

文章编号: 1001-0920(2006)07-0750-05

柔性机械手的鲁棒控制器设计

张袅娜^{1,2}, 冯勇², 王冬梅¹, 于兰¹

(1. 长春工业大学 自动化系, 长春 130012; 2 哈尔滨工业大学 电气工程学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对柔性机械手的动力学方程具有非最小相位的特点, 运用重新定义的柔性机械手系统的输出, 通过输入输出线性化, 将系统分解为输入输出子系统和零动态子系统。考虑到柔性机械手系统存在的不确定性, 设计终端滑模控制器, 使输入输出子系统在有限时间内收敛到零, 最优组合输出系数采用混沌遗传算法优化, 以保证零动态子系统在平衡点附近渐近稳定, 从而保证整个系统渐近稳定。仿真结果证明了设计方法的有效性。

关键词: 终端滑模控制; 柔性机械手; 混沌遗传算法

中图分类号: TP24 **文献标识码:** A

Design of Robust Controller of Flexible Manipulators

ZHANG Niao-na^{1,2}, FENG Yong², WANG Dongmei¹, YU Lan¹

(1. Department of Automation, Changchun University of Technology, Changchun 130012, China; 2 Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China. Correspondent: ZHANG Niao-na, E-mail: zhangniaona@163.com)

Abstract: To the nonminimum phase of two-link flexible manipulator, the system output is redefined. The system is decomposed into input-output subsystem and zero dynamics by means of input-output linearization. A terminal sliding mode control strategy is designed for the system with unmatched uncertainties to make the input-output subsystem converges in finite time. Moreover, the zero dynamics can be asymptotically stable at equilibrium point by choosing optimal output coefficient according to genetic algorithm based on chaos mutation. Thus, the whole original two-link flexible manipulator control system is guaranteed to be asymptotically stable. Simulation results show the validation of the design method.

Key words: Terminal sliding mode control; Flexible manipulator; Chaos genetic algorithm

1 引言

柔性机械手系统是强耦合、非线性、时变、多输入多输出系统。由于从柔性机械手的关节转矩输入到端点位移输出的传函为非最小相位, 当控制输入有界时, 这个特性阻碍了端点位移渐近跟踪期望轨迹。近年来, 研究人员提出一种重新定义输出的解决方法^[1~4], 使得在新的系统输出定义下, 柔性机械手系统在平衡点附近由非最小相位系统变为易于控制的最小相位系统^[5]。

本文基于重新定义输出的思想, 将关节电机转角和柔性模态变量的线性组合作为柔性机械手系统

的输出, 通过输入输出线性化, 将系统分解为输入输出子系统和内部子系统两部分。在此基础上提出一种终端滑模控制策略, 使得存在不确定性的输入输出子系统在有限时间内收敛, 并利用混沌遗传算法优化输出组合系数, 使柔性机械手系统的零动态子系统在平衡点附近渐近稳定, 从而保证整个柔性机械手系统渐近稳定^[1]。

2 双臂柔性机械手的动力学模型

采用文献[6]提出的双臂柔性机械手动力学模型, 其结构如图 1 所示。其中 Ox_0y_0 为固定的参考坐标, Ox_1y_1 和 Ox_2y_2 分别为绕中心 O 和 O 旋转

收稿日期: 2005-05-25; 修回日期: 2005-09-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(60474016)。

作者简介: 张袅娜(1972—), 女, 长春人, 博士生, 从事柔性机械手、鲁棒控制等研究; 冯勇(1962—), 男, 南京人, 教授, 博士生导师, 从事变结构控制、鲁棒控制等研究。

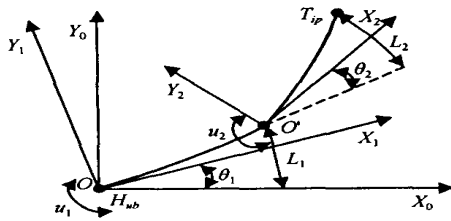


图 1 双臂柔性机械手模型示意

的局部坐标 双臂柔性机械手的动力学方程简述如下^[7]:

$$M(\theta, q) \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_r + E_1 \dot{\theta} \\ f_f + Kq + E_2 \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (1)$$

