

文章编号: 1001-0920(2006)07-0796-05

## 时滞离散马尔可夫跳跃系统的鲁棒故障检测

王红茹, 王常虹, 高会军

(哈尔滨工业大学 空间控制与惯性技术研究中心, 哈尔滨 150001)

**摘要:** 研究具有状态时滞离散马尔可夫跳跃系统的鲁棒故障检测问题。基于依赖于系统模态的滤波器构造残差产生系统, 利用  $H$  控制理论将故障检测滤波器的设计归结为  $H$  滤波问题, 应用线性矩阵不等式技术得到了此类系统的故障检测滤波器存在的充分条件。数值仿真表明所提方法是可行的。

**关键词:** 时滞马尔可夫跳跃系统; 故障检测;  $H$  滤波; 线性矩阵不等式

**中图分类号:** TP273

**文献标识码:** A

## Robust Fault Detection for Discrete-time Markovian Jump Systems with Time-delays

WANG Hong-ru, WANG Chang-hong, GAO Hui-jun

(Research Centre of Space Control and Inertial Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Correspondent: WANG Hong-ru, E-mail: whrhit@163.com

**Abstract:** The robust fault detection problem for a class of discrete-time Markovian jump systems with time-delays is investigated. The residual generator is constructed based on the filter which parameter matrices depend on the system mode. The design of fault detection filter is formulated as  $H$  filtering problem in terms of  $H$  control theory. Sufficient condition for the existence of the above filters is established by means of linear matrix inequalities. A numerical example shows the efficiency and the feasibility of the proposed method.

**Key words:** Markovian jump system with time-delays; Fault detection;  $H$  Filtering; Linear matrix inequality

### 1 引言

基于模型的故障检测的基本思想是产生残差信号, 据此选择残差评价函数和阈值, 如果残差评价函数的值大于阈值, 则发出报警信号。但由于未知输入和控制输入等因素, 会影响故障检测系统的性能, 造成误检和漏检。基于模型的鲁棒故障检测问题, 引起了学者们的研究兴趣, 并取得了许多研究成果。如未知输入观测器法<sup>[1]</sup>、多目标优化法<sup>[2]</sup>、特征结构配置<sup>[3,4]</sup>等。近年来, 利用  $H$  控制理论将鲁棒故障检测问题转化为  $H$  滤波问题, 成为解决不确定 LMI 系统鲁棒故障检测问题的有效方法之一<sup>[5,6]</sup>。

马尔可夫跳跃系统是一类系统模态受到马尔可夫链约束的混杂线性系统, 因其能处理系统结构的

突发性改变而获得了广泛的研究<sup>[7-9]</sup>。对于时滞马尔可夫跳跃系统的鲁棒故障检测问题, 还未见有关研究成果的报道。本文研究时滞离散马尔可夫跳跃系统的鲁棒故障检测问题, 借鉴文献<sup>[5,6]</sup>的方法, 基于依赖于系统模态的滤波器构造残差产生系统, 将故障检测滤波器的设计归结为  $H$  滤波问题, 应用 LMI 技术得到了此类系统的故障检测滤波器存在的充分条件。所设计的滤波器既能使残差信号对故障信号具有敏感性, 又能保证残差信号对控制输入和未知输入信号具有鲁棒性。数值仿真表明所提出的方法是可行的。

### 2 问题描述

考虑如下时滞离散马尔可夫跳跃系统:

收稿日期: 2005-04-26; 修回日期: 2005-07-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(69874008)。

