

文章编号: 1001-0920(2006)09-1020-04

一类时滞对象的PD控制器参数稳定域计算

欧林林^{1,2}, 张卫东¹, 顾诞英¹

(1. 上海交通大学 自动化系, 上海 200240; 2. 浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310032)

摘要: 针对任意阶时滞对象, 通过求解控制参数的稳定边界线和判断边界线的哪侧具有更少的不稳定极点, 给出一种确定PD控制器参数稳定域的准确计算方法. 只要在所得到的稳定域中调节PD控制器参数, 就能够保证闭环系统的稳定性, 这不仅为时滞对象的PD控制器设计建立了基础, 也为其在线调节提供了一条简单有效的途径. 仿真实例验证了该方法的有效性, 并表明该方法不仅适用于不稳定时滞对象而且也适用于非最小相位时滞对象.

关键词: PD控制器; 时滞; 稳定域

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Calculation of Stability Region of PD Controllers for a Class of Processes with Time Delay

OU Lin-lin^{1,2}, ZHANG Wei-dong¹, GU Dan-ying¹

(1. Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China; 2. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China. Correspondent: OU Lin-lin, E-mail: oulinlin1980@163.com)

Abstract: For a class of process with time delay, a simple and accurate method to determine the stability regions of the PD controller is presented by calculating the stability boundaries in the PD controller parameter space and examining which side of each stability boundary has less unstable poles. As long as the control parameters are tuned in the resulting stability regions, the stability of the closed-loop system can always be guaranteed. This not only establishes the basis for the PD controller design but also provides a convenient approach for its tuning. The simulation examples demonstrate the validity of the proposed method. It is appropriate for both the unstable process with time delay and the non-minimum phase processes with time delay.

Key words: PD controller; Time-delay; Stability region

1 引言

PD控制器在实际的工业控制领域中应用非常广泛. 据统计^[1], 在过程控制领域中, 有95%以上采用的是PD类型控制器. 其优点是原理简单、通用性强、鲁棒性好且使用方便. 保证闭环控制系统稳定是对PD控制器设计和整定的最基本要求, 如果PD控制器不能镇定被控对象, 系统的输出则无法跟踪输入参考信号. 因此, 控制人员期望能对给定的被控对象提供PD控制器参数的稳定域, 从而只需在该稳定域内调节PD控制器的参数即可保证闭环系统

稳定

时滞现象常产生于化工、石油、冶金、造纸和医药等工业过程中. 对于时滞对象, 很难确定PD控制器的参数稳定域, 这主要是由于时滞环节的存在使闭环特征方程具有无穷多个极点, 很难通过判断极点的位置来确定系统的稳定性. 虽然通过引入有理近似将时滞对象转化为有理对象, 可以采用有理对象的PD控制器镇定方法^[2,3]求出PD控制器的稳定域, 但计算结果不准确, 即得到的稳定域中含有使系统不稳定的参数. 近年来, 虽然对时滞对象PD镇

收稿日期: 2005-06-27; 修回日期: 2005-10-10

基金项目: 国家自然科学基金项目(60474031); 上海市科技启明星基金项目(04QM H 1405).

作者简介: 欧林林(1980—), 女, 安徽宿州人, 博士生, 从事时滞系统稳定性分析和设计的研究; 张卫东(1967—), 男, 黑龙江大庆人, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒控制理论、过程控制理论与应用等研究.

定问题进行了研究,但大多都是针对低阶时滞对象^[4~6],即使文献[7]针对高阶时滞过程提出了PI控制器稳定参数集的计算方法,但当扩展至PD控制器时仍不能给出完整的稳定域边界

本文将传统的D-分割法^[8]推广至时滞系统,研究了任意阶时滞对象的PD控制器镇定问题,给出了确定PD控制器参数稳定域的准确计算方法.对于给定的时滞对象,在 $k_p - k_i, k_d - k_i$ 和 $k_p - k_d$ 的二维平面均可获得PD控制器的参数稳定域.这不仅为PD控制器的设计建立了良好的基础,而且也作为PD控制器的调节提供了一条简单有效的途径,避免了冗长而繁琐的PD控制器参数的在线调节过程