其中: $\theta \in R^2$ 为关节电机转角向量, $q \in R^{2r}$ 为柔性模态向量, $u \in R^2$ 为控制转矩向量, $f_r \in R^2$ 和 $f_f \in R^{2r}$ 分别为受重力、哥氏力和离心力影响的项, $E_1 \in R^{2 \times 2}$ 和 $E_2 \in R^{2r \times 2r}$ 分别为正定阻尼矩阵, $K \in R^{2r \times 2r}$ 为刚度矩阵, $M \in R^{2(r+1) \times 2(r+1)}$ 为正定惯量矩阵

柔性机械手的端点位移为

$$y_i(L_i, t) = L_i \theta + \sum_{j=1}^r \Phi_{ij} q_{ij}(t) = L_i \theta + \Phi_{ij}^T q_i(t), \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

本文控制的目的是: 调节柔性机械手的端点位移从任意的初始状态精确快速地到达零

3 输入输出线性化

通过重新定义关节电机转角变量和柔性模态变量的线性组合作为柔性机械手系统的输出, 对柔性机械手系统进行输入输出线性化, 将系统分解为由重新定义的输出构成的输入输出子系统和由柔性模态构成的内部子系统两部分

定义系统状态变量

$$x = [\theta^T \quad q^T \quad \dot{\theta}^T \quad \dot{q}^T]^T,$$

矩阵 $N(\theta, q)$ 为

$$N(\theta, q) = M^{-1}(\theta, q) = \begin{bmatrix} N_{11}(\theta, q) & N_{12}(\theta, q) \\ N_{21}(\theta, q) & N_{22}(\theta, q) \end{bmatrix} \quad (3)$$

将柔性机械手系统方程(1)重新写成如下形式:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4)$$

其中

$$f(x) =$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ -N_{11}(f_r + E_1 \dot{\theta}) - N_{12}(f_f + Kq + E_2 \dot{q}) \\ -N_{21}(f_r + E_1 \dot{\theta}) - N_{22}(f_f + Kq + E_2 \dot{q}) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$g(x) = [0 \quad 0 \quad N_{11}(\theta, q) \quad N_{21}(\theta, q)]^T.$$

重新定义柔性机械手系统的输出

$$z(t) = \lambda_0 \theta(t) + \lambda_1 q(t), \quad (6)$$

其中: 设计参数 $\lambda_0 \in R^{2 \times 2}$ 和 $\lambda_1 \in R^{2 \times 2r}$ 为对角阵, λ_0 对角线上的元素非零

下面根据重新定义的输出, 对柔性机械手系统(4)进行输入输出线性化. 显然, 对式(6)两次求导后控制量 u 显现, 得到输入输出子系统

$$\ddot{z}(t) = \alpha(\lambda_0, \lambda_1, x) + \beta(\lambda_0, \lambda_1, x)u(t). \quad (7)$$

其中

$$\alpha(\lambda_0, \lambda_1, x) = [- (\lambda_0 N_{11} + \lambda_1 N_{21})(f_r + E_1 \dot{\theta}) - (\lambda_0 N_{12} + \lambda_1 N_{22})(f_f + Kq + E_2 \dot{q})], \quad (8)$$

$$\beta(\lambda_0, \lambda_1, x) = [\lambda_0 N_{11}(\theta, q) + \lambda_1 N_{21}(\theta, q)] \quad (9)$$

柔性机械手系统为 $2(r+1)$ 维, 输入输出子系统仅为 2 维, 其余 $2r$ 维的系统状态即为柔性模态变量, 构成了柔性机械手系统的内部子系统. 从系统方程(4)可得

$$\ddot{q} = -N_{21}(f_r + E_1 \dot{\theta}) - N_{22}(f_f + Hq + E_2 \dot{q}) + N_{21}u \quad (10)$$

