

文章编号: 1001-0920(2006)04-0445-04

## 供应链产品定价行为混沌特性及其混沌预测

路应金, 唐小我, 张勇

(电子科技大学 管理学院, 成都 610054)

**摘要:** 针对供应链时滞对产品供给定价决策的影响, 研究了供给价格弹性  $E_s < 1$  下供应链产品定价行为的非线性机制. 应用混沌理论研究了供应链产品定价行为的混沌特性, 基于最大 Lyapunov 指数对供应链产品供给价格序列进行预测. 最后, 通过实例分析了其应用价值.

**关键词:** 供应链产品; 定价行为; 混沌特性; 价格预测

**中图分类号:** TP27; TP13 **文献标识码:** A

## Chaotic Property of Pricing of Supply Chain Production and Its Price Forecasting

LU Ying-jin, TANG Xiaowen, ZHANG Yong

(School of Management, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China. Correspondent: LU Ying-jin, E-mail: luyingjin@uestc.edu.cn)

**Abstract:** Focused on supply chain delay which affects the pricing decision of supply production, the non-linear characteristic of pricing behavior in a supply chain condition on price elasticity  $E_s < 1$  is studied. Chaotic theory is applied to analyze the chaotic properties of pricing behavior in a supply chain, and a numerical forecast on the series of prices in a supply chain is given based on the maximum Lyapunov exponent. An example demonstrates the applicability.

**Key words:** Supply chain production; Pricing behavior; Chaotic property; Price forecast

### 1 引言

供应链的复杂网链结构不仅延长了供应链时滞, 而且加大了供应链利益协调的难度. 如果节点企业不考虑供应链整体利益而通过产品交易价格优化其局部利益, 则供应链产品供给价格决策会对整个供应链利益产生极大的危害<sup>[1]</sup>. 所以, 供应链中与生产要素、产品交易有关的产品库存决策行为和产品供给定价策略是目前供应链管理研究的热点和难点问题. 为此, 许多学者通过数学建模对供应链库存决策和产品定价进行了深入研究. Rajan 等<sup>[2]</sup>研究了最优库存策略和最优价格确定的策略问题; Balvers 等<sup>[3]</sup>提出了给定库存水平条件下确定最优价格决策的合作贝叶斯更新模型; Bradford 等<sup>[4-6]</sup>提出了产

品价格确定条件下求解最优库存水平的信息贝叶斯更新模型; 文献[7]研究了信息交易条件下供应链产品价格决策问题; 文献[8]研究了垂直信息和横向竞争条件下供应链产品定价方法问题, 即在一个厂商和多个拥有市场需求和自身成本等私有信息的零售商参与横向竞争的条件下, 供应链产品的定价策略问题.

然而, 由于供应链节点企业行为的复杂性, 通过数学模型来对供应链库存决策和产品价格策略进行定量的研究也存在着复杂性, 很难对节点企业之间各因素及各种关系用准确的数理和计量方法加以描述和度量. 显然, 这些研究具有较大的局限性. 由于供应链的复杂网链结构和供应链时滞的存在, 上游

收稿日期: 2005-02-02; 修回日期: 2005-08-01

基金项目: 教育部博士点基金项目(20030614011); 国家杰出青年科学基金项目(79725002); 中国博士后基金项目(2005037810).

作者简介: 路应金(1964—), 男, 宁夏固原人, 讲师, 博士后, 从事供应链管理体的研究; 唐小我(1955—), 男, 四川彭州人, 教授, 博士生导师, 从事管理经济分析等研究.

企业当前的产品供给价格取决于前期下游企业的订货价格和销售价格。所以,下游企业的订货价格高低直接影响了上游企业产品供给价格,而下游企业的需求量也取决于上游企业的供给价格的高低。产品供给价格弹性  $E_s$  和需求价格弹性  $E_d$  之间的联系是供应链内部不同主体之间利益协调的关键因素。而目前研究仅考虑了市场需求不确定性对供应链管理的影响问题,没有考虑产品供给价格弹性和需求价格弹性之间的关系对供应链企业行为的影响。迄今为止,现有文献中与本文研究内容有关的理论研究成果还没有。

本文针对供给价格弹性  $E_s = 1$  条件下供应链产品供给的非线性机制,应用混沌理论研究了供应链产品定价行为的混沌特性,并基于最大Lyapunov指数对供应链产品供给价格序列进行预测。最后,通过实例分析其应用价值。

## 2 供应链产品供给价格非线性机制研究

供应链节点企业在寻优决策时必须考虑供应链中其他节点企业之间的利益协调,而供应链复杂的网链结构加大了这种利益协调的难度。此外,正是由于供应链时滞的存在,上游企业的产品供给变化总是滞后于下游企业的需求变化,上游企业当期供给价格是一种基于前期订货价格和销售价格的预期价格。供应链产品供给定价具有明显的非线性特征,为准确描述这种非线性机制,假设如下:

- 1) 下游企业对上游企业产品价格的反应是瞬时的;
- 2) 上游企业产品供给变化存在时滞性,即从下游企业发出订单到交货之间存在一段时间差;
- 3) 供应链由一个制造商和一个销售商构成,制造商与销售商都可以自由制定各自的价格;
- 4) 该产品生命周期比较短,这样销售商应一次性从制造商处定货,且无退货发生。

若考虑时间因素,设  $t$  时刻下游企业产品的需求量和价格分别为  $Q_{i+1,t}$  和  $p_{i+1,t}$ ,由假设 1) 具体化为

$$Q_{i+1,t} = a - bp_{i+1,t}, \quad a > 0, b > 0 \quad (1)$$

上游企业的产品供给价格为一个预期价格。设  $t$  时刻上游企业产品的供应量和预期价格分别为  $Q_{i,t}$  和  $p_{i,t}^e$ ,由假设 2) 可写出供给价格弹性  $E_s$  与  $Q_{i,t}$  和  $p_{i,t}^e$  之间的关系为<sup>[9]</sup>

$$Q_{i,t} = A (p_{i,t}^e)^{E_s}, \quad A > 0, E_s > 0 \quad (2)$$

上游企业的预期价格由供应时滞  $\tau$  分布形成,

所以在  $\tau$  足够小的条件下,产品供给价格的适应预期方程为<sup>[10]</sup>

$$p_{i,t}^e = \frac{1}{\tau} (p_{i+1,t} - p_{i,t}^e). \quad (3)$$

由市场均衡条件得  $Q_{i+1,t} = Q_{i,t} = Q_e$ , 即  $a - bp_{i+1,t} = A (p_{i,t}^e)^{E_s}$ , 代入式(3) 得上游企业产品的非线性定价模型的连续形式为

$$p_{i,t}^e = \frac{1}{\tau} ((a - A (p_{i,t}^e)^{E_s})/b - p_{i,t}^e). \quad (4)$$

采用  $(p_{i,t+\tau}^e - p_{i,t}^e)/\tau$  代替  $p_{i,t}^e$ , 对式(4) 离散化得到上游企业产品的非线性定价模型的离散形式为

$$p_{i,t+\tau}^e = \frac{a}{b} - \frac{A}{b} (p_{i,t}^e)^{E_s}. \quad (5)$$

其中供给价格弹性  $E_s$  是用来描述价格变化对供给量的影响程度的指数。当  $E_s = 1$  时,  $Q_{it} = A (p_{it}^e)^{E_s}$  为非线性供给函数,上游企业产品的非线性定价模型离散形式为

$$p_{i,t+\tau}^e = \frac{a}{b} - \frac{A}{b} (p_{i,t}^e)^{E_s}. \quad (6)$$

## 3 基于最大Lyapunov指数的供应链产品价格预测

混沌系统的策动因素是相互影响的,因而在时间上先后产生的数据点也是相关的。最大Lyapunov指数作为量化对初始轨迹指数发散和估计系统的混沌量,是系统一个很好的预测参数,基于最大Lyapunov指数的混沌时间序列预测具有广阔的应用前景,其预测原理<sup>[11]</sup>是:设  $Y_M$  为预测中心点,在相空间中,  $Y_M$  的最近的邻近点为  $Y_k$ , 其距离为  $d_M(0)$ , 最大Lyapunov指数为  $\lambda$ , 即

$$d_M(0) = \min_j |Y_M - Y_j| = |Y_M - Y_k|, \quad (7)$$

$$|Y_{M+1} - Y_{k+1}| = |Y_M - Y_k| e^{\lambda}. \quad (8)$$

其中点  $Y_{M+1}$  只有最后一个分量  $x(t_{M+1})$  未知,故  $x(t_{M+1})$  是可需要预测的分量,由此得到基于最大Lyapunov指数的预测模型

## 4 计算机仿真

当  $E_s > 1$  时,  $Q_{it} = A (p_{it}^e)^{E_s}$  为非线性供给函数。为便于分析设  $E_s = 2$ ,  $d = A/b$ ,  $c = a/b$ , 则

$$p_{i,t+\tau}^e = c - d (p_{i,t}^e)^2. \quad (9)$$

当  $E_s = 2$  时,对  $|E_d| > E_s$ ,  $|E_d| = E_s$  和  $|E_d| < E_s$  3种情形进行相空间重构,在时间延迟  $\tau = 1$ , 嵌入维数  $m = 2$  时绘制相空间重构相图如图1所示。

