第21卷 第6期
Vol 21 No. 6

控 制 与 决 策
Control and Decision

2006年6月
Jun. 2006

文章编号: 1001-0920(2006)06-0697-04

基于采样测量值的不确定系统鲁棒H∞滤波

孙 平, 井元伟
(东北大学 a. 教育部暨辽宁省流程工业综合自动化重点实验室, b. 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

摘 要: 讨论了一类基于采样测量值的不确定系统鲁棒 H_∞ 滤波问题, 所考虑的系统同时具有连续和离散干扰. 对于所有的不确定性, 研究了系统稳定性条件, 并利用采样测量值设计了一个稳定的滤波器, 滤波误差满足指定的 H_∞ 性能. 给出了滤波器存在的充分条件, 并利用矩阵变换得到了设计滤波器的LMI方法, 通过求解LMI可以方便地得到滤波器的表达形式. 最后, 数值算例说明了所设计方法的有效性和可行性.

关键词: 不确定系统; 采样测量值; 鲁棒 H_∞ 滤波; 线性矩阵不等式(LMI)
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Robust H∞ Filtering of Uncertain Systems Based on Sampled Measurements

SUN Ping, JING Yuan-wei
(a. Key Laboratory of Process Industry Automation of Ministry of Education, b. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: SUN Ping, E-mail: tonglong-sun@163.com)

Abstract: The problem of robust H_∞ filtering of uncertain systems with both continuous and discrete disturbance is addressed based on sampled measurements. The aim is to design a stable filter using sampled measurements, which ensures both the robust stability and prescribed level of H_∞ performance of the filtering error dynamics for all admissible uncertainty. Sufficient conditions for the existence of the filter are derived. An LMI method for designing the filters is given by matrix transformations, so that the expression of the filter can be easily obtained. A numerical example shows that the method is effective and feasible.

Key words: Uncertain system; Sampled measurements; Robust H_∞ filtering; Linear matrix inequality

1 引 言

卡尔曼滤波是信号估计的重要方法, 并广泛应用于信号处理、通讯和控制等领域. 但卡尔曼滤波方法在实际应用中具有很大的局限性, 它要求已知精确的数学模型及噪声输入为严格的高斯过程. 由于在实际的系统中往往具有许多不确定因素, 为此, 不确定系统的鲁棒 H_∞ 滤波问题引起了人们的关注. 与卡尔曼滤波相比 H_∞ 滤波的主要优点在于无需假设干扰信号的统计特性, 这样更符合实际的应用[1]. 有关不确定系统鲁棒 H_∞ 滤波器的设计已经取得了许多的成果, 文献[2]研究了最小方差鲁棒 H_∞ 滤波, 所设计的滤波器对所有不确定性均使估计误差的方差有一个上界; 文献[3]讨论了不确定时变系统的鲁棒 H_∞ 滤波, 并给出了滤波器设计的Riccati不等式方法; 文献[4]则考虑了 H_2/H_∞ 滤波的改进算法, 并给出了设计滤波器的LMI方法.

需指出的是, 上述提到有关 H_∞ 滤波的结果都假设系统输出是连续可测的. 当只有系统的离散输出可测时, 其 H_∞ 滤波问题也有了一些结果, 但仍需进一步完善与研究. 文献[5]利用局部采样可测量设计了线性滤波器, 但给出的是Riccati不等式方法, 这给求解带来了困难, 并不便于实际应用. 文献

收稿日期: 2005-05-18; **修回日期**: 2005-08-10.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60274099); 教育部博士点基金项目(20020145007).
作者简介: 孙平(1974—), 女, 沈阳人, 博士生, 从事神经网络控制、鲁棒控制等研究; 井元伟(1956—), 男, 辽宁西丰人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统、相似性结构分析等研究.

[6, 7] 均是基于连续和离散的 Hamiton-Jacobi 方程设计了非线性采样测量系统的鲁棒 H_∞ 滤波.

本文是在上述已取得成果的基础上进一步研究了基于采样测量值的不确定系统鲁棒 H_∞ 滤波问题. 本文所考虑的系统同时具有连续和离散的干扰; 在证明滤波误差满足 H_∞ 性能时, 没有依赖于 Lyapunov 函数加强不等式, 这样减小了保守性; 给出了滤波器存在的充分条件以及设计滤波器的 LMI 方法, 对比于 Riccati 不等式, 更方便于实际的计算, 同时数值算例验证了文中所提方法的有效性.