2 问题描述

考虑如图1所示的典型单位反馈控制系统结构,其中: r 为系统输入; e 为跟踪误差; u 为控制信号; y 为系统输出; G 为任意阶时滞对象且

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} e^{-\theta}, \quad (1)$$

θ 为时滞常数, $N(s)$ 和 $D(s)$ 均为有理多项式,

$$N(s) = a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0, \quad (2)$$

$$D(s) = s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0, \quad (3)$$

$m < n$; C 为PD控制器且

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s, \quad (4)$$

k_p 为比例系数, k_i 为积分系数, k_d 为微分系数.如何建立PD控制器的稳定参数域,使PD控制器能够镇定时滞对象 G 是本文所要解决的问题

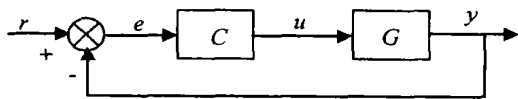


图1 典型单位反馈控制系统结构

3 D-分割法

包含时滞的闭环特征函数通常具有下述形式:

$$\begin{aligned} \delta(s; p) = & [s^l + c_{l-1}(p)s^{l-1} + \dots + c_0(p)] + \\ & [d_r(p)s^r + d_{r-1}(p)s^{r-1} + \dots + d_0(p)] e^{-\theta} = \\ & A(s; p) + B(s; p) e^{-\theta}. \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $c_k(p)$ 和 $d_k(p)$ 是关于 h 个控制参数 $p = (p_1, p_2, \dots, p_h)$ 的连续函数,向量 p 的稳定域用 S 表示,特征函数 $\delta(s; p)$ 是一个具有无穷零点的伪多项式.然而,Krahl^[9]指出,若 $l > r$,或 $l = r$ 且 $0 < |d_l(p)| < 1$,伪多项式 $\delta(s; p)$ 具有有限个右半平面零点,则在此条件下D-分割法能够用来建立控制参数的稳定域 S .由于伪多项式 $\delta(s; p)$ 是关于 p 的连续函数,

控制参数空间被分割为若干个超曲面,在超曲面上至少有一个零点在虚轴上或 $s = 0$.对于每个分割区域,伪多项式 $\delta(s; p)$ 具有相同数量的右半平面零点

D-分割边界的集合定义为

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_0 \cup \mathcal{D}_\omega \cup \mathcal{D}. \quad (6)$$

其中

$$\mathcal{D}_0 = \{p \in S : \delta(0; p) = 0\},$$

$$\mathcal{D}_\omega = \{p \in S : \delta(j\omega; p) = 0, \forall \omega \in (0, +\infty)\},$$

$$\mathcal{D} = \{p \in S : \delta(s; p) = 0\},$$

\mathcal{D}_0 和 \mathcal{D} 称为奇异边界线, \mathcal{D}_ω 称为非奇异边界线.传统D-分割法在每一个被分割区域选择一个测试点,然后采用Nyquist判据判断该区域是否为稳定区域.当分割区域较多时,使用该方法会很繁琐,一种有效的途径是分别判断奇异边界和非奇异边界的哪一侧具有更少的不稳定闭环极点,从而确定控制参数的稳定域

4 PD控制器的参数稳定域

对于式(4)描述的PD控制器,闭环控制系统的特征多项式为

$$\delta(s) = D(s) + (k_d s^2 + k_p s + k_i)N(s) e^{-\theta}. \quad (7)$$

令 $s = j\omega, \omega \in (0, +\infty)$ 并代入式(7),得

$$\begin{aligned} \delta(j\omega) = & [-D_r(\omega) - N_r(\omega)k_d\omega^2 + N_i(\omega)k_i - N_i(\omega)k_p\omega] + \\ & j[D_i(\omega) - N_i(\omega)k_d\omega^2 + N_r(\omega)k_i + N_r(\omega)k_p\omega] \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$N_r(\omega) = N_r(\omega) \cos(\theta\omega) + N_i(\omega) \sin(\theta\omega),$$

$$N_i(\omega) = N_i(\omega) \cos(\theta\omega) - N_r(\omega) \sin(\theta\omega),$$

D_r, D_i, N_r 和 N_i 分别表示 $D(j\omega)$ 和 $N(j\omega)$ 的实部和虚部

由D-分割法可知,在控制参数空间中,稳定域的边界包括奇异边界线($\omega = 0$ 和 $\omega = +\infty$)和非奇异边界线($0 < \omega < +\infty$).因此分别考虑 $\omega = 0$, $\omega = +\infty$ 和 $0 < \omega < +\infty$ 三种情况

(1) $\omega = 0$

式(8)简化为

$$a_0 k_i = 0 \quad (9)$$

如果 $G(s)$ 有一个零点在原点(即 $N(0) = a_0 = 0$),则无论PD控制器的控制参数如何取值,式(9)总是成立的,因此不存在控制参数的稳定边界线;如果 $a_0 \neq 0$,由式(9)可知奇异稳定边界线 \mathcal{D}_0 为 $k_i = 0$