柔性机械手系统的内部子系统动力学方程十分复杂, 难以对其进行分析. 一般代之以研究零动态子系统的特性, 保证零动态子系统局部稳定, 即可保证整个闭环系统局部渐近稳定. 根据输入输出子系统(7), 当系统输出为零时, 内部子系统即为零动态子系统, 即

$$\ddot{z}(t) = \alpha(\lambda_0, \lambda_1, x) + \beta(\lambda_0, \lambda_1, x)u(t) = 0$$

解得

$$u(t) = -\beta^{-1}(\lambda_0, \lambda_1, x)\alpha(\lambda_0, \lambda_1, x),$$

代入内部子系统(10), 可得柔性机械手系统的零动态子系统

$$\ddot{q} = [-N_{22} + N_{21}(\lambda_0 N_{11} + \lambda_1 N_{21})^{-1} \times (\lambda_0 N_{12} + \lambda_1 N_{22})](f_f + Hq + D\dot{q}). \quad (11)$$

可见通过采用输入输出线性化法, 可将柔性机械手系统分解为输入输出子系统(7)和零动态子系统(11).

3.1 终端滑模控制器的设计

式(4)没有考虑系统的不确定性, 而实际中不确定性必然存在^[9]. 对于输入输出子系统(7), 当系统存在不确定性时, 假设矩阵 $\alpha_n(\lambda_0, \lambda_1, x)$ 和 $\beta_n(\lambda_0, \lambda_1, x)$ 分别为式(8)和(9)的标称向量, 定义

$$\Delta\alpha(\lambda_0, \lambda_1, x, u) = \alpha - \alpha_n,$$

$$\Delta\beta(\lambda_0, \lambda_1, x, u) = \beta - \beta_n$$

则输入输出子系统可重新写成

$$\ddot{z}(t) = \alpha_n(\lambda_0, \lambda_1, x) + \beta_n(\lambda_0, \lambda_1, x)u(t) +$$

$$\Delta(\lambda_0, \lambda_1, x, u). \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta(\lambda_0, \lambda_1, x, u) = \\ \Delta\alpha(\lambda_0, \lambda_1, x) + \Delta\beta(\lambda_0, \lambda_1, x)u(t) \end{aligned} \quad (13)$$

表示系统中的不确定部分. 对于输入输出子系统, 设计 TSM 如下:

$$\dot{s}(t) = \dot{z}(t) + c_1 z(t)^{q/p}. \quad (14)$$

其中: 设计参数 $c_1 = \text{diag}(c_{11} \quad c_{12})$, $c_{1i} > 0$, $i = 1, 2$; p 和 q 均为奇数, 且 $p > q > 0$

引理 1 对于输入输出子系统(7), 如果 TSM 选取式(14)的形式, 控制输入 $u(t)$ 设计为下列形式:

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_n(t), \quad (15)$$

$$\begin{aligned} u_{eq} = -\beta^{-1}(\lambda_0, \lambda_1, x) (\alpha_n(\lambda_0, \lambda_1, x) + \\ \frac{q}{p} c_1 \text{diag}(z^{q/p-1}(t))z), \end{aligned} \quad (16)$$

$$u_n(t) = -\beta^{-1}(\lambda_0, \lambda_1, x) \eta \text{sgn}(s(t)). \quad (17)$$

则输入输出子系统(7)的状态将在有限时间内收敛到零. 其中假设 β 可逆, 且在系统运动轨迹的邻域内, $\Delta\beta\beta^{-1}$ 和 μ 均有界; 设计参数 $\eta > 0$, 且满足

$$(1 + \Delta\beta\beta^{-1})\eta - \mu > \gamma, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mu = \Delta\alpha - \Delta\beta\beta^{-1}(\alpha_n + \\ \frac{q}{p} c_1 \text{diag}(z^{q/p-1}(t))z). \end{aligned} \quad (19)$$

其中 γ 为小的正常数

证明 考虑 Lyapunov 函数 $V(t) = 0.5s^T s$, 对 $V(t)$ 求导, 并将控制律(15)~(17)代入, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = s^T(t)\dot{s}(t) = \\ s^T(t) \left\{ \dot{z}(t) + \frac{q}{p} c_1 \text{diag}(z^{q/p-1}(t))z \right\} = \\ -s^T(t) \eta \text{sgn}(s) + s^T(t) (\mu - \Delta\beta\beta^{-1} \eta \text{sgn}(s)) = \\ -s^T(t) [(1 + \Delta\beta\beta^{-1})\eta - \mu] \text{sgn}(s) \\ - \gamma s < 0, \quad s \neq 0 \end{aligned}$$