2 系统描述

考虑如下形式不确定系统:

$$(\Sigma): \dot{x}(t) = [A + \Delta A(t)]x(t) + B\omega(t),$$
$$t \neq ih, x(0) = 0, \tag{1}$$
$$x(ih) = C_1 x(ih^-) + D_1\delta(ih),$$
$$i = 0, 1, \cdots, \tag{2}$$
$$z(t) = Lx(t). \tag{3}$$

其中: $x(t) \in R^n$ 是系统状态, $\omega(t) \in L_2[0, \infty)$ 是系统的连续干扰; $L_2[0, \infty)$ 指在 $[0, \infty)$ 上平方可积分的向量函数空间, $\delta(ih) \in l_2[0, \infty)$ 是系统的离散干扰, $l_2[0, \infty)$ 指在 $[0, \infty)$ 上平方可求和的向量序列空间; $h > 0$ 是一个已知的常数; A, B, C_1, D_1 是具有适当维数的实常数矩阵. $\Delta A(t)$ 表示系统的参数不确定项, 并假设其满足如下形式:

$$\Delta A(t) = MF(t)N. \tag{4}$$

这里 M, N 为具有适当维数的已知矩阵, $F(t) \in R^{i\times j}$ 为一个未知矩阵, 且满足

$$F(t)F^{\mathrm{T}}(t) \leq I, \quad \forall t. \tag{5}$$

设

$$y(ih) = C_2 x(ih^-) + D_2\eta(ih),$$
$$i = 0, 1, \cdots. \tag{6}$$

其中: $y(ih) \in R^m$ 是采样可测量, $\eta(ih) \in l_2[0, \infty)$ 是可测干扰, C_2 和 D_2 是具有适当维数的实常数矩阵.

设计如下形式的滤波器:

$$(\Sigma_f): \dot{\hat{x}}(t) = A_f\hat{x}(t), \quad t \neq ih,$$
$$\hat{x}(ih) = B_f\hat{x}(ih^-) + C_f y(ih),$$
$$i = 0, 1, \cdots,$$
$$\hat{z}(t) = L_f\hat{x}(t). \tag{7}$$

其中: $\hat{z}(t)$ 为 $z(t)$ 的估计值, A_f, B_f, C_f, L_f 为滤波器系数矩阵. 定义滤波估计误差为

$$\tilde{z}(t) = z(t) - \hat{z}(t), \tag{8}$$

且满足

$$\|\tilde{z}\|^2 \leq \gamma^2(\|\omega\|^2_{L_2} + \|\delta\|^2_{l_2} + \|\eta\|^2_{l_2}),$$

$\gamma > 0$ 为给定的常数.

通过系统 (Σ) 和 (Σ_f) 得到增广系统为:

$$(\Sigma_e): \dot{\xi}(t) = [\tilde{A} + \Delta\tilde{A}(t)]\xi(t) + \tilde{B}\omega(t),$$
$$t \neq ih, \tag{9}$$
$$\xi(ih) = \tilde{C}_1\xi(ih^-) + \tilde{D}_1\bar{\eta}(ih),$$
$$i = 0, 1, \cdots, \tag{10}$$
$$\tilde{z}(t) = \tilde{L}\xi(t). \tag{11}$$

其中

$$\xi(t) = [x(t)^{\mathrm{T}} \quad \hat{x}(t)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$
$$\bar{\eta}(ih) = [\delta(ih)^{\mathrm{T}} \quad \eta(ih)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$
$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_f \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{L} = [L \quad -L_f],$$
$$\tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ C_fC_2 & B_f \end{bmatrix}, \tilde{D}_1 = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & C_fD_2 \end{bmatrix},$$
$$\Delta\tilde{A}(t) = \begin{bmatrix} \Delta A(t) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{M} = \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix},$$
$$\Delta\tilde{A}(t) = \tilde{M}F(t)\tilde{N}, \tilde{N} = [N \quad 0].$$

