

文章编号: 1001-0920(2006)08-0926-03

飞机鲁棒稳定裕度的频域试验分析方法

史忠科

(西北工业大学 自动化学院, 西安 710072)

摘要: 提出一种结合频率试验的M/MO系统稳定裕度分析方法. 通过对图解方法的分析, 提出了逆Nyquist阵对角占优的解析判别式, 简化了多变量频率域鲁棒性分析和设计. 给出一种在线数值计算方法, 使计算量大大减少. 同时给出了M/MO飞行控制系统鲁棒稳定裕度的飞行试验方案. 飞行控制的应用表明, 该方法可以得到令人满意的结果.

关键词: 飞行控制; 鲁棒稳定性; 稳定裕度; 多变量频率法

中图分类号: TP202 **文献标识码:** A

Frequency Testing Method for Determination of Aircraft Stability Margin

SHI Zhong-ke

(College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China. E-mail: zkeshi@nwpu.edu.cn)

Abstract: A frequency testing method is presented to determine the stability margin of M/MO systems. To decrease the complexity of frequency-response-based analysis and design, based on graphics method of inversion Nyquist array, an approximate criterion is developed. An on-line numerical method is given and flight test approach for robust stability margin determination of M/MO aircraft control system is presented. Applications of the criterion to flight control system show that the proposed method can give satisfactory results.

Key words: Flight control; Robust stability; Stability margin; M/MO frequency method

1 引言

稳定裕度是评价控制系统的一个重要性能指标, 它表明系统稳定的可靠程度. 系统的稳定裕度包括两个方面: 增益稳定裕度和相位稳定裕度. 关于SISO系统的稳定裕度, 已有较为成熟的方法, 很容易从经典的Bode或Nyquist图上获得; 关于M/MO系统的稳定裕度, 目前还没有成熟的分析方法^[1-3].

对于低性能飞机的稳定裕度, 需要一系列的扫频飞行试验, 然后确定稳定裕度指标满足与否. 现代高性能飞机都有多个操纵舵面, 根据军标要求, 对于高性能飞机必须给出系统的稳定裕度, 这便涉及到M/MO系统的稳定裕度问题. 通常, 飞行试验的测量中包含不确定因素, 因此需要考虑不确定问题. 虽

然不确定问题的研究结果很多, 但结合稳定裕度指标的研究结果却较少^[4-6]. 为此, 本文提出一种结合频率试验的M/MO系统稳定裕度分析方法.

2 问题描述

设 m 输入 m 输出系统的开环传递函数阵为

$$G(s) = G_1(s) + \Delta G(s), \quad (1)$$

其中: $G_1(s)$ 为已知函数, $\Delta G(s)$ 是由建模误差引起的不确定部分. 一般情况下 $G_1(s)$ 可逆, 因此该误差可表示为乘积形式

假定系统为单位反馈, 则可得到闭环传递函数阵的逆矩阵

$$\Phi^{-1}(s) = I + G^{-1}(s), \quad (2)$$

当 $G(s)$ 已知时, 可用逆Nyquist阵列法判断 $G(s)$ 的

收稿日期: 2005-01-27; 修回日期: 2005-10-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(60134010).

作者简介: 史忠科(1956—), 男, 陕西岐山人, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、飞行控制等研究.

对角占优, 分析 M M O 系统的稳定性 在对实际系统建模时, 模型误差总是存在的, 因此在对系统分析时, 应考虑模型的未知部分 $\Delta G(s)$ [2,3].

