

文章编号: 1001-0920(2006)08-0893-05

永磁同步电动机的鲁棒 MR-LQ 最优电流控制

徐建英^{1,2}, 刘贺平¹

(1. 北京科技大学 信息工程学院, 北京 100083; 2 鞍山科技大学 电信学院, 辽宁 鞍山 114044)

摘 要: 提出了永磁同步电动机鲁棒参考模型逆线性二次型最优电流控制系统的结构和数学模型, 设计了最优电流控制系统的伺服控制器, 分析了系统的鲁棒稳定性和鲁棒跟踪性能. 以内埋式永磁同步电动机为例, 对系统进行了仿真研究. 仿真结果表明, 系统对参数变化和负载扰动具有很强的鲁棒性, 可以实现高精度的电流控制和动态解耦.

关键词: MR-LQ 设计方法; 永磁同步电动机; 鲁棒性; 渐近解耦; 电流控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Optimal Current Control of Permanent Magnet Synchronous Motor by the Robust MR-LQ Design Method

XU Jian-ying^{1,2}, LIU He-ping¹

(1. School of Information Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;
2. School of Electronic and Information Engineering of Anshan University of Science and Technology, Anshan 114044, China. Correspondent: XU Jian-ying, E-mail: xjy1961517@sohu.com)

Abstract: The structure and mathematical model of an optimal current control system of permanent magnet synchronous motors are presented by the robust model reference-inverse linear quadratic (MR-LQ) design method. An optimal servo controller of the current control system is designed. The robust stability and the robust tracking ability are analysed. Simulation results of interior permanent magnet synchronous motor show that the system has strong robustness against the parameter variations and load disturbance with high accuracies of current control and dynamic decoupling.

Key words: MR-LQ design method; Permanent magnet synchronous motor; Robust performance; Asymptotic Decoupling; Current control

1 引 言

永磁同步电动机(PMSM)通过永磁体产生磁通, 无需另加励磁装置, 比感应电机效率高, 因而近年来其应用范围迅速扩大. PMSM的数学模型为 d 轴与 q 轴之间存在耦合的非线性系统, 可通过非线性状态反馈同时实现 dq 轴系统的解耦和大范围线性化. 电流控制器通常采用比例积分(PID)控制, 但在 PMSM 的 PI 电流控制系统中, 特别是在铁道车辆等的应用上, 要求用于驱动的逆变器小型轻量、低成本. 与其他用途相比, 控制运算周期比较长, 而且在高速运转区域, 为了降低开关损耗, 扩大电压输出范围, 逆变器的 PWM 调制方式一般采用单脉冲控

制方式, 其控制滞后比较大. 因此, 为了防止由于这些控制滞后所造成的性能下降和不稳定等现象, 必须附加由指令电流的滞后补偿来实现严密解耦.

逆线性二次型(LQ)设计方法是一种不指定权, 由简单的极点配置计算来求出 LQ 问题解的方法. 它主要具有以下优点:

1) 如果取增益调整参数 Σ 的极限 ($\Sigma \rightarrow \infty$), 则 LQ 系统的闭环传函渐近趋向于期望的传函, 而期望的传递函数矩阵一定是对角阵. Σ 与时域中的时间 t (或频域中的 s) 无关, 从而可实现动态解耦 (综合称为渐近解耦).

2) 可以得到基准最佳增益的最优解析解

收稿日期: 2005-07-06; 修回日期: 2005-11-30

作者简介: 徐建英(1961—), 男, 吉林双阳人, 副教授, 博士生, 从事交流调速、计算机控制的研究; 刘贺平(1951—), 男, 沈阳人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模、自适应控制、现代控制理论等研究.