3 主要结果

本文的目的是针对系统 (Σ) 设计一个滤波器, 其形式为 (7), 且对于所有的不确定性, 下面的两个要求同时满足:

1) 增广系统 (Σ_e) 是渐近稳定的;

2) 给定 $\gamma > 0$, 滤波误差满足

$$\|\tilde{z}\|^2 \leq \gamma^2(\|\omega\|^2_{L_2} + \|\delta\|^2_{l_2} + \|\eta\|^2_{l_2}).$$

引理 1[4] 对于任意具有适当维数的矩阵 $H, F(t), E, F(t)$ 满足 $F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \leq I$, 则可以得到对任意 $\epsilon > 0$, 有

$$HF(t)E + E^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}(t)H^{\mathrm{T}} \leq \epsilon^{-1}HH^{\mathrm{T}} + \epsilon E^{\mathrm{T}}E.$$

在滤波器的设计中, 估计误差依赖于系统的状态, 因此系统的稳定性对保证估计误差的有界性是十分必要的. 因此下面的定理给出了增广系统 (Σ_e) 渐近稳定的条件.

定理 1 对于给定的 $\epsilon > 0, \gamma > 0$, 系统 (Σ_e) 是渐近稳定的 ($\omega(t) = 0, \bar{\eta}(ih) = 0$ 时), 并且该系统满足 H_∞ 性能

$$\|\tilde{z}\|^2 \leq \gamma^2(\|\omega\|^2_{L_2} + \|\delta\|^2_{l_2} + \|\eta\|^2_{l_2}). \tag{12}$$

如果存在对称矩阵 $P > 0$, 使下列矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}^{\mathrm{T}}P + P\tilde{A} & P\tilde{M} & \tilde{N}^{\mathrm{T}} & \tilde{L}^{\mathrm{T}} & P\tilde{B} \\ \tilde{M}^{\mathrm{T}}P & -\epsilon I & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{N} & 0 & -\epsilon^{-1}I & 0 & 0 \\ \tilde{L} & 0 & 0 & -I & 0 \\ \tilde{B}^{\mathrm{T}}P & 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \tag{13}$$

$$\tilde{C}_1^{\mathrm{T}}P\tilde{C}_1 - P < 0, \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix}\tilde C_1^{T}P\tilde C_1 - P & \tilde C_1^{T}P\tilde D_1\\ \tilde D_1^{T}P\tilde C_1 & \tilde D_1^{T}P\tilde D_1 - \gamma^2 I\end{bmatrix} < 0. \tag{15}$$

证明 定义 Lyapunov 函数
$$V(\xi(t)) = \xi(t)^{T}P\xi(t),$$
对其求导, 将式(9) 代入并应用引理 1 可得
$$\dot V(\xi(t)) \le \xi(t)^{T}[\tilde A^{T}P + P\tilde A + \epsilon^{-1}P\tilde M\tilde M^{T}P + \epsilon\tilde N^{T}\tilde N]\xi(t) + 2\xi(t)^{T}P\tilde B\omega(t).$$
当 $\omega(t) = 0$ 时, 由式(13) 及 Schur 补引理可知 $E < 0$, 其中
$$E = \tilde A^{T}P + P\tilde A + \epsilon^{-1}P\tilde M\tilde M^{T}P + \epsilon\tilde N^{T}\tilde N,$$
即
$$\dot V(\xi(t)) \le \xi(t)^{T}E\xi(t) < 0.$$
对于式(10), 当 $\eta(ih) = 0$ 时, 有
$$\Delta V(\xi(t)) = \xi(t)^{T}P\xi(t)\big|_{ih^-}^{ih} = \xi(ih^-)^{T}(\tilde C_1^{T}P\tilde C_1 - P)\xi(ih^-).$$
由式(14) 可知 $\Delta V(\xi(t)) < 0$. 这说明了系统(Σ_e) 是渐近稳定的.

