline{s}, i = 1,2,\cdots,N. \end{aligned} \tag{9}$$

其中

$$\overline{P_i}(\alpha) = \sum_{\beta=1}^{s} p_{\alpha\beta}P_i(\beta), P_i(\beta) > 0,$$
$$\forall \beta \in \underline{s}, i = 1,2,\cdots,N.$$

则控制律 (8) 是系统 S 关于成本函数 (7) 的保成本分散控制律, 且系统 S 关于成本函数 (7) 的一个保成本性能指标为

$$J^* = \sum_{i=1}^{N} E\{x_{i0}^T P_i(\eta_0) x_{i0}\},\ i = 1,2,\cdots,N. \quad (10)$$

证明 在分散状态反馈控制律(8) 作用下, 系统 S 的闭环系统 S_c 由如下子系统组成:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) = &\\ [A_{ci}(\eta(k)) + &\Delta A_{ci}(\eta(k),k)]x_i(k) + \\ \sum_{l=1}^{q_i} &E_{il}(\eta(k))x_i(k)w_{il}(k) + \\ \sum_{j=1}^{N} &G_{ij}(\eta(k),k)g_{ij}(\eta(k),x_j(k)). \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$A_{ci}(\eta(k)) = A_i(\eta(k)) + B_i(\eta(k))K_i(\eta(k)),$$
$$\Delta A_{ci}(\eta(k),k) =$$
$$\Delta A_i(\eta(k),k) + \Delta B_i(\eta(k),k)K_i(\eta(k)).$$

取Lyapunov 函数

$$V(x(k),\eta(k)) = \sum_{i=1}^{N} x_i^T(k)P_i(\eta(k))x_i(k), \quad (12)$$

其中: $\eta(k) \in \underline{s}$, $x = [x_1^T\ \ x_2^T\ \ \cdots\ \ x_N^T]^T$. 则沿闭环系统 S_c 的轨迹, 函数 $V(x(k),\eta(k))$ 的前向一阶差分在 $x(k)$ 和 $\eta(k) = \alpha$ 下的数学期望为

$$\begin{aligned} \Delta V := &\\ \sum_{i=1}^{N}\Big\{\Big[&(A_{ci}(\alpha) + \Delta A_{ci}(\alpha,k))x_i(k) + \\ \sum_{j=1}^{N}&G_{ij}(\alpha,k)g_{ij}(\alpha,x_j(k))\Big]^T\overline{P}_i(\alpha)\times \\ \Big[&(A_{ci}(\alpha) + \Delta A_{ci}(\alpha,k))x_i(k) + \sum_{j=1}^{N}G_{ij}(\alpha,k)\times \\ g_{ij}&(\alpha,x_j(k))\Big] - x_i^T(k)P_i(\alpha)x_i(k) + \\ \sum_{l=1}^{q_i}&x_i^T(k)E_{il}^T(\alpha)\overline{P}_i(\alpha)E_{il}(\alpha)x_i(k)\Big\}. \end{aligned} \quad (13)$$

由不等式(9) 得

$$\Delta V < -\sum_{i=1}^{N} x_i^T(k)\widetilde{R}_i(\alpha)x_i(k), \quad (14)$$

其中

$$\widetilde{R}_i(\alpha) = Q_i(\alpha) + K_i^T(\alpha)R_i(\alpha)K_i(\alpha)\ (>0).$$

记 $\lambda = \min_{1\le i\le N,\ \alpha\in \underline{s}}\{\lambda_{\min}(\widetilde{R}_i(\alpha))\} > 0$, 则

$$\begin{aligned} E\{V(x(k+1),\eta(k+1))\,|\,x(k),\eta(k)\} - &\\ V(x(k),\eta(k)) < -\lambda\sum_{i=1}^{N}\|x_i(k)\|^2. \end{aligned} \quad (15)$$

根据条件数学期望的性质, 可得

$$E\{E\{V(x(k+1),\eta(k+1))\,|\,x(k),\eta(k)\}\} =$$
$$E\{V(x(k+1),\eta(k+1))\}.$$