3) 可以得到保证闭环系统最优性的增益调整参数 Σ 的下限值, 现场增益调整非常简单

因此, PM SM 采用 LQ 控制的电流最优控制方案, 不用附加滞后补偿, 便可以构成高速简单的电流控制系统^[1,2]。一般而言, 系统存在模型化误差和线性近似时忽略的非线性项等, 精确的控制对象模型难以得到, 控制对象本身也存在着特性变动等现象。这时, LQ 鲁棒伺服系统虽然能够实现渐近跟踪, 但过渡过程响应已非设计时的期望值。参考模型逆线性二次型(MR-LQ)是使用规范模型求出理想的响应, 在控制上利用响应变动信息, 即补偿机构(MR)加在 LQ 伺服系统上, 进一步提高 LQ 伺服系统的鲁棒稳定性和跟随特性^[3]。

2 线性化状态方程式及 dq 轴解耦控制

PM SM 在一般的 dq 同步旋转坐标系上的数学模型为

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + pL_d & -\omega L_q \\ \omega L_d & R_a + pL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \psi_a \end{bmatrix}, \quad (1)$$

旋转角速度 ω 与永久磁铁产生的交链电枢的磁链 ψ_a 的乘积 $\omega \psi_a$ 是电机感应电动势。电磁转矩

$$T = P_n \psi_a i_q + P_n (L_d - L_q) i_d i_q, \quad (2)$$

其中 P_n 为极对数。式(1)为 dq 轴之间存在与 ω 相关的耦合的非线性方程, 抽出 dq 轴耦合因素, 可得如下显含非线性状态反馈的方程式:

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_d^c \\ u_q^c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega L_q \\ \omega L_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \psi_a \end{bmatrix}. \quad (3)$$

将式(3)代入(1), 得到 dq 轴之间被解耦线性化的电压方程式

$$\begin{bmatrix} u_d^c \\ u_q^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + pL_d & 0 \\ 0 & R_a + pL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中 u_d^c 和 u_q^c 表示通过非线性状态反馈(3)进行坐标变换后的各绕组的附加电压。忽略电感 L_d 和 L_q 的动态变化, 由式(4)可得 PM SM 的状态方程式

$$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx. \quad (5)$$

这里: $x = [i_d \ i_q]^T, u = [u_d^c \ u_q^c]^T, y$ 为输出, $A = \text{diag}(-R_a/L_d, -R_a/L_q), B = \text{diag}(1/L_d, 1/L_q), C = I_2, I_n$ 为 n 阶单位阵

dq 轴的解耦控制律通过式(3)由式(6)给出, u_d^*, u_q^* 表示电压 u_d, u_q 的给定值

$$\begin{aligned} u_d^* &= u_d^c - \omega L_q i_q, \\ u_q^* &= u_q^c + \omega L_d i_d + \omega \psi_a \end{aligned} \quad (6)$$

3 PM SM 的 MR-LQ 最优电流控制设计

3.1 系统结构

由式(5)知, 该线性系统是能控能观的, 在原点没有零点, 是最小相位系统, 满足 MR-LQ 最优控制设计条件。现从电阻 R_a , 电感 L_d, L_q 参数同时最大变化为标称值的 40% 来考虑不确定性, 则式(5)变为^[4,5]

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + D \Delta E_a)x + (B + D \Delta E_b)u, \\ y &= Cx. \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $D = \text{diag}(1/L_d, 1/L_q), E_a = \text{diag}(-4R_a/3, -4R_a/3), E_b = \text{diag}(2/3, 2/3), \Delta = 1$ 。因为 $E_b^T E_a = 0$, 所以考虑使用新的输入 v 的反馈变换^[6], 即

$$u = v - \Xi E_b^T E_a x, \Xi = V_1 J^{-2} V_1^T.$$

这里: $J = E_b, V_1 = V = I_2, V$ 为对 E_b 进行奇异值分解的酉矩阵。输出 y 鲁棒跟踪阶跃给定值 r 的 1 型 MR-LQ 最优伺服系统结构如图 1 所示。其中: K_F^0, K_I^0 为渐近实现闭环期望特性的基准最佳增益; $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2)$ 为保证控制律最优性的增益调整参数, σ_1 和 σ_2 为正值; $G_{yr}^*(s)$ 为规范模型, 即 LQ 伺服系统的目标传递函数; $Q_E^0(s)$ 为误差调整补偿器

