

文章编号: 1001-0920(2006)08-0918-05

基于递归神经网络的移动域控制方法

李明爱, 乔俊飞, 阮晓钢

(北京工业大学 电子信息与控制工程学院, 北京 100022)

摘要: 构造一种线性差分式 Hopfield 网络(LDHNN), 其稳定状态可使能量函数达到唯一极小值。利用该网络稳定性与其能量函数收敛特性的关系, 提出了基于 LDHNN 的移动域控制方法。LDHNN 的理论设计表明, 网络的稳态输出即为移动域 LQ 控制问题的解。当系统满足一定条件时, 基于 LDHNN 的移动域 LQ 控制能保证闭环最优控制系统的渐近稳定性。数字仿真取得了与理论分析一致的实验结果。

关键词: 递归神经网络; 移动域控制; LQ 控制; 稳定性

中图分类号: TP183 **文献标识码:** A

Receding-horizon Control Method with Recurrent Neural Networks

L I M i n g - a i , Q I A O J u n - f e i , R U A N X i a o - g a n g

(School of Electronic Information and Control Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China Correspondent: RUAN Xiao-gang, E-mail: adrxg@bjut.edu.cn)

Abstract: A linear difference Hopfield neural network (LDHNN) is built, and its energy function can reach the only minimum while LDHNN is stable. With the use of the relation between the stability and energy function convergence of the Hopfield neural network, an LDHNN-based receding-horizon (RH) control method is proposed. The theoretical design of LDHNN shows that the stable outputs of LDHNN are the solution of the RH LQ control problem. The LDHNN-based RH control can also guarantee the asymptotical stability of closed-loop optimal control systems if the controlled systems satisfy certain conditions. The numerical simulation results show the correction of theoretical analysis.

Key words: Recurrent neural network; Receding-horizon control; LQ control; Stability

1 引言

大多数工业过程具有非线性和时变的特点, 而非线性时变系统可用多个线性时变系统来近似。线性时变系统的最优控制问题成为人们关注的焦点。线性二次型(LQ)最优控制是现代控制工程中广泛采用且十分有效的设计方法之一, 正因为如此, 线性时变系统的 LQ 控制方法受到众多学者的重视和研究^[1,2]。

线性时变系统的 LQ 最优控制问题按控制时域的特点, 可分为有限域(FH)、无限域(H)和移动域

(RH)3 种情况。有限域 LQ 控制是在有限且固定的控制时域的初始时刻, 一次性求出控制时域内的全部控制量, 它计算简单, 但具有开环控制的特点; 无限域的 LQ 控制能实现闭环最优控制, 但该问题的求解方法一直未得到有效的解决; 移动域的 LQ 控制是在每个离散时刻, 通过极小化一个移动时域上的 LQ 性能指标, 求得并实施当前时刻的控制输入, 它具有计算简单、跟踪性能好、适于时变系统、易于扩展到非线性系统等优点, 已成为无限域上一种成功的闭环最优状态反馈控制策略^[3~7]。

收稿日期: 2005-04-28; 修回日期: 2005-07-26

基金项目: 国家自然科学基金项目(60375017, 60304012); 教育部科学技术研究重点项目(203002); 北京市教委科研项目(KM 200510005026)。

作者简介: 李明爱(1966—), 女, 河南鹤壁人, 副教授, 从事智能控制及应用的研究; 阮晓钢(1958—), 男, 四川自贡人, 教授, 博士生导师, 从事人工智能、信息处理等研究。

就目前的研究现状而言,移动域的LQ控制大体上可通过两种方式实现:1)基于Riccati方程;2)基于神经网络方式1)的研究相对成熟。研究表明,在适当的条件下,基于Riccati方程的移动域LQ闭环最优控制系统是一致渐近稳定的。方式2)的研究则相对贫乏。静态前向神经网络由于具有对任意非线性函数的逼近能力,在移动域LQ控制中仍然占据主要地位,常用于逼近被控对象或控制器输入与输出间的非线性映射关系;具有反馈联结的递归神经网络(如Hopfield网络),虽已用于移动域的LQ控制,但其功能还主要限于系统建模。