于是

$$\begin{aligned} E\{V(x(T),\eta(T)) - V(x(0),\eta_0)\} = &\\ \sum_{k=0}^{T-1}E\{E\{V(x(k+1),\eta(k+1))\,|\,x(k),\eta(k)\} - &\\ V(x(k),\eta(k))\} < -\lambda\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{T-1}E\{\|x_i(k)\|^2\},& \\ \forall T \ge 1,\ i = 1,2,\cdots,N.& \end{aligned} \quad (16)$$

式(16) 两边取条件数学期望 $E\{\bullet\,|\,x(0),\eta_0\}$, 得

$$\begin{aligned} (0\le)E\{V(x(T),\eta(T))\,|\,x(0),\eta_0\} < &\\ E\{V(x(0),\eta_0)\} - \lambda\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{T-1}E\{\|x_i(k)\|^2\,|\,x_{i0},\eta_0\},& \\ \forall T\ge 1,\ i = 1,2,\cdots,N.& \end{aligned}$$

令 $T\to\infty$, 得

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{\infty}E\{\|x_i(k)\|^2\,|\,x_{i0},\eta_0\} \le &\\ \frac{1}{\lambda}E\{V(x(0),\eta_0)\} < \infty.& \end{aligned} \quad (17)$$

根据定义1, 闭环系统 S_c 是鲁棒随机稳定的. 由条件数学期望的平滑性进一步可得

$$\begin{aligned} E\{E\{V(x(k+1),\eta(k+1))\,|\,x(k),&\\ \eta(k)\}\,|\,x(0),\eta_0\} =&\\ E\{V(x(k+1),\eta(k+1))\,|\,x(0),\eta_0\}.& \end{aligned}$$

利用这一关系式, 可得

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N}E\Big\{\sum_{k=0}^{T-1}[x_i^T(k)Q_i(\eta(k))x_i(k) + &\\ u_i^T(k)R_i(\eta(k))u_i(k)]\,|\,x_{i0},\eta_0\Big\} < &\\ E\{V(x(0),\eta_0)\},\ \forall T\ge 1.& \end{aligned} \quad (18)$$

令 $T\to\infty$, 得

$$J \le E\{V(x(0),\eta_0)\} = \sum_{i=1}^{N}E\{x_{i0}^T P_i(\eta_0)x_{i0}\}. \quad (19)$$

定理得证. □

注1 如果系统 S 中的初始状态 x_{i0} 是零均值的随机变量, $E\{x_{i0}x_{i0}^T\} = I$, 则

$$J^* = \sum_{i=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{s}p_{\eta_0\beta}\mathrm{tr}(P_i(\beta)),\ i = 1,2,\cdots,N. \quad (20)$$

注2 若系统 S 只有一个模态, 且不含有白噪声, 即 $E_{il}(\eta(k)) = 0$, $\forall i, l$, 则系统 S 可化为文献[3] 讨论的确定性系统.

注3 系统 S 可用于描述许多重要的物理系统, 如制造系统[7] 等. 不确定性参数 $\Delta A_i(\eta(k),k)$, $\Delta B_i(\eta(k),k)$, $\Delta G_{ij}(\eta(k),k)$ 和未知的非线性函数 $g_{ij}(\eta(k),x_j(k))$ 反映了系统 S 数学模型中的不精确性; $\sum_{l=1}^{q_i}E_{il}(\eta(k))x_i(k)w_{il}(k)$ 可看作第 i 个子系统的随机扰动.

3　主要结果

下面给出系统 S 关于成本函数(7) 的保成本分散状态反馈控制律的设计方法.