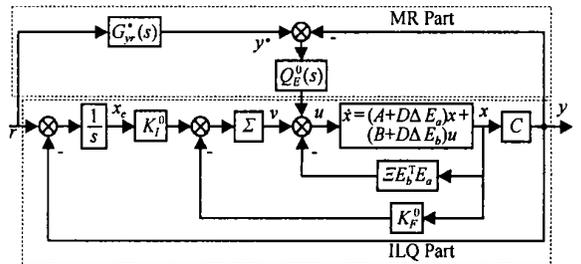


图 1 MR-LQ 最优伺服系统
定值参考输入 r 的内部模型为

$$\dot{x}_c = r - y, y_c = x_c, \quad (8)$$

则构成如下扩大偏差系:

$$\begin{aligned} \dot{x}_e &= (A_e + D_e \Delta E_e)x_e + (B_e + D_e \Delta E_b)v_e = \\ &A_e x_e + (B_e + D_e \Delta E_b)v_e, \\ -e &= C_e x_e \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} x_e &= [(x - \bar{x})^T \ (x_c - \bar{x}_c)^T]^T, \\ v_e &= v - \bar{v}, A_e = \begin{bmatrix} -A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, B_e = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \\ D_e &= [D^T \ 0]^T, E_e = [0 \ 0], \\ E_b^T E_e &= 0, C_e = [C \ 0], \end{aligned}$$

\bar{x}, \bar{x}_c 和 \bar{v} 分别为静态下的状态和控制输入。如图 1 所示, 针对扩大偏差系(9)的控制器的构成如下:

$$v_e = -K_e x_e + \Sigma Q_E^0(s) (y^* - y). \quad (10)$$

但 $K_e = \Sigma[K_F^0 \quad -K_I^0]$, y^* 为规范模型 $G_{yr}^*(s)$ 的输出, 控制作用 v_e 由以往的 LQ 伺服系统控制器(右边第 1 项)和条件反馈控制器(右边第 2 项)之和构成

在 MR-LQ 伺服系统中, 首先将用 LQ 设计法实现的目标值特性选为

$$G_{yr}^*(s) = C_e(sI - A_e + B_e K_e)^{-1} B_{c_e},$$

$$B_{c_e} = [0 \quad I_2]^T;$$

然后将图 1 中的 $Q_E^0(s)$ 按与定值参考输入的內部模型具有同样动特性的观点考虑^[7], 即

$$Q_E^0(s) = \frac{Q_c}{s} = D_c^{-1} \text{diag} \left\{ \frac{q_1 \beta_1^{(0)}}{s}, \frac{q_2 \beta_2^{(0)}}{s} \right\} \quad (11)$$

3.2 LQ 设计

针对式(9)在 $\Delta = 0$ 时的标称系统进行控制系统设计. 解耦矩阵

$$D_c = \begin{bmatrix} c_1(-A)^{d_1-1}B \\ c_2(-A)^{d_2-1}B \end{bmatrix} = CB. \quad (12)$$

其中: $\det(D_c) \neq 0$; 相对次数 $d_1 = d_2 = 1$; c_1, c_2 分别为 C 的第 1, 2 行. 故 LQ 伺服系统的目标传函为一阶惯性环节. 将目标值响应 $G_{yr}(s) = G_{yr}^*(s)$ 的渐近传递函数指定为

$$G_{yr}(s) = \text{diag} \{ 1/(1 + T_1^* s), 1/(1 + T_2^* s) \}.$$

其中: $T_i^* = -1/s_i^*$, $i = 1, 2, s_i^* < 0$ 为指定极点^[8].

$$[K_F^0 \quad K_I^0] = D_c^{-1} [C \quad \text{diag}(-s_1^*, -s_2^*)] = \begin{bmatrix} L_d & 0 & -L_d s_1^* & 0 \\ 0 & L_q & 0 & -L_q s_2^* \end{bmatrix}. \quad (13)$$