接下来将分析系统(Σ_e) 的 H_∞ 性能, 基于式(9), 对任意的 $\tau \in [ih, ih + h)$, 作如下运算:
$$\int_{ih}^{\tau}\frac{d}{dt}(\xi(t)^{T}P\xi(t))dt = \xi(\tau)^{T}P\xi(\tau) - \xi(ih)^{T}P\xi(ih) = \int_{ih}^{\tau}\xi(t)^{T}(\tilde A^{T}P + P\tilde A + \epsilon^{-1}P\tilde M\tilde M^{T}P + \epsilon\tilde N^{T}\tilde N + \tilde L^{T}\tilde L + \gamma^{-2}P\tilde B\tilde B^{T}P)\xi(t)dt + \gamma^2\|\omega\|^2_{L_2} - \|\tilde z\|^2 - \|r\|^2,$$
其中
$$r = \gamma[\omega - \gamma^{-2}\tilde B^{T}P\xi(t)].$$
同样, 考虑式(10), 有
$$\xi(t)^{T}P\xi(t)\big|_{ih^-}^{ih} = \xi(ih)^{T}P\xi(ih) - \xi(ih^-)^{T}P\xi(ih^-) = \xi(ih^-)^{T}[\tilde C_1^{T}P\tilde C_1 - P + \tilde C_1^{T}P\tilde D_1(\gamma^2 I - \tilde D_1^{T}P\tilde D_1)^{-1}\tilde D_1^{T}P\tilde C_1]\xi(ih^-) + \gamma^2\|\eta\|^2_{l_2} - \|\rho(ih)\|^2,$$
其中
$$\rho(ih) = (\gamma^2 I - \tilde D_1^{T}P\tilde D_1)^{\frac{1}{2}}\{\eta - [\gamma^2 I - \tilde D_1^{T}P\tilde D_1]^{-1}\tilde D_1^{T}P\tilde C_1\xi(ih^-)\}.$$
令
$$G = \tilde C_1^{T}P\tilde C_1 - P + \tilde C_1^{T}P\tilde D_1(\gamma^2 I - \tilde D_1^{T}P\tilde D_1)^{-1}\tilde D_1^{T}P\tilde C_1,$$
由式(15) 可知 $G < 0$, 结合上面的运算, 对所有的 $ih \in [0, \infty)$, 有
$$\xi(T)^{T}P\xi(T) - \xi(0)^{T}P\xi(0) = \int_0^{T}\xi(t)^{T}E\xi(t)dt + \sum_{ih\in[0,T]}\xi(ih^-)^{T}G\xi(ih^-) - \|\tilde z\|^2 - \|r\|^2 + \gamma^2\|\eta\|^2_{l_2} + \gamma^2\|\omega\|^2_{L_2} - \|\rho(ih)\|^2 \le -\|\tilde z\|^2 + \gamma^2\|\eta\|^2_{l_2} + \gamma^2\|\omega\|^2_{L_2}.$$
当 $T \to \infty$ 时, 系统是稳定的, 因此可以得到
$$\|\tilde z\|^2 \le \gamma^2\|\eta\|^2_{l_2} + \gamma^2\|\omega\|^2_{L_2},$$
即
$$\|\tilde z\|^2 \le \gamma^2(\|\omega\|^2_{L_2} + \|\delta\|^2_{l_2} + \|\eta\|^2_{l_2})$$
成立, 这样便完成了定理 1 的证明. □

下面给出基于采样测量值的不确定系统鲁棒 H_∞ 滤波问题的解.