为了分析系统的鲁棒稳定性, 假定

$$\Delta G_{\min} \quad \left| \Delta G_p(s) \right|_{s=j\omega} \quad \Delta G_{\max}, \quad (3)$$

$$Q(j\omega) = G_1^{-1}(j\omega), \quad 0 \leq \omega < \infty. \quad (4)$$

其中

$$\Delta G_p(s) = G^{-1}(s) \Delta G(s) G_1^{-1}(s).$$

对角占优问题可表示为行对角优势

$$\begin{cases} [|q_{ii}(j\omega)| + g_{0n}(i, l)] \\ |q_{ii}(j\omega)| - g_{0n}(i, i), \\ i = 1, 2, \dots, m; \end{cases} \quad (5)$$

或列对角优势

$$\begin{cases} [|q_{ii}(j\omega)| + g_{0n}(i, l)] \\ |q_{ii}(j\omega)| - g_{0n}(l, l), \\ l = 1, 2, \dots, m. \end{cases} \quad (6)$$

其中: q_{ii} 为 Q 阵的第 i 行第 l 列元素, $g_{0n}(i, l)$ 为 ΔG_{\max} 中第 i 行第 l 列元素

上述条件比判断 $G^{-1}(s)$ 对角占优的条件更为严格 令

$$\begin{cases} X_i(\omega) = \text{Re}\{q_{ii}(j\omega)\} - g_{0n}(i, i), \\ Y_i(\omega) = \text{Im}\{q_{ii}(j\omega)\}, \\ D_i(\omega) = \sqrt{[|q_{ij}(j\omega)| + g_{0n}(i, j)]^2}, \\ P_i(\omega) = |q_{ii}(j\omega)| - g_{0n}(i, i), \\ i = 1, 2, \dots, m. \end{cases} \quad (7)$$

3 对角占优和鲁棒稳定性判据的数值方法

Gershgorin 带的作图原则是: 在复平面上以 $B_i(j\omega) = q_{ii}(j\omega) + g_{0n}(i, i)$ 为圆心, 以 $D_i(\omega)$ 为半径, 令 ω 由 0 到 ∞ 在上述条件下作圆, 可扫描出一条带子, 称为 Gershgorin 带, 用它来分析表达式

$$\begin{cases} r_{11} = B_i(j\omega) - \frac{B_i(j\omega)}{P_i(\omega)} D_i(\omega), \\ r_{12} = B_i(j\omega) + \frac{B_i(j\omega)}{P_i(\omega)} D_i(\omega). \end{cases} \quad (8)$$

Gershgorin 带作图方法如图 1 所示

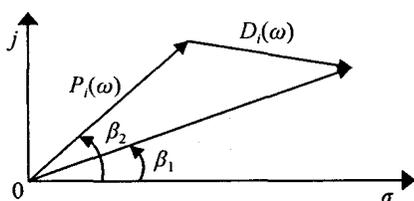


图 1 Gershgorin 带作图法

根据图 1 并由余弦定理可得

$$\begin{cases} d_{i1} = X_i \cos \beta_1 + Y_i \sin \beta_1 + [D_i^2(\omega) - (Y_i \cos \beta_1 - X_i \sin \beta_1)^2]^{1/2}, \\ d_{i2} = X_i \cos \beta_1 + Y_i \sin \beta_1 - [D_i^2(\omega) - (Y_i \cos \beta_1 - X_i \sin \beta_1)^2]^{1/2}. \end{cases} \quad (9)$$

d_{i1} 和 d_{i2} 就是给定与实轴夹角为 β_1 处, Gershgorin 带的两个包络点距原点的距离

由稳定性分析可知, 在判断系统的鲁棒稳定性时, 可令 $\beta_1 = -180^\circ$ 由式(9)可得

$$\begin{cases} d_{i1} = -X_i(\omega) + \sqrt{D_i^2(\omega) - Y_i^2(\omega)}, \\ d_{i2} = -X_i(\omega) - \sqrt{D_i^2(\omega) - Y_i^2(\omega)}. \end{cases} \quad (10)$$

对式(10)求导, 并令 $dd_{i1}/d\omega = 0, dd_{i2}/d\omega = 0$, 可得

$$\frac{dX_i(\omega)}{d\omega} = \pm \frac{D_i(\omega) \frac{dD_i(\omega)}{d\omega} - Y_i(\omega) \frac{dY_i(\omega)}{d\omega}}{\sqrt{D_i^2(\omega) - Y_i^2(\omega)}}. \quad (11)$$