作者简介: 王红茹(1969—), 女, 哈尔滨人, 博士生, 从事故障诊断、智能控制等研究; 王常虹(1961—), 男, 辽宁鞍山人, 教授, 博士生导师, 从事检测技术、网络控制等研究。

$$\begin{cases} x(k+1) = \\ A(\lambda_k)x(k) + A_d(\lambda_k)x(k-d) + \\ B(\lambda_k)u(k) + B_d(\lambda_k)d(k) + B_f(\lambda_k)f(k), \\ y(k) = C(\lambda_k)x(k) + D_d(\lambda_k)d(k) + D_f(\lambda_k)f(k), \\ x(0) = x_0, \lambda(0) = i_0 \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x(k) \in R^n$  为状态变量,  $d(k) \in R^p$  为未知输入信号,  $f(k) \in R^l$  为被检测故障信号,  $y(k) \in R^m$  为可测输出,  $u(k) \in R^r$  为控制输入,  $u(k), d(k)$  和  $f(k)$  均为能量有界信号,  $d$  为时滞常数,  $\lambda_k$  为模态空间  $\Phi = \{1, 2, \dots, N\}$  上有限模态马尔可夫链, 其模态转换概率为  $p_{ij} = \Pr\{\lambda_{k+1} = j | \lambda_k = i\}$ . 对于任何  $i \in \Phi$ , 都存在  $\lambda_{ij} = 1$ ; 对于任意  $\lambda_k = i \in \Phi, A(\lambda_k), A_d(\lambda_k), B(\lambda_k), B_d(\lambda_k), B_f(\lambda_k), C(\lambda_k), D_d(\lambda_k), D_f(\lambda_k)$  都是具有适当维数的实常数矩阵

为了简便起见, 对于任意的  $\lambda_k = i \in \Phi$ , 记  $\lambda_k$  的函数  $\phi(\lambda_k) = \phi$

**定义 1** 系统(1) 在  $u(k) = 0, d(k) = 0, f(k) = 0$  时, 若在任意初始状态  $(x_0, \lambda_0)$  下, 满足

$$E \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} x^T(k)x(k) \mid (x_0, \lambda_0) \right\} < \infty, \quad (2)$$

则称系统(1) 是随机稳定的

**定义 2** 矢量函数  $\theta(k)$  的范数定义为

$$\|\theta(k)\|_{2,E} = \left\{ E \left[ \sum_{k=0}^{\infty} \theta^T(k)\theta(k) \right] \right\}^{1/2}. \quad (3)$$

系统(1) 没有反馈控制, 因此在进行故障检测滤波器设计前, 假设该系统是随机稳定的

针对上述时滞离散马尔可夫跳跃系统, 构造依赖于系统模态的故障检测滤波器, 即残差产生系统

$$\begin{cases} x_F(k+1) = A_F(\lambda_k)x_F(k) + B_F(\lambda_k)y(k), \\ r(k) = C_F(\lambda_k)x_F(k) + D_F(\lambda_k)y(k), \\ x_F(0) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $x_F(k) \in R^n, r(k) \in R^s$  为残差信号

为了提高系统的性能, 对故障信号加权, 得到加权故障信号  $\bar{f}(z) = Q(z)f(z)$ <sup>[4]</sup>. 其中加权函数  $Q(z) \in RH$ ,  $\bar{f}(z)$  的状态空间实现为

$$\begin{cases} x_Q(k+1) = A_Q x_Q(k) + B_Q f(k), \\ \bar{f}(k) = C_Q x_Q(k) + D_Q f(k). \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $x_Q(k) \in R^q, \bar{f}(k) \in R^s, x_Q(0) = 0$

**定义**  $e(k) = r(k) - \bar{f}(k)$ , 考虑式(1), (4) 和 (5), 可得如下增广系统:

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \\ \bar{A}(\lambda_k)\xi(k) + \bar{A}_d(\lambda_k)\xi(k-d) + \\ \bar{B}(\lambda_k)W(k), \\ e(k) = \bar{C}(\lambda_k)\xi(k) + \bar{D}(\lambda_k)W(k). \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$\xi(k) = [x^T(k) \quad x_F^T(k) \quad x_Q^T(k)]^T, \\ W(k) = [u^T(k) \quad d^T(k) \quad f^T(k)]^T,$$

$$\bar{A}(\lambda_k) = \begin{bmatrix} A_i & 0 & 0 \\ B_{Fi}C_i & A_{Fi} & 0 \\ 0 & 0 & A_Q \end{bmatrix},$$