采用小数据量法计算  $|E_d| > E_s$ ,  $|E_d| = E_s$  和  $|E_d| < E_s$  3种情形下的最大Lyapunov指数,计算结果如图2所示。

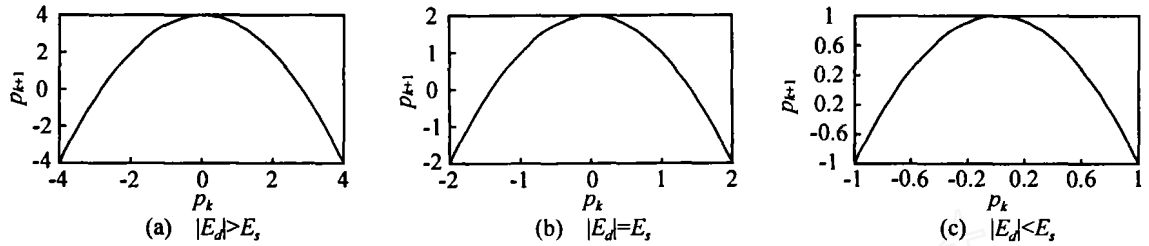


图 1 3 种情形相空间重构相图



图 2 3 种情形下的最大 Lyapunov 指数计算结果

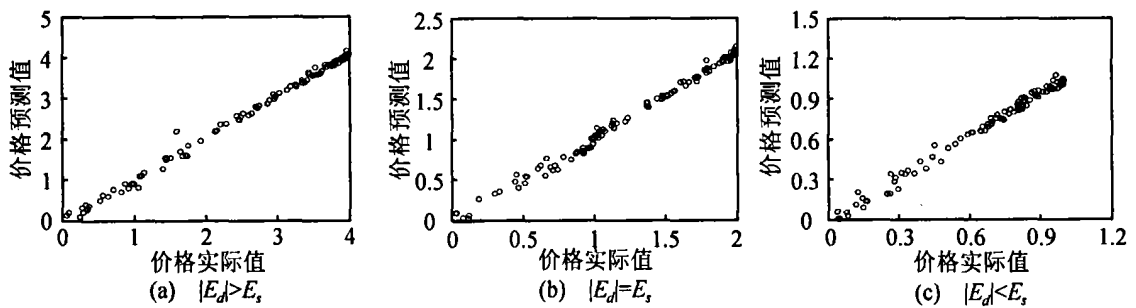


图 3 3 种情形下价格混沌预测结果

表 1 供应链产品价格预测结果对比分析

|               | 预测方法  | 5 次多项式预测 / % | BP 神经网络预测 / % | 混沌预测 / % |
|---------------|-------|--------------|---------------|----------|
| $ E_d  > E_s$ | 均方误差  | 45.95        | 16.97         | 0.0087   |
|               | 均方根误差 | 6.778        | 4.120         | 0.0933   |
| $ E_d  = E_s$ | 均方误差  | 10.82        | 4.229         | 0.0040   |
|               | 均方根误差 | 3.289        | 2.057         | 0.0636   |
| $ E_d  < E_s$ | 均方误差  | 3.022        | 1.531         | 0.0018   |
|               | 均方根误差 | 1.738        | 1.237         | 0.0424   |

基于最大 Lyapunov 指数预测方法对  $|E_d| > E_s$ ,  $|E_d| = E_s$  和  $|E_d| < E_s$  3 种情形下价格预测结果如图 3 所示

通常基于最大 Lyapunov 指数的混沌预测方法的预测效果可通过对比分析该预测方法与神经网络预测法预测结果的均方误差和均方根误差来验证。为了考察基于最大 Lyapunov 指数的混沌预测方法对供应链产品价格的预测效果, 本文同时采用 5 次多项式预测法、网络结构为 1-30-1 的 BP 神经网络预测法和基于最大 Lyapunov 指数的混沌预测法对实例进行了预测, 3 种方法的预测结果如表 1 所示

结果表明: 5 次多项式预测方法的预测误差较

大; 1-30-1 的 BP 神经网络预测法的预测较好; 而基于最大 Lyapunov 指数预测法的预测效果最好。可见, 基于最大 Lyapunov 指数的混沌预测方法的预测效果明显好于其他方法, 利用混沌吸引子规则的、有形的轨迹进行短期预测的确能够提高预测精度

### 5 结 论

供应链的复杂网链结构不仅延长了供应链的时滞, 而且加大了各节点企业之间利益协调的难度。某个节点企业的寻求优决策行为都会引起邻近企业的利益冲突, 而产品供给价格弹性  $E_s$  和需求价格弹性  $E_d$  之间的关系则是引起这种利益冲突的关键因素。在供给价格弹性  $E_s = 1$  条件下, 由于上游企业产品供应量对产品订货价格具有过度敏感性, 所以, 在