因此, 输入输出子系统(7)可在有限时间 $t_r = \sqrt{2\gamma^{-1}} |V^{1/2}(0)|$ 内收敛到滑模面. 到达滑模面后, 由 $z_i(t_{ri}) = 0$ 滑动到原点的时间为 $t_{si} = p(c_{1i}(p-q))^{-1} z_i^{1-q/p}(t_r)$, $i = 1, 2$. 即输入输出子系统(7)的状态 $z(t)$ 和 $\dot{z}(t)$, 将在有限时间 $t_R = \max_{i=1,2}(t_{ri} + t_{si})$ 内从任意初始状态滑动到原点.

对于零动态子系统(11), 在平衡点 $x = 0$ 处将其线性化. 定义 Ω 为 $x = 0$ 的邻域, 在 Ω 域上将矩阵 N 和 $f_f(\theta, q)$ 在 $x = 0$ 处按泰勒级数展开, 可得

$$\begin{aligned} N(\theta, q) \Big|_{x=0} = M^{-1}(\theta, q) \Big|_{x=0} + f_{\text{hot}}(x) = \\ \begin{bmatrix} N_{110} & N_{120} \\ N_{210} & N_{220} \end{bmatrix} + f_{\text{hot}}(x), \end{aligned} \quad (20)$$

$$f_f(\theta, q) \Big|_{x=0} = f_{\text{hot}}(x). \quad (21)$$

式(20)和(21)代入零动态子系统(11), 有

$$\begin{aligned} \dot{q} = [-N_{220} + N_{210}(\lambda_0 N_{110} + \lambda_1 N_{210})^{-1} \times \\ (\lambda_0 N_{120} + \lambda_1 N_{220})] (Kq + E_2 q) + f_{\text{hot}}(x). \end{aligned} \quad (22)$$

令 $P_0 = N_{220} - N_{210}(\lambda_0 N_{110} + \lambda_1 N_{210})^{-1}(\lambda_0 N_{120} + \lambda_1 N_{220})$, 则

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = A(\lambda_0, \lambda_1) \begin{bmatrix} q \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ f_{\text{hot}}(x) \end{bmatrix}, \quad (23)$$

其中 $A(\lambda_0, \lambda_1) = \begin{bmatrix} 0 & I; -P_0 K & -P_0 E_2 \end{bmatrix}$

由文献[8]中定理 3.1 知, 如果 λ_0 和 λ_1 选取适当的值, $A(\lambda_0, \lambda_1)$ 的特征值全为负值, 则柔性机械手系统的零动态子系统(11)在平衡点处是局部渐近稳定的.

综合上述分析, 提出柔性机械手终端滑模控制系统设计的定理如下:

定理 1 对于柔性机械手系统(4), 如果按式(6)重新定义其输出, 选取合适的参数 λ_0 和 λ_1 , 使得式(23)的矩阵 A 的特征值严格为负值, 并且终端滑模选取为式(14), 终端滑模控制器 $u(t)$ 设计为式(15)~(17)的形式, 则系统(4)将在平衡点附近渐近稳定.

证明 根据参数 λ_0 和 λ_1 , 按式(6)对柔性机械手系统(4)作输入输出线性化, 得到输入输出子系统(9). 由引理 1 知, 如果终端滑模选为式(14), 终端滑模控制器 $u(t)$ 设计为式(15)~(17)的形式, 则输入输出子系统将在有限时间内收敛到零; 如果选取参数 λ_0 和 λ_1 使得矩阵 A 的特征值严格为负值, 则零动态子系统将在平衡点处渐近稳定. 因此, 原柔性机械手系统的端点位移输出也渐近收敛到零.