$$\bar{A}_d(\lambda_k) = \begin{bmatrix} A_{di} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}(\lambda_k) = \begin{bmatrix} B_i & B_{di} & B_{fi} \\ 0 & B_{FDi} & F_{FDfi} \\ 0 & 0 & B_Q \end{bmatrix},$$

$$\bar{C}(\lambda_k) = [D_{Fi}C_i \quad C_{Fi} \quad C_Q],$$

$$\bar{D}(\lambda_k) = [0 \quad D_{FDi} \quad D_{FDfi} - D_Q]$$

本文所要解决的鲁棒故障检测问题可转化为如下问题: 在零初始条件下, 设计形如式(4) 的故障检测滤波器, 使增广系统(6) 是随机稳定的, 并且满足如下性能指标:

$$J_l = \sup_{\|W\|_2=1} (e^T W) < \gamma \quad (7)$$

基于所设计的残差产生系统, 阈值  $J_{th}$  和残差评价函数  $J(r)$  分别选择

$$J_{th} = \sup_{d, J=0} r(k)_{2,E}, \quad (8)$$

$$J(r) = \left( \sum_{k=k_0}^{k_0+L} r^T(k)r(k) \right)^{1/2}. \quad (9)$$

其中:  $k_0$  为初始评价时刻,  $L$  为评价步数. 通过比较  $J$  和  $J_{th}$  的值来检测有无故障发生, 即

$$J(r) > J_{th} \Rightarrow \text{有故障} \Rightarrow \text{报警},$$

$$J(r) \leq J_{th} \Rightarrow \text{无故障}$$

### 3 主要结果

**引理 1** 对于增广系统(6), 如果存在对称正定矩阵  $\bar{P}_i \in R^{(2n+q) \times (2n+q)}, \bar{Q} \in R^{(2n+q) \times (2n+q)}, i = 1, 2, \dots, N$ , 满足如下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} -\bar{P}_i + \bar{Q} & \bar{A}_i^T \bar{P}_m & 0 & 0 & \bar{C}_i^T \\ * & -\bar{P}_m & \bar{P}_m \bar{A}_{di} & \bar{P}_m \bar{B}_i & 0 \\ * & * & -\bar{Q} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{D}_i^T \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

其中

$$\bar{P}_m = \sum_{j=1}^N p_{ij} \bar{P}_j, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

则系统(6) 是随机稳定的, 且对于给定的  $\gamma > 0$  和所有的  $W \in l_2 - 0$ , 系统满足性能指标(7).

应用文献[7] 中的定理 2 和 Schur 补引理即可



$T_i, D_{Fi}, i = 1, 2, \dots, N$ , 满足线性矩阵不等式(13).

注 1 由不等式(13)可知,  $V_i$  和  $X_i$  为对称正定阵, 则有如下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} I & -I \\ * & X_i + X_i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ -I \end{bmatrix} = -R_i - R_i^T > 0 \quad (14)$$

由式(14)可知矩阵  $R_i$  是可逆的, 因此只要式(13)可解, 就能得到非奇异矩阵  $R_i$ . 进一步由式(12)可得到滤波器参数矩阵

$$A_{Fi} = Y_i^{-1} H_i R_i^{-1} Y_i, B_{Fi} = Y_i^{-1} N_i, C_{Fi} = T_i R_i^{-1} Y_i$$

#### 4 数值仿真

考虑具有两个模态的时滞离散马尔可夫跳跃系统, 参数矩阵如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$A_{d1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.1 & -1 & 0 \\ 0 & 0.1 & -0.2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0.1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, B_{d1} = \begin{bmatrix} 0.8 \\ -0.4 \\ 0.6 \\ 0.8 \end{bmatrix}, B_{f1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{d1} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, D_{f1} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & -1 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & -0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix},$$

$$A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.4 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_{d2} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ -1.2 \\ 0.7 \\ 0.8 \end{bmatrix}, B_{f2} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.1 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.5 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$D_{d2} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}, D_{f2} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