假定 $s \neq 0, D(0) + k_p N(0) \neq 0$,则闭环系统的特征多项式近似为

$$\begin{aligned}
0 = & [D(s) + k_p N(s)e^{-\theta s}]s + \\
& N(s)(k_i + k_d s^2)e^{-\theta s} \cong \\
& [D(0) + N(0)k_p]s + N(0)k_i \quad (10)
\end{aligned}$$

由式(10)可得

$$s \cong -a_0 k_i / [b_0 + a_0 k_p],$$

这就意味着当 $a_0/[b_0 + a_0 k_p] < 0$ 时, $k_i < 0$ 的一侧比 $k_i > 0$ 的一侧少一个不稳定闭环极点; 当 $a_0/[b_0 + a_0 k_p] > 0$ 时, $k_i > 0$ 的一侧比 $k_i < 0$ 的一侧少一个不稳定闭环极点

(2) $\omega =$.
闭环特征方程等价于

$$s^{n+1} + a_m k_d s^{m+2} = 0 \quad (11)$$

其中 $s^{n+1} + a_m k_d s^{m+2}$ 为最高次项 考虑如下两种可能情况:

1) 如果 $m < n - 1$, 不存在稳定边界线, 因为在这种情况下最高次项为 s^{n+1} , 与 PD 控制器的参数无关

2) 若 $m = n - 1$, 根据式(11), 边界线 \mathcal{D} 为 $k_d = -1/a_m$. 假设 $k_d = -1/a_m + \epsilon, 0 < \epsilon < 1$. 当 $\omega =$ 时, 闭环特征方程的零点近似表示为

$$s \cong [a_{m-1} - b_{n-1} a_m - k_p a_m^2] / (\epsilon a_m^2).$$

由此可知, 如果 $a_{m-1} - b_{n-1} a_m - k_p a_m^2 > 0, k_d < -1/a_m$ 的一侧比 $k_d > -1/a_m$ 的一侧少一个不稳定闭环极点; 如果 $a_{m-1} - b_{n-1} a_m - k_p a_m^2 < 0, k_d > -1/a_m$ 的一侧比 $k_d < -1/a_m$ 的一侧少一个不稳定闭环极点

(3) $0 < \omega < +$.

令 $\delta(j\omega) = 0$, 可得

$$\begin{cases} -D_i \omega - N_r k_d \omega^2 + N_r k_i - N_i k_p \omega = 0, \\ D_r \omega - N_i k_d \omega^2 + N_i k_i + N_i k_p \omega = 0 \end{cases} \quad (12)$$

根据式(12)可以确定 PD 控制器参数非奇异稳定域的边界线

1) 假定 k_d 已知, 式(12)可转化为

$$\begin{cases} -N_i \omega k_p + N_r k_i = D_i \omega + N_r \omega^2 k_d, \\ N_r \omega k_p + N_i k_i = -D_r \omega + N_i \omega^2 k_d \end{cases} \quad (13)$$

解方程组(13)得到

$$k_p = -\frac{D N_i + D N_r}{(N_i)^2 + (N_r)^2},$$

$$k_i =$$

$$\frac{(D N_r - D N_i) \omega + [(N_i)^2 + (N_r)^2] k_d \omega^2}{(N_i)^2 + (N_r)^2}.$$

(14)

因此根据式(14)可在 $k_p - k_i$ 二维平面中得到非奇异稳定边界线 \mathcal{D}_ω

定义方程组(13)中雅克比矩阵的行列式为

$$J = \begin{vmatrix} -N_i \omega & N_r \\ N_r \omega & N_i \end{vmatrix} = -(N_i)^2 \omega - (N_r)^2 \omega \quad (15)$$

当 $J > 0$ 时, 沿着 ω 增大的方向, 边界线的左侧比右侧有更少的不稳定闭环极点; 当 $J < 0$ 时, 沿着 ω 增大的方向, 边界线的右侧比左侧有更少的不稳定闭环极点^[10]. 由于式(15)中的 J 总是小于 0, 因此沿着 ω 增大的方向, 由式(14)所确定的奇异边界线的右侧比其左侧有更少的不稳定极点

2) 假定 k_i 已知, 式(12)可转化为

$$\begin{cases} -N_i \omega k_p - N_r \omega^2 k_d = D_i \omega - N_r k_i, \\ N_r \omega k_p - N_i \omega^2 k_d = -D_r \omega - N_i k_i \end{cases} \quad (16)$$