4 利用混沌遗传算法设计控制器参数

遗传算法(GA)是一种随机化搜索算法, 本文采用 GA 算法对柔性机械手的零动态子系统进行参数的优化设计, 即对 $A(\lambda_0, \lambda_1)$ 中的参数 λ_0 和 λ_1 进行寻优.

1) 编码: 将待寻优的参数 $\lambda_0 = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2]$ 和 $\lambda_1 = \text{diag}[\lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6]$ 表示为遗传算法的基因, 基因串联组成个体 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6)$, 多个个体组成种群, 初始种群采用随机方法生成.

2) 适应度函数: 采用下列二次型性能指标作为适应度函数:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (24)$$

并满足约束条件: $I = \max_j \text{Re}[\lambda_j(A)] < 0$. 式中 Q $R^{12 \times 12}$ 和 $R^{2 \times 2}$ 为正定对称阵, x 为式(4)中的状态向量, u 为系统的控制输入.

当选择父本进行交叉操作时, 先按式(24) 得到各个体的适应度函数值, 再从优到劣依次排列, 并根据轮盘赌法确定个体的选择概率, 由此组成父本

3) 遗传算子: 利用当前种群的平均、最大和最小适应度函数值 ($fit_{avg}(m)$, $fit_{max}(m)$, $fit_{min}(m)$), 估计当前种群的个体多样化程度

$$f_d(m) = \frac{fit_{avg}(m)}{\epsilon + fit_{max}(m) - fit_{min}(m)}$$

其中: m 为遗传代数; ϵ 为一小正数, 以保证不出现奇异. 通过引入自适应机制, 使 P_c 和 P_m 跟随种群多样性和遗传代数进行自适应调整. $P_c(m)$ 和 $P_m(m)$ 分别为

$$P_c(m) = P_{c0} e^{-b_1 m / m_{max}} / f_d(m), \quad (25)$$

$$P_m(m) = P_{m0} e^{-b_2 m / m_{max}} / f_d(m), \quad (26)$$

其中: m_{max} 为最大进化代数; P_{m0} , $P_{c0} \in [0, 1]$, $b_1, b_2 \in R^+$, 可任意取值. 这样, 当种群分布较集中时, P_m 将增加, P_c 将减小, 否则相反. 在总的趋势上, P_m 和 P_c 均随遗传进程缓慢减小. 通过对父本采用单点交叉和变异, 可得到新一代的个体

4) 混沌插入算子: 为防止 GA 算法过早收敛, 利用混沌运动的随机性、遍历性、规律性和对初值敏感性等特点, 构成混沌插入算子更新群体中的部分个体^[10]. 采用 Logistic 映射产生混沌变量序列 $\{z_k\}$ 如下:

$$z_{k+1} = \mu z_k(1 - z_k), \quad k = 0, 1, \dots, z_0 \in (0, 1). \quad (27)$$

当 $\mu = 4$ 时, 系统(27) 为完全混沌状态. 选取群体中适应度值较小的个体 $\lambda^* = \{\lambda_i\}, i = 1, 2, \dots, r, r < 0.9N, i = 1, 2, \dots, 6$. 通过参数变换 $y_{si}^* = (\lambda_i - a_i) / (b_i - a_i)$, 映射到 $[0, 1]$ 区间后形成矩阵 $y^* \in R^{r \times 6}$. 以某一随机初值, 通过式(27) 得到混沌序列 $z_k, k = 1, 2, \dots, 6r$, 并形成矩阵 $y = \{z_{6s+i}\} \in R^{r \times 6}$. 将混沌序列矩阵 y 加到参数矩阵 y^* , 可得 $y^* = (1 - \alpha)y^* + y$. 其中 $\alpha = 1 - [(m - 1)/m]^\beta, \beta$ 为整数, 随优化目标函数而定. 对矩阵 y^* 进行参数反变换: $\lambda_i^* = a_i + (b_i - a_i)y^*$, 得到新的个体集合 λ^* , 以便进行下一代遗传搜索操作. 利用混沌插入算子可有效避免单纯 GA 局部收敛和早熟的问题