令式(11)等于 0, 可解出 Gershgorin 带与负实轴相交的区域

如果系统对角占优, 则问题简化为 m 个 SISO 问题, 可采用标量的鲁棒稳定裕度判定方法 当 SISO 系统开环稳定时, 单位反馈系统稳定的充要条件是开环频率特性不包围 $(-1, j0)$ 点 对多变量系统而言, 当 $G_1(s)$ 稳定时, 只要 Gershgorin 带不包围负实轴 $[-1, 0]$ 区间上的任何一点(子区间), 则单位反馈系统稳定, 且对 $\Delta G(s)$ 具有鲁棒性

4 飞行控制器试验调整方案及数值方法

飞机系统的总体框图如图 2 所示

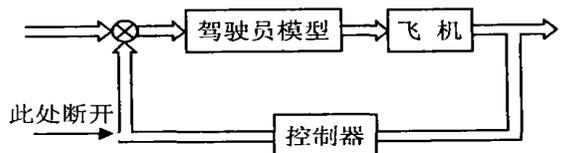


图 2 飞机系统总体框图

为了简化问题, 分析系统稳定裕度时, 在图 2 标记处理想断开 这样, 所有的飞机稳定裕度问题便化为输入和输出数目相同的问题, 便于使用多变量频域理论

通常, 飞机驾驶员模型、飞机模型和控制器中都含有大量的非线性 根据目前的理论研究结果, 采用状态空间法进行稳定裕度分析不仅计算复杂, 而且难以给出实用的结果 为此, 本文作如下处理: 实际中将图 2 所示系统用线性模型逼近, 通过一系列扫频试验, 即

$$v_j = 0, v_i = a \sin \omega t, v_k = 0,$$

$$j = 1, \dots, i - 1, k = i + 1, \dots, m,$$

$$i = 1, 2, \dots, m, \omega = \omega_0, \omega_1, \dots, \omega_n,$$

近似得到 $G_1(j\omega)$. 考虑到频率试验的建模误差, 在模型中考虑了不确定部分 $\Delta G(j\omega)$, 则整个输入输出模型可描述为

$$y(j\omega) = G(j\omega)v(j\omega) = [G_1(j\omega) + \Delta G(j\omega)]v(j\omega). \quad (12)$$

对角占优和鲁棒稳定性判据可用下述方法编程实现 令

$$\begin{cases} u_i(\omega) = \sqrt{D_i^2(\omega) - Y_i^2(\omega)}, i = 1, 2, \dots, m, \\ d_1 = X_i(\omega) - u_i(\omega), d_2 = X_i(\omega) + u_i(\omega). \end{cases} \quad (13)$$

计算程序如下:

- 1) 令 $\omega = e^{k\Delta\omega} - 1, \Delta\omega$ 为步长, $k = 0, 1, \dots, N$, 计算 $Y_i(\omega)$ 和 $D_i(\omega)$;
- 2) 若 $D_i(\omega) < |Y_i(\omega)|$, 则 $k = k + 1$, 返回 1);
- 3) 计算 $X_i(\omega)$ 和 $u_i(\omega)$;
- 4) 计算 d_1 和 d_2 ;
- 5) 若 $d_1 < d_{\min}$, 则 $d_{\min} = d_1$; 若 $d_2 < d_{\min}$, 则 $d_{\min} = d_2$