本文对传统型差分Hopfield网络进行改进,提出一种线性差分Hopfield网络(LDHNN)。理论分析表明,该网络达到稳定状态时,其能量函数可达到唯一极小值点。将LDHNN用于求解多变量时变系统的移动域LQ控制问题,通过建立移动域LQ性能指标与LDHNN能量函数间的等价关系,对每个离散时刻构造一个相应的LDHNN,网络的稳定状态即代表该时刻相应的移动域最优控制量。在下一个时刻,重复类似的过程,从而可实现无限域上的闭环最优控制。数字仿真验证了控制策略的正确性和有效性。

2 RH 控制策略

2.1 RH 控制问题描述

考虑如下线性多变量时变系统:

$$\begin{cases} X(k+1) = A(k)X(k) + B(k)U(k), \\ X(k_0) = X_0 \end{cases} \quad (1)$$

其中: $X(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)]^T \in R^{n \times 1}$ 为状态向量, $U(k) = [u_1(k), u_2(k), \dots, u_r(k)]^T \in R^{r \times 1}$ 为控制向量。对于系统(1),RH控制就是在每一离散时刻 k 求解下述优化问题:

$$\min_{U^{(k)}, Q_f(k)} J(k, k+N). \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} J(k, k+N) = & X^T(k+N)Q_f(k)X(k+N) + \\ & \sum_{i=k}^{k+N-1} \{X^T(i)Q(i)X(i) + U^T(i)R(i)U(i)\}. \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $Q(i) = C^T(i)C(i) \geq 0, R(i) = R^T(i) > 0, Q_f(k) = Q_f^T(k) \geq 0$ 。由此求得的 k 时刻的最优控制量 $U^*(k)$ 为移动域控制(RHC)。

2.2 RH 控制策略的稳定性

为保证稳定的RH状态反馈控制的存在性,假设矩阵 $A(\bullet), B(\bullet), Q(\bullet), R(\bullet)$ 和 $Q_f(\bullet)$ 有界,矩阵对 $(A(k), B(k))$ 一致稳定,矩阵对 $(A(k), C(k))$ 一致可观。研究表明,合理的 $Q_f(k_0)$ 可确保RH控制策

略的稳定性。

引理 1^[7] 对于所有的 $\sigma \in [k_0, k_0+N]$ 和某些 $H(\sigma)$, 如果存在某个 $Q_f(k_0)$, 满足

$$\begin{aligned} & Q_f(k) \\ & Q(\sigma) + H^T(\sigma)R(\sigma)H(\sigma) + (A(\sigma) - \\ & B(\sigma)H(\sigma))^T Q_f(k) (A(\sigma) - B(\sigma)H(\sigma)), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $H(\sigma) \in R^{r \times m}$ 为状态反馈矩阵。则对任意的 $1 \leq N \leq \infty$, 基于RHC(2)的控制系统(1)是一致渐近稳定的。

实际上,如果存在某个 $Q_f(k_0)$ 满足式(4), 则对所有的 $k > k_0$, 总存在 $Q_f(k)$ 满足式(4)^[7]。

2.3 RH 控制策略的实施

RH控制策略的实施过程可简述如下:

- 1) 在当前时刻 $k = k_0$, 极小化满足式(4)的性能指标 $J(k, k+N)$, 获得最优控制量 $U^*(i), i \in [k, k+N]$;
- 2) 实施RHC $U^*(k)$;
- 3) 在下一个时刻重复过程1)和2)。

3 传统及改进型差分Hopfield网络

3.1 传统型差分Hopfield网络

设网络联结权矩阵为 $W = [w_{ij}] \in R^{L \times L}$, 状态及阈值矢量分别为 $S = [s_1, s_2, \dots, s_L]^T \in \{-1, 1\}^{L \times 1}$, $\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L]^T \in R^{L \times 1}$, 则传统型差分Hopfield网络的非线性动态特性可由下式描述^[8]:

$$\begin{cases} s_i(t+1) = \text{sgn}\{v_i(t+1)\} = \\ \begin{cases} 1, & v_i(t+1) \geq 0; \\ -1, & v_i(t+1) < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

$$v_i(t+1) - v_i(t) = \sum_{j=1}^L w_{ij}s_j(t) - \theta_i \quad (6)$$

其能量函数为

$$E = -\frac{1}{2}S^T W S + S^T \Theta \quad (7)$$

相关研究表明^[8]: 1)在全并行模式下,传统型差分Hopfield网络稳定的充分条件是 $W \geq 0$; 2)在串行模式下,传统型差分Hopfield网络稳定的充分条件是 W 为对角元素非负的对称矩阵。