定理 2　考虑系统 S 和成本函数(7). 如果 $\forall \alpha \in \underline{s}$, 存在常数 $\epsilon_i(\alpha) > 0, \epsilon_{ij}(\alpha) > 0$, 矩阵 $X_i(\alpha) > 0, Y_i(\alpha), i, j = 1, 2, \cdots, N$, 使得如下线性矩阵不等式对于每个 $\alpha \in \underline{s}$ 均成立:

$$\begin{bmatrix} -X_i(\alpha) & 0 & H_i(\alpha) & X_i(\alpha)\overline{E}_i(\alpha) & S_i(\alpha) & X_i(\tau)\widetilde{Q}_i^{\tau}(\alpha) & Y_i^{\tau}(\alpha) \\ * & \chi_i(\alpha) & \overline{G}_i^{\tau}(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Psi_i(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\Xi_i & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\epsilon_i(\alpha)I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -R_i^{-1}(\alpha) \end{bmatrix} < 0,$$

$$i = 1, 2, \cdots, N. \tag{21}$$

其中

$$H_i(\alpha) = (X_i(\alpha)A_i^{\tau}(\alpha) + Y_i^{\tau}(\alpha)B_i^{\tau}(\alpha))U(\alpha),$$

$$U(\alpha) = [\sqrt{p_{\alpha 1}}I, \sqrt{p_{\alpha 2}}I, \cdots, \sqrt{p_{\alpha s}}I],$$

$$\overline{E}_i(\alpha) = [E_{i1}^{\tau}(\alpha)U(\alpha), \cdots, E_{is}^{\tau}(\alpha)U(\alpha)],$$

$$\chi_i(\alpha) = \mathrm{diag}\left\{\begin{bmatrix} -I & N_{i1}^{\tau}(\alpha) \\ N_{i1}(\alpha) & -\epsilon_{i1}(\alpha)I \end{bmatrix}, \cdots, \begin{bmatrix} -I & N_{iN}^{\tau}(\alpha) \\ N_{iN}(\alpha) & -\epsilon_{iN}(\alpha)I \end{bmatrix}\right\},$$

$$\Xi_i = \mathrm{diag}\{\underbrace{\overline{X}_i, \cdots, \overline{X}_i}_{q_i}\}, \sigma_i(\alpha) = \sum_{j=1}^{N} \epsilon_{ij}(\alpha),$$

$$\overline{X}_i = \mathrm{diag}(X_i(1), X_i(2), \cdots, X_i(s)\},$$

$$\overline{G}_i(\alpha) = [[U^{\tau}(\alpha)G_{i1}(\alpha) \quad 0], \cdots, [U^{\tau}(\alpha)G_{iN}(\alpha) \quad 0]],$$

$$\Psi_i(\alpha) = -\overline{X}_i + \epsilon_i(\alpha)U^{\tau}(\alpha)M_i(\alpha)M_i^{\tau}(\alpha)U(\alpha) + \sigma_i(\alpha)U^{\tau}(\alpha)L_i(\alpha)L_i^{\tau}(\alpha)U(\alpha),$$

$$S_i(\alpha) = X_i(\alpha)N_{ai}^{\tau}(\alpha) + Y_i^{\tau}(\alpha)N_{bi}^{\tau}(\alpha),$$

$$\widetilde{Q}_i^{\tau}(\alpha)\widetilde{Q}_i(\alpha) = \sum_{j=1}^{N} W_{ji}^{\tau}(\alpha)W_{ji}(\alpha) + Q_i(\alpha),$$

* 表示对称块. 则当 $K_i(\alpha) = Y_i(\alpha)X_i^{-1}(\alpha)$ ($\alpha \in \underline{s}$) 时, 分散状态反馈控制律(8) 是系统 S 关于成本函数(7) 的保成本分散控制律, 且系统 S 关于成本函数(7) 的一个保成本性能指标为

$$J^* = \sum_{i=1}^{N} E\{x_{i0}^{\tau}X_i^{-1}(\eta_0)x_{i0}\}, i = 1, 2, \cdots, N. \tag{22}$$

应用定理 1 即可证明, 此略.