当系统对角占优时, 设计传递函数矩阵反馈并保持对角优势. 如果系统不具有对角优势, 则在“铁鸟”(地面仿真器)上调整控制器对角元素或进行初等变换

5 应用举例

某型飞机纵向运动可按两输入两输出考虑, 输入量为油门开度和升降舵偏角, 输出量为其反馈值, 即控制系统的输出. 控制器结构如图 3 所示

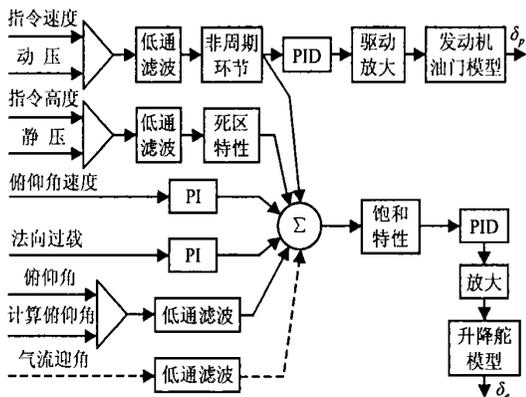


图3 飞机纵向运动控制器结构

由图 3 可知, 飞机控制器中含有非线性, 驾驶员模型和飞机模型中都存在不确定性. 根据风洞或飞行试验所得的飞机模型, 通过一系列的频率试验, 首先在铁鸟飞行仿真器上设计并调整控制器参数, 然后通过实际飞行试验验证稳定裕度指标. 按照 60°

相位裕度的设计指标(满足现代军标), 采用本文方法进行参数设计和调整, 所得的对角占优情况如图 4 所示

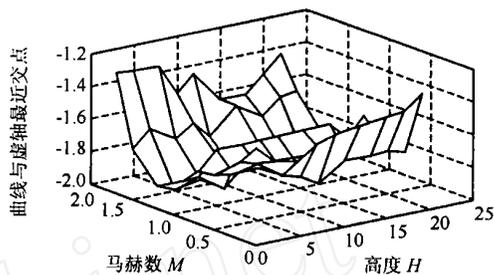


图4 高度、马赫数与对角占优之间的关系

逆Nyquist阵列的对角元素相位裕度最小值与高度、马赫数之间的关系如图 5 和图 6 所示

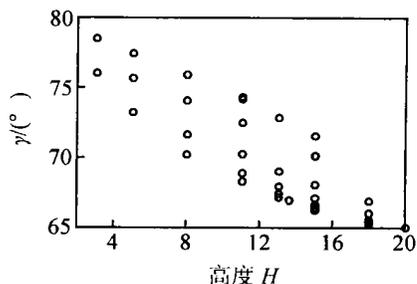


图5 对角元素相位裕度最小值与高度之间的关系

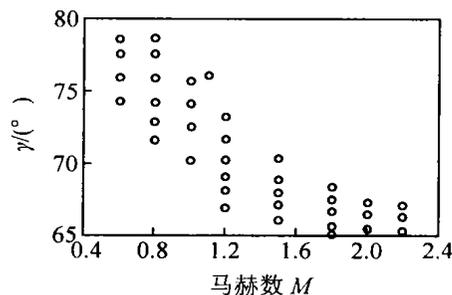


图6 对角元素相位裕度最小值与马赫数之间的关系

由图 5 和图 6 可以看出, 采用本文给出的飞行控制器结构和角占优分析设计方法, 可以得到工程上满意的结果. 与常用的参数试凑法相比, 大大缩短了设计和调试周期

6 结论

本文给出一种鲁棒稳定性的多变量频率方法. 对式(11)使用二分法或其他优化方法, 可使精度达到计算机所能表示的有效数字位. 该方法与图形方法相比, 计算效率和精度成倍提高. 频域飞行试验方法与状态空间法相比, 更加直观和准确, 并且避免了大量的非线性方程的计算. 该方法可用于飞控参数的选择, 也可用于飞机或其他系统的稳定裕度的分析和设计.