加权函数  $Q(z) = \frac{0.5z}{z - 0.5}$

仿真时,  $k = 0, 1, \dots, 300, d(k)$  为幅值不大于 0.5 的随机信号,  $u(k)$  取为常值, 其幅值为 1. 故障信号

$$f(k) = \begin{cases} 2, & k = 100, \dots, 200; \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

假设系统初始模态  $\lambda_0 = 1$ , 按如下模态转换概率:

$$p_{11} = 0.3, p_{12} = 0.7, p_{21} = 0.6, p_{22} = 0.4$$

$\lambda_k$  随机地在两个模态之间变换

应用定理 1, 得到滤波器参数矩阵如下:

$$A_{F1} = \begin{bmatrix} -0.7858 & 0.4475 & 0.0498 & -0.0744 \\ -0.7237 & 0.1335 & -0.1747 & 0.3056 \\ 0.5181 & 0.0330 & 0.2267 & -0.3903 \\ -0.0098 & -0.0293 & -0.0270 & 0.0454 \end{bmatrix},$$

$$A_{F2} = \begin{bmatrix} -0.3276 & 0.6131 & -0.2886 & 0.3530 \\ 0.2172 & 0.4949 & -0.1473 & 0.0545 \\ 1.3947 & -0.3256 & 0.3705 & -0.7700 \\ 0.2333 & -0.0261 & 0.0515 & -0.1183 \end{bmatrix},$$

$$B_{F1} = \begin{bmatrix} -0.0216 & -0.0118 \\ -0.0253 & -0.0183 \\ 0.0229 & 0.0182 \\ 0.0004 & -0.0000 \end{bmatrix},$$

$$B_{F2} = \begin{bmatrix} 0.0096 & -0.0024 \\ 0.0045 & 0.0060 \\ 0.0016 & 0.0233 \\ 0.0100 & 0.0042 \end{bmatrix},$$

$$C_{F1} = [0.0247 \quad -0.0092 \quad 0.0030 \quad 0.0046],$$

$$C_{F2} = [-0.0436 \quad 0.0240 \quad -0.0161 \quad 0.0270],$$

$$D_{F2} = 10^{-3}[-0.1150 \quad -0.0965],$$

$$D_{F1} = 10^{-3}[0.4727 \quad 0.3083], Y = 0.6709$$

根据式(7)计算的阈值为

$$J_{th} = \sup_{d} \sup_{\substack{l_2, f=0 \\ k=0}}^{300} E \left\{ \sum_{k=0}^{300} r^T(k) r(k) \right\} = 0.0143$$

仿真结果表明

$$J(r) = \left\{ \sum_{k=0}^{109} r^T(k) r(k) \right\}^{1/2} = 0.0146 > J_{th},$$

说明故障出现后在第 9 步被检测到

图 1 为有无故障时的残差评价函数变化曲线, 图 2 给出了残差产生系统的输出. 从图中可以看出, 采用本文方法得到的故障检测滤波器是可行的

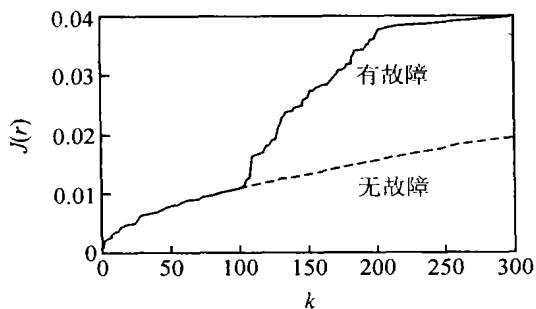


图1 残差评价函数

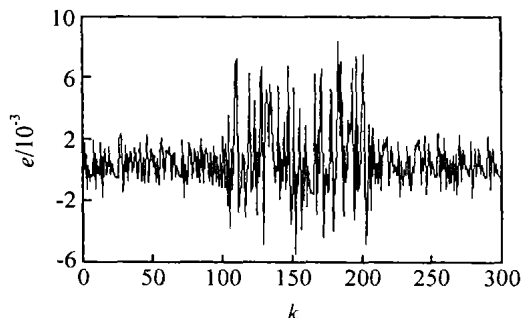


图2 残差信号

## 5 结论

本文研究基于滤波器的时滞离散马尔可夫跳跃系统的鲁棒故障检测问题,给出了相应滤波器的设计方法。该滤波器设计方法采用较为成熟的线性矩阵不等式方法进行求解,所得的故障检测滤波器在系统存在未知输入和控制输入时,能准确检测到故障信号。