4　仿真例子

为证明上述设计方法的有效性, 考虑具有两个模态并由两个子系统组成的系统 S. 设模态间的切换由马尔可夫链 $\eta(k)$ 确定, 其转移概率为

$$p_{11} = p_{12} = 0.5, p_{21} = 0.3, p_{22} = 0.7.$$

系统 S 的其他参数如下:

$$A_1(1) = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}, A_2(1) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.15 \end{bmatrix},$$

$$B_1(1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B_2(1) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$G_{11}(1) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}, G_{21}(1) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$G_{12}(1) = G_{22}(1) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$M_1(1) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}, N_{a1}(1) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.1 & -0.1 \end{bmatrix},$$

$$N_{b1}(1) = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.1 \\ -0.1 & -0.1 \end{bmatrix}, M_2(1) = 0.1I_2,$$

$$N_{a2}(1) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix},$$

$$N_{b2}(1) = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.1 \\ 0.1 & -0.2 \end{bmatrix},$$

$$N_{11}(1) = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.1 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, N_{12}(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$N_{21}(1) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.3 \end{bmatrix}, N_{22}(1) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$g_{11}(1, x_1) = 0.2x_1\sin(x_{11} - x_{12}),$$

$$g_{22}(1, x_2) = 0.2x_2\cos(x_{21} - x_{22}),$$

$$g_{11}(2, x_1) = 0.2x_1\cos(x_{11} + x_{12}),$$

$$g_{22}(2, x_2) = 0.2x_2\sin(x_{21} + x_{22}),$$

$$g_{12}(1, x_2) = g_{12}(2, x_2) = \begin{bmatrix} 0.1(\sin x_{21} - \sin x_{22}) \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$g_{21}(1, x_1) = g_{21}(2, x_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1(\sin x_{11} - \sin x_{12}) \end{bmatrix},$$

$$x_i = [x_{i1}^{\tau} \quad x_{i2}^{\tau}]^{\tau}, i = 1, 2, E_{11}(1) = E_{21}(1) = 0.1I_2,$$

$$W_{11}(1) = W_{12}(1) = W_{21}(1) = W_{22}(1) = 0.1I_2,$$

$$L_1(1) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, L_2(1) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$A_1(2) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 1 \end{bmatrix}, A_2(2) = \begin{bmatrix} 1 & 0.05 \\ -0.06 & 1.1 \end{bmatrix},$$

$$B_1(2) = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}, B_2(2) = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$G_{11}(2) = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0.1 & -0.2 \end{bmatrix}, G_{12}(2) = 0.1I_2,$$

$G_{21}(2) = 0.3I_2, G_{22}(2) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.01 \\ 0.01 & 0.5 \end{bmatrix}$,

$M_1(2) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.05 \\ -0.02 & 0.3 \end{bmatrix}, M_2(2) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}$,

$N_{a1}(2) = 0.1I_2, N_{b1}(2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$,

$N_{a2}(2) = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.1 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}$,

$N_{b2}(2) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ -0.1 & 0.2 \end{bmatrix}$,

$N_{11}(2) = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, N_{12}(2) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ -0.1 & 0 \end{bmatrix}$,

$N_{21}(2) = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, N_{22}(2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$,

$L_1(2) = L_2(2) = 0.1I_2$,

$E_{11}(2) = 0.2I_2, E_{21}(2) = 0.3I_2$,

$W_{11}(2) = W_{12}(2) = W_{21}(2) = W_{22}(2) = 0.2I_2$,

$Q_1(1) = Q_2(1) = Q_1(2) = Q_2(2) = 0.1I_2$,

$R_1(1) = R_2(1) = R_1(2) = R_2(2) = I_2$.