3.3 MR-LQ 设计

指定 $\beta_1^{(0)} = 4, \beta_2^{(0)} = 2, q_1 = q_2 = q$, 由式(11)和(12)得

$$Q_E^0(s) = \text{diag}(4qL_d/s, 2qL_q/s),$$

$$Q_c = \text{diag}(4qL_d, 2qL_q). \quad (14)$$

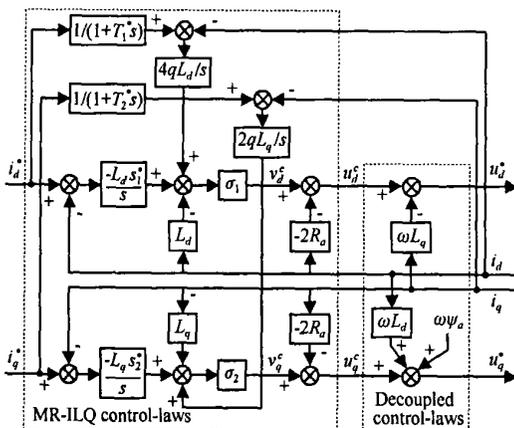


图 2 MR-LQ 伺服系统控制器

式(10)可分离为状态反馈项和前馈项之和的形式, 即

$$v_e = -\tilde{K}_e x_e + \tilde{G}_{yr}^*(s)r. \quad (15)$$

其中: $\tilde{K}_e = \Sigma[\tilde{K}_F^0 \quad -\tilde{K}_I^0]$, $\tilde{K}_e B_e = \Sigma$, 但 $\tilde{K}_F^0 = K_F^0$, $\tilde{K}_I^0 = K_I^0 + Q_c = \text{diag}[(4q - s_1^*)L_d, (2q - s_2^*)L_q]$

MR-LQ 伺服系统控制器如图 2 所示

3.3.1 鲁棒稳定性

将式(15)代入(9), 与 Δ 构成的闭环传递函数矩阵设为 $G_e(s)$, 则

$$G_e(s) = -E_b \tilde{K}_e (sI - A_e + B_e \tilde{K}_e)^{-1} D_e.$$

取变换矩阵

$$T_e = \begin{bmatrix} A - B\tilde{K} & B \\ C & 0 \end{bmatrix}, \tilde{K} = \tilde{K}_F^0 A - \tilde{K}_I^0 C,$$

$$A - B\tilde{K} = \text{diag}(4q - s_1^*, 2q - s_2^*),$$

$$T_e^{-1} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}, T_e^{-1} A_e T_e = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix}.$$

$G_e(s)$ 的渐近特性传递函数为

$$G_e(s) = \lim_{\Sigma \rightarrow \infty} G_e(s) = \bar{E}(sI - \bar{A}_{11})^{-1} T_{11} D - E_b, \quad (16)$$

而

$$\bar{A}_{11} = \text{diag}\{- (4q - s_1^*), - (2q - s_2^*)\},$$

$$\bar{E} = E_a(A - B\tilde{K}) - E_b \bar{A}_{21}.$$

取 $q > 0$ 时, \bar{A}_{11} 一定是稳定的. 又

$$G_e(s) = E_b < 1,$$

所以 $G_e(s)$ 稳定, 即 $G_e(s)$ 二次稳定. 此时 Σ 的下限值 Σ 一定存在, 使用满足 $\Sigma > \Sigma$ 的 Σ , 便可保证二次稳定性.