考虑到上述矩阵不等式不是线性矩阵不等式(LMI), 在实际中求解这样的不等式非常困难, 为了将定理 1 中的结论化为 LMI 形式, 引进了矩阵 Q, 并作如下变换, 令
$$Q = \begin{bmatrix} I & X^{-1}\\ 0 & S^{T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y & I\\ W^{T} & 0\end{bmatrix}^{-1},$$
$$J = \begin{bmatrix} X^{-1} & I\\ S^{T} & 0\end{bmatrix}, \quad \tilde J = \begin{bmatrix} I & Y\\ 0 & W^{T}\end{bmatrix}.$$
其中: X 和 Y 均为正定对称矩阵, S 和 W 是任意的非奇异矩阵且满足 $SW^{T} = I - X^{-1}Y$, 通过计算可知 $Q > 0$. 在式(13)～(15) 中令 $P = Q^{-1}$, 可以得到
$$\begin{bmatrix}\tilde A^{T}Q^{-1} + Q^{-1}\tilde A & Q^{-1}\tilde M & \tilde N^{T} & \tilde L^{T} & Q^{-1}\tilde B\\ \tilde M^{T}Q^{-1} & -\epsilon I & 0 & 0 & 0\\ \tilde N & 0 & -\epsilon^{-1}I & 0 & 0\\ \tilde L & 0 & 0 & -I & 0\\ \tilde B^{T}Q^{-1} & 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I\end{bmatrix} < 0, \tag{16}$$
$$\tilde C_1^{T}Q^{-1}\tilde C_1 - Q^{-1} < 0, \tag{17}$$
$$\begin{bmatrix}\tilde C_1^{T}Q^{-1}C_1 - Q^{-1} & \tilde C_1^{T}Q^{-1}\tilde D_1\\ \tilde D_1^{T}Q^{-1}\tilde C_1 & \tilde D_1^{T}Q^{-1}\tilde D_1 - \gamma^2 I\end{bmatrix} < 0. \tag{18}$$

对式(16) 首先左乘 $\mathrm{diag}\{J^{T}, I, I, I, I\}$, 右乘 $\mathrm{diag}\{J, I, I, I, I\}$, 将所得不等式再次左乘和右乘 $\mathrm{diag}\{X, I, I, I, I, I\}$, 并且设 $Z = WA_fS^{T}X$, $\Gamma = -L_fS^{T}X$, 便实现了将式(13) 化成 LMI 形式.

同样可将式(14) 和(15) 化成 LMI 形式. 需指出的是对式(15), 首先左乘 $\mathrm{diag}\{J^{T}, \tilde J^{T}, I\}$ 和右乘 $\mathrm{diag}\{J, \tilde J, I\}$, 将所得不等式再次左乘、右乘 $\mathrm{diag}\{X, I, X, I, I, I\}$, 最后设 $\Pi = WC_f$, $\Theta = WB_fS^{T}X$. 于是可以得到下面的定理.

定理 2 考虑系统(Σ) 和式(6), 给定 $\epsilon > 0$, $\gamma > 0$, 那么鲁棒 H_∞ 滤波问题是可解的, 如果存在对称矩阵 $X > 0$, $Y > 0$ 及矩阵 Z, Γ, Π, E, G 和 Θ, 使下面的 LMIs 成立:

$$\begin{bmatrix} XA + A^{\mathrm T}X & XA + A^{\mathrm T}Y + Z^{\mathrm T} & XM & N^{\mathrm T} & L^{\mathrm T} + \Gamma^{\mathrm T} & XB \\ A^{\mathrm T}X + YA + Z & YA + A^{\mathrm T}Y & YM & N^{\mathrm T} & L^{\mathrm T} & YB \\ M^{\mathrm T}X & M^{\mathrm T}Y & -\epsilon I & 0 & 0 & 0 \\ N & N & 0 & -\epsilon^{-1}I & 0 & 0 \\ L + \Gamma & L & 0 & 0 & -I & 0 \\ B^{\mathrm T}X & B^{\mathrm T}Y & 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \tag{19}$$

$$\begin{bmatrix} -X & -X & C_1^{\mathrm T}X & C_1^{\mathrm T}Y + C_2^{\mathrm T}\Pi^{\mathrm T} + \Theta^{\mathrm T} \\ -X & -Y & C_1^{\mathrm T}X & C_1^{\mathrm T}Y + C_2^{\mathrm T}\Pi^{\mathrm T} \\ * & * & -X & -X \\ * & * & -X & -Y \end{bmatrix} < 0, \tag{20}$$