解方程组(16)得到

$$k_p = -\frac{D N_i + D N_r}{(N_i)^2 + (N_r)^2},$$

$$k_d = \frac{k_i}{\omega^2} - \frac{(D N_r - D N_i)}{[(N_i)^2 + (N_r)^2] \omega} \quad (17)$$

因此根据式(17)可在 $k_p - k_d$ 二维平面中得到非奇异稳定边界线 \mathcal{D}_ω . 方程组(16)中雅克比矩阵的行列式为

$$J = \begin{vmatrix} -N_i \omega & -N_r \omega^2 \\ N_r \omega & -N_i \omega^2 \end{vmatrix} = (N_i)^2 \omega^3 + (N_r)^2 \omega^3. \quad (18)$$

由于式(18)中 J 总是大于 0, 因此沿着 ω 增大的方向, 由式(17)确定的奇异边界线的左侧比其右侧有更少的不稳定闭环极点

3) 假定 k_p 已知, 由式(12)无法得到 k_i 和 k_d 关于 k_p 的表达式 然而文献[7]表明, 当 k_p 给定时, $k_i - k_d$ 二维平面的稳定域边界是一系列直线相交而成的凸多边形 这些直线可以写成 $k_i = p k_d + q$ 的形式, 因此只要确定数组 (p, q) 的值, 即可确定 $k_i - k_d$ 二维平面的稳定域边界 在 $k_p - k_d$ 和 $k_p - k_i$ 平面的稳定域边界上取对应于 k_p 的 k_i 和 k_d 的值, 代入直线方程 $k_i = p k_d + q$ 就能够确定 p 和 q 的值, 因此也就确定了 $k_i - k_d$ 二维平面的稳定域边界 \mathcal{D}_ω

注 1 对于具有纯时滞的系统, 只有从 0 开始的有限范围内的频率 ω 对真正包围控制参数稳定域的非奇异边界有影响^[11], 因此在确定非奇异边界时并不需要计算至 $\omega +$.

5 仿真实例

例 1 考虑一个具有反向响应的高阶时滞稳定对象

$$G(s) = \frac{-0.5s + 1}{(s + 1)^2 (2s + 1)} e^{-0.6s}. \quad (19)$$

若已知 $k_d = 4.5$, 根据式(14)可得对应于 ω (0, 15) 的非奇异边界线, 当 ω 增大时, 非奇异稳定边



界作顺时针螺旋运动, 螺旋半径不断增大. 由于沿着 ω 增大的方向, 由式 (14) 所确定的稳定边界线的右侧比其左侧有更少的不稳定极点, 可以确定非奇异稳定边界的内侧始终比其外侧有更少的不稳定极点, 从而可确定 (k_p, k_i) 的稳定域是非奇异稳定边界和奇异边界 $k_i = 0$ 包围的区域, 见图 2

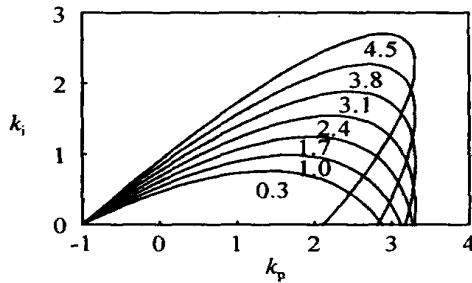


图 2 对应于不同 k_d 值的 (k_p, k_i) 稳定域

对于不同的 k_d 值可以得到不同的 (k_p, k_i) 稳定域, 如图 2 所示. 同样, 根据式 (17) 也可以得到对应于不同 k_i 的 (k_p, k_d) 稳定域, 如图 3 所示. 对于不同的 k_p 值, 由图 2 和图 3 的稳定域边界可以确定其对应的 k_i 和 k_d 值, 通过解直线方程可得到数组 (p, q) 的值, 从而确定了每一个 k_p 值对应的 (k_d, k_i) 稳定域边界,