利用Matlab 中LMI工具箱求解线性矩阵不等式(20), 得分散状态反馈控制律 $u_i(k) = K_i(\eta(k))x_i(k)$ $(i = 1, 2)$ 中的增益矩阵为

$$K_1(1) = \begin{bmatrix} 0.013\,4 & 0.068\,8 \\ -0.031\,3 & 0.055\,5 \end{bmatrix},$$

$$K_2(1) = \begin{bmatrix} -0.056\,9 & -0.007\,3 \\ -0.025\,3 & 0.012\,3 \end{bmatrix},$$

$$K_1(2) = \begin{bmatrix} -0.046\,9 & 0.109\,9 \\ -0.023\,9 & -0.034\,3 \end{bmatrix},$$

$$K_2(2) = \begin{bmatrix} -1.060\,0 & 0.445\,9 \\ 0.309\,3 & -0.871\,5 \end{bmatrix}.$$

根据定理2, 上述控制律是系统 S 关于成本函数(7) 的保成本分散控制. 设马尔可夫链的初始状态 $\eta_0 = 1$, 根据注1, 得系统 S 关于成本函数(7) 的一个保成本性能指标 $J^* = 4.579\,5$. 在模态1和模态2下, 闭环系统的状态响应分别如图1和图2所示.

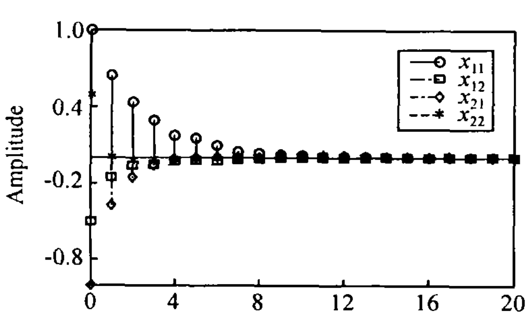

图1 模态1下闭环系统的状态响应

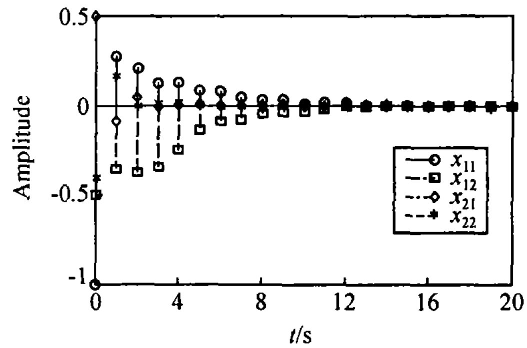

图2 模态2下闭环系统的状态响应

5 结 语

本文针对一类跳变双线性随机离散组合系统, 提出通过分散状态反馈实现保成本控制. 当系统存在不确定性时, 该分散控制器能保证闭环系统鲁棒随机稳定和性能指标不超过某个确定的常数. 利用Lyapunov稳定性理论, 证明了保成本分散控制器的设计可转化为线性矩阵不等式的可行解问题.

参考文献(References)

[1] Jr Sandell N, Varaiya P, Athans M, et al. Survey of Decentralized Control Methods for Large-scale Systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1978, 23(2): 108-128.

[2] Wu H S. Decentralized Adaptive Robust Control for a Class of Large Scale Systems with Uncertainties in the Interconnections[J]. *Int J Control*, 2003, 76(3): 253-265.

[3] 陈国定, 俞立, 杨马英. 一类关联不确定离散系统的分散保性能控制[J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(6): 909-911.
(Chen G D, Yu L, Yang M Y. Decentralized Guaranteed Cost Control of a Class of Interconnected Uncertain Discrete-time Systems [J]. *Control Theory and Applications*, 2002, 19(6): 909-911.)

[4] Ji Y, Chizeck H J. Controllability, Observability and Discrete-time Markovian Jump Linear Quadratic Control [J]. *Int J Control*, 1988, 48(2): 481-498.

[5] Costa O L, Fragoso M D. Stability Results for Discrete-time Linear Systems with Markovian Jumping Parameters [J]. *J of Mathematical Analysis and Applications*, 1993, 179(1): 154-178.

[6] Wang Z D, Qiao H, Burnham K J. On Stabilization of Bilinear Uncertain Time-delay Stochastic Systems with Markovian Jumping Parameters [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(4): 640-646.

[7] Boukas E K, Yang H. Optimal Control of Manufacturing Flow and Preventive Maintenance[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(6): 881-885.