$$\begin{bmatrix} -X & -X & C_1^{\mathrm T}X & C_1^{\mathrm T}Y + C_2^{\mathrm T}\Pi^{\mathrm T} + \Theta^{\mathrm T} & C_1^{\mathrm T}YD_1 + C_2^{\mathrm T}\Pi^{\mathrm T}D_1 + \Theta^{\mathrm T}D_1 & C_1^{\mathrm T}\Pi D_1 + C_2^{\mathrm T}ED_2 + GD_2 \\ -X & -Y & C_1^{\mathrm T}X & C_1^{\mathrm T}Y + C_2^{\mathrm T}\Pi^{\mathrm T} & C_1^{\mathrm T}YD_1 + C_2^{\mathrm T}\Pi^{\mathrm T}D_1 & C_1^{\mathrm T}\Pi D_2 + C_2^{\mathrm T}ED_2 \\ * & * & -X & -X & 0 & 0 \\ * & * & -X & -Y & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & D_1^{\mathrm T}YD_1 - \gamma^2 I & D_1^{\mathrm T}\Pi D_2 \\ * & * & 0 & 0 & D_2^{\mathrm T}\Pi^{\mathrm T}D_1 & D_2^{\mathrm T}ED_2 - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \tag{21}$$

其中 * 中可由矩阵的对称性得到. 进一步, 在(Σ_f)中鲁棒 H_∞ 滤波问题的解为

$$A_f = W^{-1}ZX^{-1}S^{-\mathrm T},\ B_f = W^{-1}\Theta X^{-1}S^{-\mathrm T},$$

$$C_f = W^{-1}\Pi,\ L_f = -\Gamma X^{-1}S^{-\mathrm T}.$$

4 数值算例

本节给出一个仿真算例来说明上面所提方法的有效性. 考虑系统(Σ)和式(6), 系统的参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} -321 & 195 \\ 110 & -112 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1.08 \\ 1.27 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 311 & 228 \\ -335 & -453 \end{bmatrix},\ C_2 = \begin{bmatrix} 102 & 113 \\ 615 & -207 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} -0.2 \\ 1.03 \end{bmatrix},\ D_2 = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.58 \end{bmatrix},\ M = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 1.9 \end{bmatrix},$$

$$N = [1.3 \quad 2.5],\ L = [1.5 \quad 1.2].$$

此例中, 取 $\gamma = \sqrt{3}$, $\epsilon = 0.1$, 应用 Matlab LMI Control Toolbox 解线性矩阵不等式(19)~(21)得到如下解矩阵:

$$X = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} 0.2665 & 0.3630 \\ 0.3630 & 0.9440 \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0.3671 & 0.3168 \\ 0.3168 & 0.7854 \end{bmatrix},$$

$$Z = \begin{bmatrix} 82.8663 & -36.3965 \\ 14.9763 & 25.6298 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = [-1.4986 \quad -1.1987],$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.3876 & -0.0774 \\ 2.3005 & -0.1139 \end{bmatrix},$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} -0.0002 & -0.0007 \\ 0.0010 & 0.0037 \end{bmatrix},$$

$$E = 10^3 \times \begin{bmatrix} 0.2938 & 0.2462 \\ -7.8714 & -6.7854 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} -2.9471 & -2.5413 \\ -0.4914 & -0.4258 \end{bmatrix}.$$

因此, 通过定理2, 鲁棒 H_∞ 滤波问题是可解的. 选取非奇异矩阵 S 和 W 为

$$S = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$W = 10^3 \times \begin{bmatrix} -3.8645 & 0.8158 \\ -0.2327 & -1.5724 \end{bmatrix},$$

则 H_∞ 滤波器参数矩阵为

$$A_f = \begin{bmatrix} -393.7045 & 163.6846 \\ 6.9237 & -39.0124 \end{bmatrix},$$

$$B_f = \begin{bmatrix} 0.0005 & -0.0009 \\ 0.0037 & -0.0063 \end{bmatrix},$$

$$C_f = \begin{bmatrix} -0.0004 & 0.0001 \\ -0.0014 & 0.0001 \end{bmatrix},$$

$$L_f = 10^4 \times [1.6359 \quad -0.3752].$$

5 结 语

本文研究了一类基于采样测量值的不确定系统鲁棒 H_∞ 滤波问题. 通过增广系统状态矩阵, 将滤波器的设计问题转化为研究增广系统的 H_∞ 性能设计. 给出了系统稳定性条件及滤波器存在的充分条件, 并实现了将其化为LMI的方法, 通过Matlab 的LMI工具箱, 可以方便地设计系统的滤波器. 最后, 数值算例很好地验证了文中所提方法的有效性和可行性.