作为非线性系统,传统型差分Hopfield网络可能具有多个稳定状态,其能量函数具有多个局部极小点,从而限制了该网络在优化计算中的应用。

3.2 改进型差分Hopfield网络

将传统型差分Hopfield网络中的非线性变换函数 $\text{sgn}(\cdot)$ 改为线性变换,则可将传统型差分Hopfield网络改进为如下LDHNN:

$$\begin{aligned} v_i(t+1) - v_i(t) = & \eta \left(\sum_{j=1}^L w_{ij}v_j(t) - \theta_i \right), \\ & i = 1, 2, \dots, L. \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\eta > 0$ 称为学习率 其能量函数重新定义为

$$E = -\frac{1}{2}V^T W V + V^T \Theta \quad (9)$$

其中 $V = [v_1, v_2, \dots, v_L]^T$ 为网络状态向量

LDHNN 具有迭代学习功能,可用于优化计算

引理 2^[9] 设离散系统 $Z(t+1) = BZ(t) + \beta$, 若矩阵 B 的谱半径 $\rho(B) < 1$, 则离散系统是稳定的 即对任意初始向量 $Z(0)$ 和 β , 离散系统必将收敛至唯一的稳定状态 Z_s .

由引理 2 可推出定理 1 和定理 2

定理 1 假设矩阵 $W < 0$, 且学习率 η 足够小, 则式(8)所示 LDHNN 在全并行运行模式下是稳定的

证明 由式(8)可知, LDHNN 在全并行模式下满足

$$V(t+1) = (I + \eta W)V(t) - \eta \Theta$$

令 $\bar{W} = I + \eta W$, 假设 λ 和 $\bar{\lambda}(i = 1, 2, \dots, L)$ 分别表示矩阵 W 和 \bar{W} 的特征值, 则有

$$\det(\lambda I - W) = 0, \det(\bar{\lambda} I - \bar{W}) = 0$$

于是有

$$\bar{\lambda} = 1 + \eta \lambda \quad (10)$$

因为 $W < 0$, 所以 $\lambda < 0$ 记 $\lambda_{\min} = \min_{i=1, \dots, L} \lambda$, 则 $\rho(W) = |\lambda_{\min}|$ 由式(10)知, 若选取 $0 < \eta < 1/\rho(W)$, 则 $0 < \bar{\lambda} < 1$, 所以 $\rho(I + \eta W) = \rho(\bar{W}) < 1$ 由引理 1 得出, 式(8)所示 LDHNN 在全并行模式下是稳定的

定理 1 意味着: 对于任意网络初始状态 $V(0)$ 和 阈值向量 Θ , 式(8)所示 LDHNN 在全并行模式下都将收敛至唯一的稳定状态 V_s .

定理 2 设矩阵 $W < 0$, 且式(8)所示的 LDHNN 在全并行模式下具有稳定性, 则其稳定状态 V_s 将使能量函数(9)达到唯一的极小值点

证明 式(8)所示的 LDHNN 在全并行模式下满足

$$V(t+1) - V(t) = \eta(WV(t) - \Theta)$$

设 LDHNN 的稳定状态为 V_s , 则由上式得

$$V_s - V_s = \eta(WV_s - \Theta) = 0$$

因为 $W < 0$, 所以 W^{-1} 存在 于是有

$$V_s = W^{-1}\Theta \quad (11)$$

由式(9)知

$$\partial E / \partial V = -WV + \Theta$$

式(11)代入上式, 当 $V = V_s$ 时, 有 $\partial E / \partial V = 0$

定理 2 意味着: 当 $W < 0$ 时, LDHNN 稳定状态对应于能量函数 E 的唯一极小点 因此, LDHNN 由初始状态向稳定状态演化的过程就是其能量函数收敛并达到极小的过程 这一特性可用于求解优化问题, 包括式(2)所示的 RHC 问题

4 用 LDHNN 实现 RHC

用 LDHNN 实现 RHC 的关键是建立网络能量函数与 RH 性能指标间的等价关系, 以便进行网络设计.