5 仿真研究

下面用仿真实例对参数 λ_0 和 λ_1 采用混沌遗传算法进行寻优. 机械手的参数如下: $L_1 = L_2 = 0.8 \text{ m}$, $\rho_1 = 1.1718 \text{ kg} \cdot \text{m}/(\text{steel}), \rho_2 = 0.5859 \text{ kg} \cdot \text{m}/(\text{steel}), M_{n1} = 0.5 \text{ kg}, M_{n2} = 0 \text{ kg}, EI_1 =$

$544.32 \text{ N} \cdot \text{m}^2, EI_2 = 68.04 \text{ N} \cdot \text{m}^2, J_1 = 2.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_2 = 0.4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_h = 0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; 选取种群规模 $N = 30$, 遗传代数 $m = 200, p_{c0} = 0.8, p_{m0} = 0.1, b_1 = b_2 = 3, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6 \in [0, 10]$

仿真结果如表 1 和图 2 所示. 表 1 为经遗传算法优化的控制器 6 个参数值, 其中 I 为对应矩阵 A 的特征根, J 为 19, 98, 184 代时对应的适应度函数值; 图 2 为适应度函数 J 的演化过程. 可见经过 94 代寻优, GA 算法找到了使系统满足二次型适应度函数 J 最小的控制器参数.

表 1 优化的参数值

代数	67	72	184
λ_1	9.5279	9.5279	9.5279
λ_2	7.7993	8.0291	4.3033
λ_3	0.1208	0.1208	0.1208
λ_4	2.8367	2.8367	2.8367
λ_5	0.7565	0.7565	0.7565
λ_6	0.4048	0.4048	0.4048
I	-0.32	-0.32	-0.32
f	40.6251	40.6237	40.4306

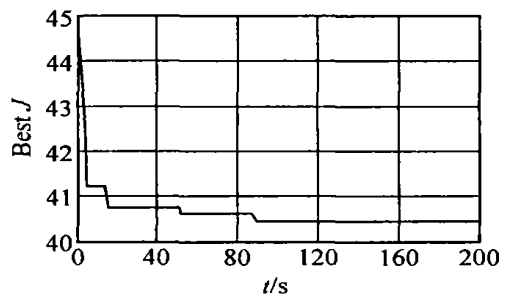
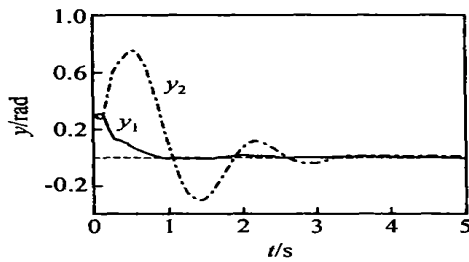
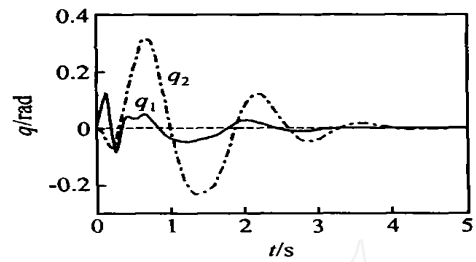
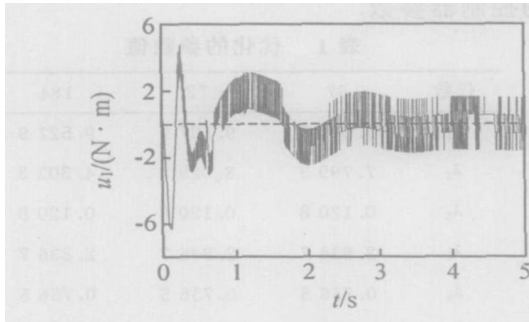
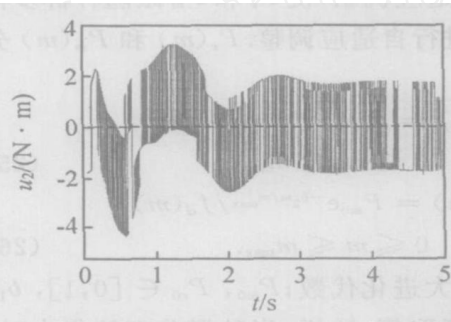