3.3.2 鲁棒跟踪性能

过渡响应的鲁棒性问题就是使输出误差 $y^* - y$ 的最大增益变小, 可通过使 r 到 $y^* - y$ 的传递函数矩阵的 H 范数变小来间接评价. 将 MR-LQ 伺服系统作为下线性分式变换形式处理, 如图 3 所示. 而

$$\omega = \Delta z, e_r = y^* - y,$$

$$\begin{bmatrix} e_r \\ z \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} r \\ \omega \end{bmatrix},$$

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix},$$

$P(s)$ 的状态空间实现为

$$P(s) = \left[\begin{array}{cc|cc} A_e - B_e K_e & 0 & B_{c_e} & 0 \\ 0 & A_e - B_e \tilde{K}_e & 0 & D_e \\ 0 & -C_e & 0 & 0 \\ -E_b K_e & -E_b \tilde{K}_e & 0 & 0 \end{array} \right],$$

$$P_{11}(s) = 0,$$

$$P_{12}(s) = -C_e (sI - A_e + B_e \tilde{K}_e)^{-1} D_e,$$

$$P_{21}(s) = -E_b K_e (sI - A_e + B_e K_e)^{-1} B_{c_e}$$

$$P_{22}(s) = G_e(s).$$

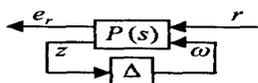


图3 下线性分式变换形式

在满足鲁棒稳定性的范围内, 即 $G_e(s) < 1$ 的情况下, 尽量使 $\gamma_{\max} = \max_{\Delta} F_l(P(s), \Delta)$ 变小 其中

$$F_l(P, \Delta) = P_{11} + P_{12}\Delta(I - P_{22}\Delta)^{-1}P_{21},$$

$$\gamma_{\max} = \max_{\Delta} \frac{P_{12}\Delta}{1 - P_{22}\Delta} (I - P_{22}\Delta)^{-1} P_{21}$$

$$= \frac{P_{12}(s)}{1 - G_e(s)} \frac{P_{21}(s)}{1 - G_e(s)},$$

$$P_{12}(s) = \sum \text{Im } P_{12}(s) = -\bar{C}_1(sI - \bar{A}_{11})^{-1}T_{11}D = 0,$$

$$C_e T_e = [\bar{C}_1 \quad \bar{C}_2]$$

又 $P_{21}(s)$ 不依赖于 $Q_E^0(s)$, 所以 $\gamma_{\max} = 0$, 即 $e_r = 0$, 实现准确跟踪 实际上, 取 $\Sigma > \Sigma, q > 0$, 便可同时保证鲁棒跟踪性能和鲁棒稳定性

4 仿真结果

仿真采用 MATLAB/SMULNK 软件^[9], 内埋式永磁同步电动机 (IPM SM) 的主要试验参数为^[10,11]: 额定功率为 3 相 0.735 kW, 额定电压为 208 V, 额定电流为 3 A, 额定频率为 60 Hz, $L_d = 4.2.44\text{mH}$, $L_q = 79.57\text{mH}$, $R_a = 1.93\Omega$, $J_m = 0.003\text{kg}\cdot\text{m}^2$, $B_m = 0.001\text{N}\cdot\text{m}/(\text{rad}/\text{s})$, $\Psi_a = 0.311\text{V}/(\text{rad}/\text{s})$, $P_n = 2$ d 轴电流给定值 $i_d^* = 0$, q 轴电流给定值 i_q^* 在 $0 \sim 0.5\text{s}$, $1 \sim 1.5\text{s}$ 期间为 1 A, $0.5 \sim 1\text{s}$ 期间为 3 A. 为了正确评价电机电流控制的电气性能, 设转子旋转角速度 ω 一定, $\omega = 100\text{rad}/\text{s}$, 取 $s_i^* = -70$ 折衷考虑鲁棒稳定性和过渡响应的鲁棒性, 取 $q = 0.314$ 折衷考虑目标值响应特性、2 次稳定性及控制输入的大小, 取 $\Sigma = \text{diag}(50, 50)$. 考虑到一般情况: 电流增加, 温度升高, 电枢电阻增加, 磁路饱和增加, 电感下降及前面的分析具有一定的保守性等, 电枢电阻增加 50% 的同时电感减少 50% 的情况下, 电机 d 轴电流, q 轴电流及电磁转矩 T 的仿真曲线如图 4 所示 由此看出, 在 IPM SM 的电流控制上, MR-LQ 最优伺服系统即便在过渡过程时, 对参数变动也具有很强的鲁棒性, 可以实现高精度的电流控制