(下转第 936 页)

- (Song J S. Continuous Time Markov Decision Programming with Nonuniformly Bounded Transition Rate [J]. *Scientia Sinica (Series A)*, 1987, 17 (12): 1258-1267.)
- [4] Guo X P, Zhu W P. Denumerable-state Continuous Time Markov Decision Processes with Unbounded Transition and Reward Rates Under the Discounted Criterion [J]. *J of Applied Probability*, 2002, 39 (2): 233-250
- [5] 胡奇英, 刘建墉. 马尔可夫决策过程引论[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2000
(Hu Q Y, Liu J Y. *An Introduction to Markov Decision Processes* [M]. Xi'an: Xidian University Publication, 2000)
- [6] Puterman M L. *Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming* [M]. New York: John Wiley, 1994
- [7] Cao X R. Semi-Markov Decision Problems and Performance Sensitivity Analysis [J]. *IEEE Trans on Automatical Control*, 2003, 48 (5): 758-769
- [8] 殷保群, 李衍杰, 周亚平, 等. 半Markov控制过程在折扣代价准则下的最优平稳策略[J]. *控制与决策*, 2004, 19 (6): 691-694
(Yin B Q, Li Y J, Zhou Y P, et al. Optimal Stationary Policies for Semi-Markov Control Processes with Discounted-cost Criteria [J]. *Control and Decision*, 2004, 19 (6): 691-694)
- [9] Dai G P, Yin B Q, Li Y J, et al. Performance Optimization Algorithms Based on Potential for Semi-Markov Control Processes [J]. *Int J of Control*, 2005, 78 (11): 801-812
- [10] Cinlar E. *Introduction to Stochastic Processes* [M]. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1975

(上接第 928 页)

参考文献(References)

- [1] Tore H, Astrom K J. Industrial Adaptive Controllers Based on Frequency Response Techniques [J]. *Automatica*, 1991, 27 (4): 599-609
- [2] Galeani Sergio, Grasselli Osvaldo Maria, Menini Laura. Strong Stabilization with Infinite Multivariable Gain Margin through Linear Periodic Control [J]. *Int J of Control*, 2004, 77 (5): 441-460
- [3] Perng J W, Wu B F, Chin H I, et al. Gain-phase Margin Analysis of Dynamic Fuzzy Control Systems [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: Part B*, 2004, 34 (5): 2133-2139
- [4] Wu B F, Perng J W. Gain-phase Margin Analysis of Pilot-induced Oscillations for Limit-cycle Prediction [J]. *J of Guidance, Control and Dynamics*, 2004, 27 (1): 59-65
- [5] Cavicchi Thomas J. Phase Margin Revisited: Phase-robot Locus, Bode Plot and Phase Shifters [J]. *IEEE Trans on Education*, 2003, 46 (1): 168-176
- [6] Krajewski Wieslaw, Lepshy Antonio, Viaro Umberto. Designing PI Controllers for Robust Stability and Performance [J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2004, 12 (6): 973-983

(上接第 932 页)

- [2] Jeffrey T S, Kevin M P. Decentralized Adaptive Control of Nonlinear Systems Using Radial Basis Neural Networks [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44 (11): 2050-2057.
- [3] 张颖伟, 王剑, 张嗣瀛. 一类具有不确定性的相似组合系统鲁棒输出反馈镇定 [J]. *控制理论与应用*, 2001, 18 (4): 573-575
(Zhang Y W, Wang J, Zhang S Y. Decentralized Output Feedback Robust Stabilization for a Class of Nonlinear Interconnected Systems with Similarity [J]. *Control Theory and Application*, 2001, 18 (4): 573-575)
- [4] Yan X G, Zhang S Y. Robust Stability of Nonlinear Large-scale Composite Systems with Uncertain Parameters [A]. *The 13th IFAC World Congress* [C]. Sanfransco, 1996: 467-473
- [5] 刘晓志, 井元伟, 张嗣瀛. 采用还原方法的不确定关联时滞系统的鲁棒分散镇定 [J]. *控制与决策*, 2004, 19 (11): 1218-1222
(Liu X Z, Jing Y W, Zhang S Y. Robust Decentralized Stabilization for Uncertain Interconnected Delayed Systems Using Reduction Method [J]. *Control and Decision*, 2004, 19 (11): 1218-1222)