(下转第704 页)

$$\sim \# s_f \# \text{（规则 13））} \Rightarrow$$
$$\sim \# Y_2 \# \Rightarrow \sim \# Y_0 \# .$$

于是，由 1) 和 2) 可知定理 1 成立．□

4 结 语

本文提出的(～ IC)系统扩展了基于线性字符串的剪接插入和删除操作，并证明了它的图灵机表达能力，目的是建立基于载体分子的DNA 计算系统．这是因为载体分子系统是目前基因工程的基本材料，其优良特性使它成为良好的计算平台．因此开展基于载体分子的计算模型研究具有重要的实际意义

基于本文提出的思想，进一步的研究方向和需要解决的问题是：1) 建立使用双酶切模式的模型；2) 进一步研究模型的迭代功能及其语言的表达能力.

参考文献(References)

[1] Freund R, Kari L, Păun G. DNA Computing Based on Splicing: The Existence of Universal Computer [J]. *Theory of Computing Systems*, 1999, 32(1): 69-112.

[2] Pixton D. Splicing in Abstract Families of Languages [J]. *Theoretical Computer Science*, 2000, 234 (1-2): 135-166.

[3] Bonizzoni P, Felice D C, Mauri G, et al. Decision Problems for Linear and Circular Splicing Systems[A]. *Lecture Notes in Computer Science* [C]. London: Springer-Verlag, 2002: 78-92.

[4] Bonizzoni P, Felice D C, Mauri G, et al. Circular Splicing and Regularity [J]. *Theoretical Informatics and Applications*, 2004, 38(3): 189-228.

[5] Kari L, Thierrin G. Contextual Insertions Deletions and Computability [J]. *Information and Computation*, 1996, 131(1): 47-61.

[6] Head T. Circular Suggestions for DNA Computing [A]. *Pattern Formation in Biology, Vision and Dynamics* [C]. Singapore: World Scientific, 2000: 325-335.

[7] 杨吉成. *医用分子生物学*[M]. 苏州: 苏州大学, 2003: 199-244.
(Yang J C. *Medical Molecular Biology* [M]. Suzhou: Suzhou University, 2003: 199-244.)

[8] Harju T, Margenstern M. *Remarks on the Universality of Splicing Systems* [R]. Turku: Turku University, 2004.

[9] Daley M, Kari L, Gloor G, et al. Circular Contextual Insertions Deletions with Applications to Biomolecular Computation [A]. *Proc of SPIRE/CRIWG* [C]. Cancun, 1999: 47-54.

[10] 张立昂. *可计算性与计算复杂性导引*[M]. 北京: 北京大学出版社, 1997: 117-121.
(Zhang L A. *Introduction of Computability and Computational Complexity* [M]. Beijing: Beijing University Press, 1997: 117-121.)

[11] 蒋宗礼, 姜守旭. *形式语言与自动机理论*[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 29-34.
(Jiang Z L, Jiang S X. *Theory of Formal Language and Automata* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 29-34.)

(上接第700 页)

参考文献(References)

[1] Xu S Y, Chen T W. Robust H_∞ Filtering for Uncertain Impulsive Stochastic Systems under Sampled Measurements[J]. *Automatica*, 2003, 39(3): 509-516.

[2] Shaked U, de Souza. Robust Minimum Variance Filtering[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1995, 43(11): 2474-2483.

[3] Hung Y S, Yang F W. Robust H_∞ Filtering with Error Variance Constraints for Discrete Time-varying Systems with Uncertainty [J]. *Automatica*, 2003, 39 (7): 1185-1194.

[4] Xie L H, Lu L L, Zhang D, et al. Improved Robust H_2 and H_∞ Filtering for Uncertain Discrete-time Systems [J]. *Automatica*, 2004, 40(5): 873-880.

[5] Shi P. Filtering on Sampled-data Systems with Parametric Uncertainty [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(7): 1022-1227.

[6] Sing Kiong Nguang, Shi P. On Designing Filters for Uncertain Sampled-data Nonlinear Systems[J]. *System & Control Letters*, 2000, 41(5): 305-316.

[7] Sing Kiong Nguang, Shi P. Nonlinear H_∞ Filtering Sampled-data Systems [J]. *Automatica*, 2000, 36 (2): 303-310.