电流控制系统 d - q 变量是一个动态耦合系统, i_d, i_q, ω 诸量之间互相影响 为此, 仍令 $i_d^* = 0$, 加入

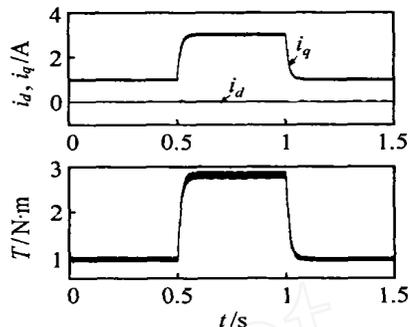


图4 R_a 增加 50%, 同时 L_d, L_q 下降 50% 的 i_d, i_q, T 波形 速度环, 速度调节器采用 PI 控制, 其输出作为 i_q^* 给定 速调比例系数 $k_p = 0.05$, 积分系数 $k_i = 0.05$, 速度给定 $\omega^* = 350\text{rad}/\text{s}$. 速调限幅为 $\pm 6\text{A}$, $t = 0.5\text{s}$ 时, 使负载转矩 T_m 由 $1\text{N}\cdot\text{m}$ 跳变为 $2\text{N}\cdot\text{m}$. 标称系统的 i_d, i_q, T, ω 起动过程及稳态后负载扰动仿真曲线如图 5 所示 由图 5 可知, 动态时 i_d 和 i_q 也得到了良好的解耦, 当 Σ 取值较大时, i_d 波动会变小, 解耦效果会更好; 对负载扰动也具有强的鲁棒性 当参数 R_a, L_d, L_q 如上述变化 50% 时, 也可得到近似图 5 的结果

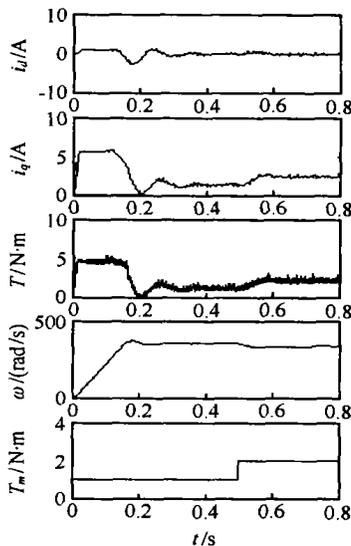


图5 标称系统的 i_d, i_q, T, ω 起动过程及负载扰动波形

5 结 语

最优控制 LQ 设计理论是指定权值, 求最优控制律, 但评价函数的权与闭环响应的关联不明确, 要求解复杂的 Riccati 方程, 设计结果几乎是全状态反馈 (与对象系统的结构无关), 从而造成控制系统结构复杂等, 大大限制了它的应用 但是, 最优 LQ 问题不依赖于权的选择, 一般具有低敏感度特性和鲁棒稳定性等优点 LQ 考虑的是最优控制的逆问题, 即以 LQ 设计理论为基础, 关于某个权是 LQ 问题解时控制律是最优的, 且具有解析值, 而权值解则没

有必要求出 MR-LQ 设计理论是对 LQ 的进一步完善和发展, 着眼于鲁棒稳定性和鲁棒跟踪性能的永磁同步电动机的 MR-LQ 渐近解耦最优电流控制, 也是解决矢量控制对参数变化敏感问题的有效方法之一。

参考文献(References)