供应链时滞内,这种对订货价格的敏感性表现产品供给定价的非线性机制而且,随着 $E_s$ 的增大,相图的满映射减少,导致混沌运动的相空间拉伸、压缩和折叠机制减缓,预测效果会越来越好。在 $|E_d| > E_s$ 条件下,上游企业产品供应量对产品订货价格敏感程度小于下游企业需求量对上游企业供给价格的敏感程度,所以,产品供给定价对供给价格弹性和需求价格弹性具有较强的敏感依赖性。产品供给价格对初始状态引入的不确定性具有放大作用,系统状态的相邻轨迹随时间偏离的程度增大,最大Lyapunov指数较大,混沌价格预测的精度较低。同理,随着 $E_s$ 的增大,最大Lyapunov指数越来越小,混沌价格预测的精度越来越高。混沌吸引子作为混沌系统的特征之一,体现了混沌系统的规律性。利用混沌吸引子规则的、有形的轨迹进行短期预测不仅可以避免预测的人为主观性,而且能够提高预测的精度和可信度。

#### 参考文献(References)

- [1] Howe W G, Cox J F. Enterprise Implications of Transfer Pricing[J]. *Production and Inventory Management J*, 1994, 35(2): 35-38
- [2] Rajan A, Rakesh, Steinberg R. Dynamic Pricing and Ordering Decisions by a Monopolist[J]. *Management Science*, 1992, 38(2): 240-262
- [3] Balvers, Ronald J, Cosimano. Actively Learning About Demand and Dynamics of Price Adjustment[J]. *The Economic J*, 1990, 23(9): 882-898
- [4] Bradford, John W, Sugrue. A Bayesian Approach to the Two-period Style-goods Inventory Problem with Single Replenishment and Heterogeneous Poisson Demand[J]. *J of the Operational Research Society*, 1990, 41(3): 211-218
- [5] Murray G R, Silver E A. A Bayesian Analysis of the Style-goods Inventory Problem [J]. *Management Science*, 1966, 13(12): 785-797
- [6] Hausman W H, Peterson R. Multiproduct Production Scheduling for Style-goods with Limited Capacity, Forecast Revisions and Terminal Delivery [J]. *Management Science*, 1972, 18(7): 370-383
- [7] James T, Treharne, Charles R Sox. Adaptive Inventory Control for Nonstationary Demand and Partial Information [J]. *Management Science*, 2002, 48(5): 607-624
- [8] Lode L i. Information Sharing in a Supply Chain with Horizontal Competition[J]. *Management Science*, 2002, 48(9): 1196-1212
- [9] 唐小我, 曾勇, 李仕明. 管理经济分析——理论与应用[M]. 成都: 电子科技大学出版社, 2000: 36-44  
(Tang X W, Zeng Y, Li S M. *An Analysis on Managerial Economics — Theories and Applications* [M]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China Press, 2000: 36-44)
- [10] Chiarella C. The Elements of a Nonlinear Theory of Economic Dynamics[A]. *Lecture Notes in Economics and Mathematical System* [C]. New York: Springer-Verlag, 1991: 343-347.
- [11] 吕金虎, 陆君安, 陈士华. 混沌时间序列分析及其应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002: 27-46  
(Lv J H, Lu J A, Chen S H. *Analyze on the Chaotic Time Series and Its Applications* [M]. Wuhan: University of Wuhan Publisher, 2002: 27-46)

(上接第444页)

- [4] Wang W, Tang G Y. Feedback and Feedforward Optimal Control for Offshore Jacket Platforms[J]. *China Ocean Engineering*, 2004, 18(4): 515-526
- [5] Lindquist A, Yakubovich V A. Optimal Damping of Forced Oscillations in Discrete-time Systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(6): 786-802
- [6] Beard R W, Mclain T W. Successive Galerkin Approximation Algorithms for Nonlinear Optimal and Robust Control[J]. *Int J of Control*, 1998, 71(5): 717-743
- [7] Cimen T, Banks S P. Nonlinear Optimal Tracking Control with Application to Super-tankers for Autopilot Design[J]. *Automatica*, 2004, 40(11): 1845-1863
- [8] Tang G Y. Suboptimal Control for Nonlinear Systems: A Successive Approximation Approach [J]. *Systems and Control Letters*, 2005, 54(5): 429-434
- [9] Klein A, Spreij P. On Stein's Equation, Vandemonde Matrices and Fisher's Information Matrix of Time Series Processes Part I: The Autoregressive Moving Average Process[J]. *Linear Algebra and Its Applications*, 2001, 329(1-3): 9-47.