定理 3 给定线性多变量时变控制系统(1), 其 RHC 性能指标为式(3). 假设使系统稳定的 RHC 存在, 则在任意离散时刻 k , 存在一个相应的联结权矩阵 $W < 0$ 的 LDHNN, 其能量函数 E 与移动域性能指标(3)等价

证明 定义控制向量 $\tilde{U}(k, k+N) \in R^{n \times 1}$ 和对角矩阵 $\tilde{R}(k, k+N) \in R^{n \times n}$ 分别为

$$\tilde{U}^T(k, k+N) = \{U^T(k), U^T(k+1), \dots, U^T(k+N-1)\}, \quad (12)$$

$$\tilde{R}(k, k+N) = \text{diag}(R(k), R(k+1), \dots, R(k+N-1)). \quad (13)$$

则性能指标(3)可重写为

$$J(k, k+N) = X^T(k+N)Q_f(k)X(k+N) + \tilde{U}^T(k, k+N)\tilde{R}(k, k+N)\tilde{U}(k, k+N) + \sum_{i=k}^{k+N-1} X^T(i)Q(i)X(i). \quad (14)$$

由式(1)和(12)知, 控制系统在离散时刻 $i(k+1 \leq i \leq k+N)$ 的状态可表示为

$$X(i) = \Phi(k, i)X(k) + \Psi(i)\tilde{U}(k, k+N). \quad (15)$$

其中: $\Phi(k, i) \in R^{n \times n}$ 为系统(1)的状态转移矩阵, 即

$$\Phi(k, i) = A(i-1)A(i-2)\dots A(k); \quad (16)$$

$\Psi(i) \in R^{n \times n}$ 为如下分块矩阵:

$$\Psi(i) = \{\Psi_1(i), \Psi_2(i), \dots, \Psi_n(i)\}, \quad (17)$$

$$\Psi_j(i) = \begin{cases} A(i-1)A(i-2)\dots A(j)B(j-1), & j < i-k; \\ B(j-1), & j = i-k; \\ 0, & j > i-k. \end{cases} \quad (18)$$

式(15)代入式(14)并加整理, 可得出 $J(k, k+N)$ 等价于 $J_1(k, k+N)$.

$$J_1(k, k+N) = \tilde{U}^T(k, k+N)F(k, k+N)\tilde{U}(k, k+N) + 2\tilde{U}^T(k, k+N)G(k, k+N). \quad (19)$$

其中 $F(k, k+N) \in R^{n \times n}$ 和 $G(k, k+N) \in R^{n \times 1}$ 定义如下:

$$F(k, k+N) = \tilde{R}(k, k+N) + \sum_{i=k+1}^{k+N-1} \{\Psi^T(i)Q(i)\Psi(i)\} + \Psi^T(k+N)Q_f(k)\Psi(k+N), \quad (20)$$

$$G(k, k+N) =$$

$$\left\{ \Psi^F(k+N)Q_f(k)\Phi(k, k+N) + \sum_{i=k+1}^{k+N-1} [\Psi^F(i)Q(i)\Phi(k, i)] \right\} X(k). \quad (21)$$

显然, $J_1(k, k+N)$ 等价于 $J_2(k, k+N)$.

$$J_2(k, k+N) = \frac{1}{2} \tilde{U}^T(k, k+N)F(k, k+N)\tilde{U}(k, k+N) + \tilde{U}^T(k, k+N)G(k, k+N).$$

对比性能指标 $J_2(k, k+N)$ 和式(9)所示的网络能量函数 E 可知, 当联接权矩阵 $W(k, k+N)$ $R^{N \times N}$ 和阈值向量 $\Theta(k, k+N)$ $R^{N \times 1}$ 分别按下式选取时:

$$\begin{cases} W(k, k+N) = -F(k, k+N), \\ \Theta(k, k+N) = G(k, k+N). \end{cases} \quad (22)$$

相应的LDHNN的能量函数 E 与控制系统移动域 $[k, k+N)$ 上的性能指标 $J(k, k+N)$ 等价. 由式(20)和(22)得

$$W(k, k+N) = W_1 + W_2 + W_3 \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} W_1 &= -\tilde{R}(k, k+N), \\ W_2 &= -\Psi^F(k+N)Q_f(k)\Psi(k+N), \\ W_3 &= -\sum_{i=k+1}^{k+N-1} \Psi^F(i)Q(i)\Psi(i). \end{aligned}$$

易证 $W(k, k+N) < 0$

定理 1 是一个构造性定理, 它为利用LDHNN求解RHC问题提供了理论依据. 依据定理 1 和定理 2, 可得如下推论:

推论 1 当学习率 η 足够小时, 依式(22)设计的LDHNN具有稳定性. 当网络达到稳定状态时, 其能量函数可达到唯一的极小值点.