- [1] Hiroshi Takami An Optimal Current-control of Permanent Magnet Synchronous Motor by LQ Design Method [J]. *Trans of the Society of Instrument and Control Engineers*, 2002, 38(8): 718-725.
- [2] Takao Fujii A New Approach to the LQ Design from the Viewpoint of the Inverse Regulator Problem [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1987, 32(11): 995-1004.
- [3] Masakazu Fujii, Takao Fujii Reference Model Based LQ Servo Design Method [A]. *Proc of the 46th Annual Conf of the Institute of System, Control and Information Engineers* [C]. Kyoto: Institute of System, Control and Information Engineers, 2002, 1009: 17-18.
- [4] Kimura, Fujii, Mori *Robust Control* [M]. Tokyo: Coronasha, 1994: 76-156.
- [5] 梅生伟, 申铁龙, 刘康志 *现代鲁棒控制理论与应用* [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 7-14, 232-242 (Mei S W, Shen T L, Liu K Z *Modern Robust Control Theory and Application* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 7-14, 232-242.)
- [6] Sadaaki Kunimatsu, Takao Fujii, Taro Tsujino Quadratic Stabilization of LQ Servo Systems with Generalized Reference Inputs [J]. *Trans of the Society of Instrument and Control Engineers*, 2003, 39(3): 307-309.
- [7] Sadaaki Kunimatsu, Masakazu Fujii, Takao Fujii Analysis and Synthesis of Model Reference LQ Servo System with Tracking Robustness [J]. *Trans of the Institute of System, Control and Information Engineers*, 2004, 17(3): 131-138.
- [8] Yuuki Kuroe, Hiroshi Abe, Takao Fujii LQ Design Method for Optimal Servo Systems with Generalized Reference Inputs [J]. *Trans of the Society of Instrument and Control Engineers*, 1996, 32(4): 539-546.
- [9] 薛定宇, 陈阳泉 *系统仿真技术与应用* [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 192-309 (Xue D Y, Chen Y Q. *System Simulation Technology and Application* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 192-309.)
- [10] Azizur Rahman M, Mahinda Vilathgamuwa D, Nasir Uddin M, et al Nonlinear Control of Interior Permanent magnet Synchronous Motor [J]. *IEEE Trans on Industry Applications*, 2003, 39(2): 408-416.
- [11] Yoji Takeda, Nobuyuki Matsui, Shigeo Morimoto, et al *Design and Control of Interior Permanent Magnet Synchronous Motor* [M]. Tokyo: Ohmsha, 2001: 129-151.

(上接第 892 页)

- [8] 徐泽水 *不确定多属性决策方法及应用* [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004 (Xu Z S *Uncertain Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications* [M]. Beijing: Tsinghua Publishing House, 2004.)
- [9] Mikhailov L. Group Prioritization in the AHP By Fuzzy Preference Programming Method [J]. *Computers & Operations Research*, 2004, 31(2): 293-301.
- [10] Mikhailov L. A Fuzzy Approach to Deriving Priorities from Interval Pairwise Comparison Judgements [J]. *European J of Operational Research*, 2004, 159(3): 687-704.
- [11] 魏毅强, 刘进生, 王绪柱 不确定型 AHP 中判断矩阵的一致性概念及权重 [J]. *系统工程理论与实践*, 1994, 14(4): 16-22 (Wei Y Q, Liu J S, Wang X Z Concept of Consistence and Weights of the Judgement Matrix in the Uncertain Type of AHP [J]. *System Engineering* *Theory and Practice*, 1994, 14(4): 16-22.)
- [12] 徐泽水 区间数互补判断矩阵排序的一种实用方法 [J]. *运筹与管理*, 2001, 10(1): 16-19 (Xu Z S A Practical Method for Priority of Interval Number Complementary Judgment Matrix [J]. *Operation and Management*, 2001, 10(1): 16-19.)
- [13] Arbel A, Vargas L. Preference Simulation and Preference Programming: Robustness Issues in Priority Derivation [J]. *European J of Operational Research*, 1993, 69(2): 200-209.
- [14] 朱建军, 刘士新, 王梦光, 等 大型钢铁企业重要备件-轧辊供应商评价 [J]. *系统工程理论与实践*, 2004, 24(11): 49-56 (Zhu J J, Liu S X, Wang M G, et al Key Spare-roll Vendor Selection for a Large-scale Steel-iron Enterprise [J]. *Systems Engineering Theory and Practice*, 2004, 24(11): 49-56.)