## 参考文献(References)

- [1] Frank P M, Ding S X. Survey of Robust Residual Generation and Evaluation Methods in Observer-based Fault Detection Systems [J]. *J of Process Control*, 1997, 7(6): 403-424
- [2] Ding S X, Jeansch T, Frank P M. A Unified Approach to the Optimization of Fault Detection Systems [J]. *Int J of Adaptive Control Signal Processing*, 2000, 14(7): 725-745
- [3] Niemann H, Saberi A, Stoorvogel A, et al. Exact, Almost and Delayed Fault Detection: An Observer-based Approach [J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 1999, 9(4): 215-238
- [4] Patton R J, Chen J. On Eigenstructure Assignment for Robust Fault Diagnosis [J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2000, 10(14): 1193-1208
- [5] Nobrega E G, Abdalla M O, Grigoriadis K M. LM I-based Filter Design for Fault Detection and Isolation [A]. *Proc of the 39th Conf on Decision and Control [C]*. Sydney, 2000, 4329-4334
- [6] Zhong M Y, Ding S X, Lam J, et al. An LM I Approach to Design Robust Fault Detection Filter for Uncertain LTI Systems [J]. *Automatica*, 2003, 39(3): 543-550
- [7] Cao Y Y, Lam J. Stochastic Stabilizability and  $H$  Control for Discrete-time Jump Linear Systems with Time Delay [J]. *J of Franklin Institute*, 1999, 336(8): 1263-1281
- [8] Gao H J, Lam J, Xu S Y, et al. Stabilization and  $H$  Control of Two-dimensional Markovian Jump Systems [J]. *IMA J of Mathematical Control and Information*, 2004, 21(4): 377-392
- [9] Xu S Y, Chen T W, Lam J. Robust  $H$  Filtering for Uncertain Markovian Jump Systems with Mode-dependent Time Delays [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(5): 900-907
- [10] Oliveira M C, Gerome J C, Bernussou J. Extend  $H_2$  and  $H_\infty$  Norm Characterization and Controller Parameterizations for Discrete-time Systems [J]. *Int J of Control*, 2002, 75(9): 666-679
- [5] Goldberg D E. Real Coded Genetic Algorithms, Virtual Alphabets and Blocking [J]. *Complex Systems*, 1991, 5(2): 139-167
- [6] Srinivas M, Patnaik L M. Adaptive Probabilities of Crossover and Mutation in Genetic Algorithms [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1994, 24(4): 656-667
- [7] 陈长征, 王楠. 遗传算法中交叉和变异概率选择的自适应方法及作用机理 [J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(1): 41-43  
(Chen C Z, Wang N. Adaptive Selection of Crossover and Mutation Probability of Genetic Algorithm and Its Mechanism [J]. *Control Theory and Applications*, 2002, 19(1): 41-43)
- [8] 张晓绩, 方浩, 戴冠中. 遗传算法的编码机制研究 [J]. *信息与控制*, 1997, 26(2): 134-139  
(Zhang X J, Fang H, Dai G Z. Studies on Encoding Mechanism of Genetic Algorithm [J]. *Information and Control*, 1997, 26(2): 134-139)
- [9] 侯格贤, 吴成柯. 遗传算法的性能分析 [J]. *控制与决策*, 1999, 14(3): 257-260  
(Hou G X, Wu C K. Performance Analysis for Genetic Algorithm [J]. *Control and Decision*, 1999, 14(3): 257-260)
- [10] Whitley D, Beveridge R, Graves C, et al. Test Driving Three Genetic Algorithms: New Test Functions and Geometric Matching [J]. *J of Heuristics*, 1995, 1(1): 77-104

(上接第 795 页)