推论 2 当依式(22)设计的LDHNN收敛至稳定状态时, 其稳定状态 V_s 是RHC问题(2)的解 $\tilde{U}(k, k+N)$ 或 $U^*(i), i = k, k+1, \dots, k+N-1$.

推论 3 以LDHNN为优化计算工具, 按定理3的方法设计网络, 则求得的RHC与基于矩阵Riccati方程的理论解一致. 若终端加权矩阵 $Q_f(\bullet)$ 满足矩阵不等式(4), 则上述基于LDHNN的RH闭环最优控制系统是一致渐近稳定的.

5 仿真研究

考虑如下线性时变系统:

$$X(k+1) = \begin{bmatrix} 2 + 0.1 \sin k & 0.5 \\ 0.6 & 1 - 0.15 \cos k \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 1 + 0.05 \cos(k/2) & 0.5 \\ 0.4 & 2 + 0.1 \sin(k/3) \end{bmatrix} U(k).$$

其初始状态为 $X^T(0) = [2 \ 2]$, 相应的RH控制性

能指标为

$$J(k, k+4) = X^T(k+4) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} X(k+4) + \sum_{i=k}^{k+3} \left\{ X^T(i) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} X(i) + U^T(i) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} U(i) \right\}. \quad (24)$$

依据定理 3, 设计了具有 8 个神经元的LDHNN, 用于求解RHC问题(24).

表 1 给出了基于LDHNN(规定迭代次数为 10 000)一次性求解有限域指标 $J[0, 4)$ 的最优控制量 $U_{net}(\bullet)$, 并与基于Riccati方程求得解 $U_{Ric}(\bullet)$ 进行比较.

表 1 控制量比较

k	$U_{Ric}(k)$	$U_{net}(k)$
0	$\begin{bmatrix} -3.37160933270587 \\ -1.09261569076579 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3.37160933270591 \\ -1.09261569076583 \end{bmatrix}$
1	$\begin{bmatrix} -1.17328287393191 \\ 0.02228022263885 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1.17328287393173 \\ 0.02228022263886 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} -0.41332430683544 \\ 0.06664065754691 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.41332430683548 \\ 0.06664065754693 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} -0.13393820361038 \\ 0.02706655971829 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.13393820361037 \\ 0.02706655971829 \end{bmatrix}$

图 1 为上述求解过程中网络能量函数 $E(t)$ 和控制性能指标 $J[0, 4)$ 的演化曲线; 图 2 为网络的稳态输出, 即系统的最优控制量 $U^*(\bullet)$ 的变化曲线; 图 3 为以网络稳态输出作为最优控制输入时系统的状态转移轨迹; 图 4 中同时给出了 $k = 0, 1, \dots, 9$ 时, 利用LDHNN滚动求解移动域指标 $J[k, k+4)$, RHC作用下系统的状态转移轨迹 $x_{gd}(k)$, 以及 $k = 0, N = 10$ 时, 一次性求解有限域指标 $J[0, 10)$, 最优控制量作用下系统的状态转移轨迹 $x_{yc}(k)$.

仿真结果表明, 当迭代次数足够大时, 利用LDHNN求解移动域最优控制问题可获得理论解, 基于RH控制策略可实现多变量时变系统的闭环优化控制, 其控制效果与一次性优化的控制效果相当.