图 2 适应度函数 J 的优化进程

以负载变化实验为例, 假设机械手系统的负载范围为 $0 \sim 0.5 \text{ kg}$, 取 $m_{n2} = 0.25 \text{ kg}$ 为标称情况, 而实际端点负载 $m_{n2} = 0.5 \text{ kg}$. 系统状态初值选取如下: $\theta(0) = 1, \theta_2(0) = 0.5$, 其余状态初值为零. 选取设计常数 $\gamma = 0.5, \eta = \text{diag}(32, 15)$, 滑模选为 $c_1 = 0.5, q/p = 5/3$, 采用上节得到的 λ_0 和 λ_1 .

仿真结果如图 3 ~ 图 6 所示. 图 3 为双臂柔性机械手的端点位移 $y_1(L_1, t)$ 和 $y_2(L_2, t)$; 图 4 为柔性臂 1 的柔性模态 $q_1(t)$ 和柔性臂 2 的柔性模态 $q_2(t)$; 图 5 和图 6 分别为控制输入 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$. 由仿真结果可见, 柔性机械手系统的端点位移渐近收敛到零, 柔性模态也渐近收敛, 说明本文提出的终端滑模控制对系统的不确定性具有鲁棒性. 与文献[1~ 4]相比, 重新定义的系统输出中的设计参数由原来的 2 个增至 6 个, 参数的取值范围由原来的 $[0, 1]$ 之间增至整个实数范围内, 使得保证零动态子系统稳定的

图3 端点位移 y 图4 柔性模式 q 图5 控制输入 u_1 图6 控制输入 u_2

设计参数选择余地增大,系统的收敛速度加快

6 结 论

本文重新定义柔性机械手系统的输出,使系统在平衡点附近为最小相位系统,所设计的终端滑模控制器,可保证含有不确定性的输入输出子系统的状态在有限时间内收敛到零。利用混沌遗传算法优化输出组合系数,可保证柔性机械手系统的零动态子系统在平衡点处渐近稳定,从而保证整个柔性机械手系统渐近稳定。本文提出的终端滑模控制策略设计过程简单,易于实现。

参考文献(References)

- [1] Luca A D, Lanari L. Achieving Minimum phase Behavior in a One-link Flexible Arm [A]. *Int Symp on Intelligent Robotics*[C]. Bangalore, 1991: 224-235
- [2] Yin W. End-point Trajectory Control, Stabilization and Zero Dynamics of a Three-link Flexible Manipulator [A]. *Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation*[C]. New York, 1992, 2: 468-473
- [3] Madhavan S K, Singh S N. Inverse Trajectory Control and Zero-dynamics Sensitivity of an Elastic Manipulator [J]. *Int J of Robot Automation*, 1991, 6(4): 179-191
- [4] Damaren C J. Modal Properties and Control System

Design for Two-link Flexible Manipulators[J]. *Int J of Robotics Research*, 1998, 17(6): 667-678

- [5] Wang D, Vidyasagar M. Transfer Function for a Single Flexible Link [A]. *Proc of IEEE Int Conf on Robot Automation*[C]. Scottsdale, 1989: 1042-1047.
- [6] Cao W J. *Several New Sliding Surfaces and Variable Structure Controllers-integration, Analysis and Applications* [D]. Singapore: National University of Singapore, 2000
- [7] Moallem M, Patel R V, Khorasani K. *Flexible-link Robot Manipulators* [M]. London: Springer-Verlag, 2000
- [8] Slotine J J E, Li W P. *Applied Nonlinear Control*[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1991.
- [9] Kim K S, Park Y. Robust Sliding Hyperplane Design for Parametric Uncertain Systems by Riccati Approach [A]. *Proc of the American Control Conf* [C]. Philadelphia, 1998: 579-583
- [10] 姚俊峰,梅焱,彭小奇,等.混沌遗传算法及其在系统中的应用[J]. *系统工程*, 2001, 19(1): 70-74
(Yao J F, Mei C, Peng X Q, et al. A New Optimization Approach — Chaos Genetic Algorithm [J]. *Systems Engineering*, 2001, 19(1): 70-74)