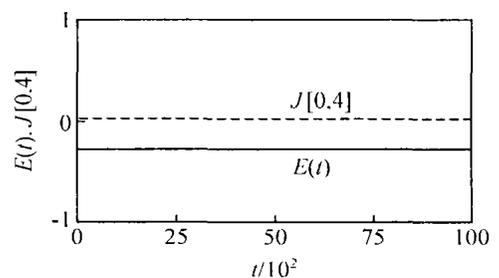


图 1 网络能量函数和控制性能指标演化曲线

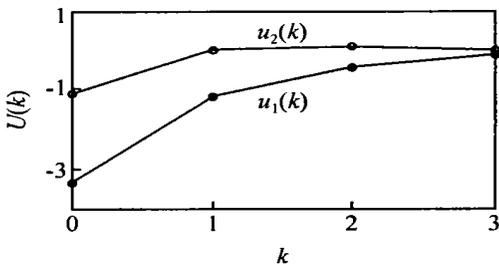


图2 最优控制量变化曲线

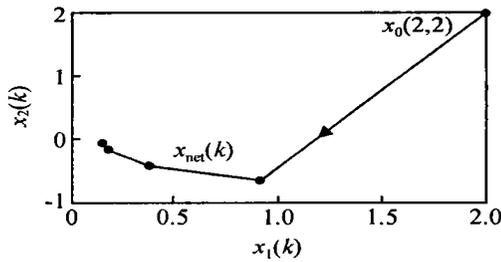


图3 控制系统状态转移轨迹

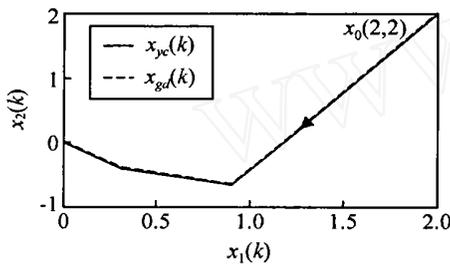


图4 移动域与有限域控制效果比较

6 结论

本文提出一种线性差分式 Hopfield 网络,并将该网络用于求解多变量时变系统 RHC 问题,获得了与基于矩阵 Riccati 方程一致的理论解.该方法可避免反向求解矩阵 Riccati 方程时矩阵求逆运算的复杂性,并且只需较小的网络规模和较短的运行时间即可完成每步的优化运算工作.基于 LDHNN 的 RH 控制方法普遍适用于线性时变系统的在线优化控制,适当选取终端加权矩阵 $Q_f(\cdot)$,可确保基于

RHC 实现无限域优化控制的闭环稳定性.仿真结果验证了本文设计方法的正确性和可行性.

参考文献 (References)

- [1] 耿晓军, 席裕庚. 不确定系统的滚动时域 H 控制设计 [J]. *控制与决策*, 2000, 15(2): 149-157.
(Geng X J, Xi Y G. Receding Horizon H Control for Systems with Uncertainty [J]. *Control and Decision*, 2000, 15(2): 149-157.)
- [2] Ito K, Kunisch K. A asymptotic Properties of Receding-horizon Optimal Control Problems [J]. *Siam J on Control and Optimization*, 2002, 40(5): 1585-1610
- [3] Engwerda J C. Calculation of an Approximate Solution of the Infinite Time-varying LQ-problem [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(1): 235-238
- [4] Long T W. A Neural Network Based on Receding Horizon Optimal Controller [A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. Albuquerque, 1997: 1994-1996
- [5] Kambhampai C, Delgado A, Mason J D. Stable Receding Horizon Control Based on Recurrent Networks [J]. *IEE Proc of Control Theory Application*, 1997, 144(3): 249-254
- [6] Lee J W, Kwon W H, Choi J. On Stability of Constrained Receding Horizon Control with Finite Terminal Weighting Matrix [J]. *Automatica*, 1998, 34(12): 1607-1612
- [7] Kim K B. Implementation of Stabilizing Receding Horizon Controls for Time-varying Systems [J]. *Automatica*, 2002, 38(10): 1705-1711
- [8] 赵强福. 神经网络用于二次优化存在的问题及解决方法 [J]. *北京理工大学学报*, 1994, 14(1): 1-5.
(Zhao Q F. Problems of Neural Networks in Quadratic Optimization and Their Solution [J]. *J of Beijing Institute of Technology*, 1994, 14(1): 1-5.)
- [9] 邓建中, 葛仁杰, 程正兴. *计算方法* [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1987.
(Deng J Z, Ge R J, Cheng Z X. *Numerical Analysis* [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1987.)

下期要目

决策支持系统理论与方法研究综述	陈曦, 等
一类仿射非线性网络控制系统的稳定性分析	马丹, 等
基于协同进化算法的高维模糊分类系统的设计	张永, 等
半导体生产线工序参数的逻辑时序微粒群优化策略	康琦, 等
基于超混沌和小波变换的鲁棒性数字水印算法	殷红, 等
未来突发事件对企业新技术商业化决策的影响	袁蔡群, 等