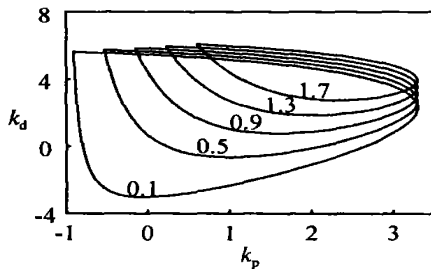


图 3 对应于不同 k_i 值的 (k_p, k_d) 稳定域

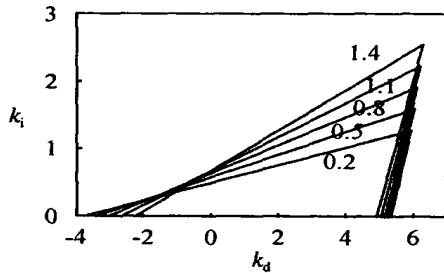


图 4 对应于不同 k_p 值的 (k_d, k_i) 稳定域

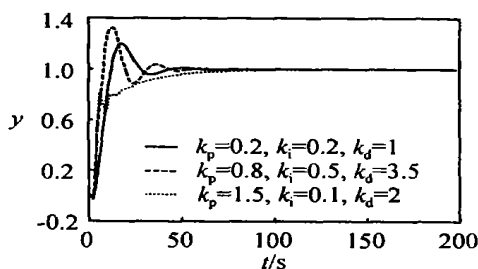


图 5 对应于不同控制参数的单位阶跃响应曲线

如图 4 所示

在图 2~ 图 4 所示的稳定域中任选几组控制器参数, 如 $k_p, k_i, k_d = 0.2, 0.2, 1$, $k_p, k_i, k_d = 0.8, 0.5, 3.5$ 和 $k_p, k_i, k_d = 1.5, 0.1, 2$, 闭环控制系统均为稳定的. 在单位阶跃输入情况下所对应的系统输出响应曲线如图 5 所示

6 结 语

本文给出了一种简单、快速地求解时滞对象 PD 控制参数稳定域的计算方法. 当遍历控制器的任意一个参数时, 通过确定稳定边界和判断稳定边界的哪一侧具有更少的不稳定极点, 均可以在其他两个参数的二维平面内准确确定控制参数的稳定域. 这为任意阶时滞对象的 PD 控制器设计和调节提供了基础和指导. 该方法的优点在于: 对时滞项不需要引入有理近似; 不仅适用于不稳定时滞对象, 也适用于具有右边平面零点的时滞对象. 仿真实例表明了该方法的有效性.

参考文献 (References)

- [1] Åström K J, Hägglund T. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning* [M]. Instrument Society of American, 1995.
- [2] 何福忠, 孙优贤. 基于稳定参数空间 PD 调节器遗传优化设计[J]. *控制与决策*, 2000, 15(4): 507-509. (He F Z, Sun Y X. Stabilizing PD Regulator's Parameter Design via Genetic Algorithm s [J]. *Control and Decision*, 2000, 15(4): 507-509.)
- [3] Ho M T, Datta A, Bhattacharyya S P. A Linear Programming Characterization of All Stabilizing PD Controllers [A]. *Proc of American Control Conf* [C]. Albuquerque, 1997: 3922-3928.
- [4] Silva G J, Datta A, Bhattacharyya S P. New Results on the Synthesis of PD Controllers [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(2): 241-252.
- [5] Ou L L, Tang Y C, Gu D Y, et al. Stability Analysis of PD Controllers for Integral Processes with Time Delay [A]. *Proc of American Control Conf* [C]. Portland, 2005.
- [6] 徐建明, 俞立, 杨马英. 二阶加纯滞后过程的非脆弱 PD 稳定化控制器设计 [J]. *控制与决策*, 2003, 18(1): 29-33. (Xu J M, Yu L, Yang M Y. Design of Non-fragile PD Stabilizing Controllers for Second-order Systems with Time Delay [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(1): 29-33.)
- [7] Tan N. Computation of Stabilizing PI and PD Controllers for Processes with Time Delay [J]. *ISA Trans*, 2005, 44(2): 213-223.

(下转第 1027 页)

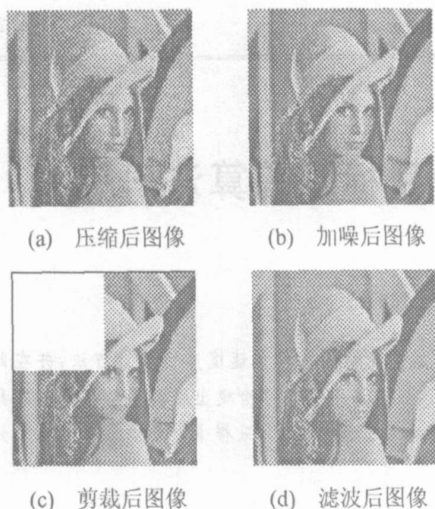


图4 图像经过压缩、加噪、剪裁、滤波后的效果

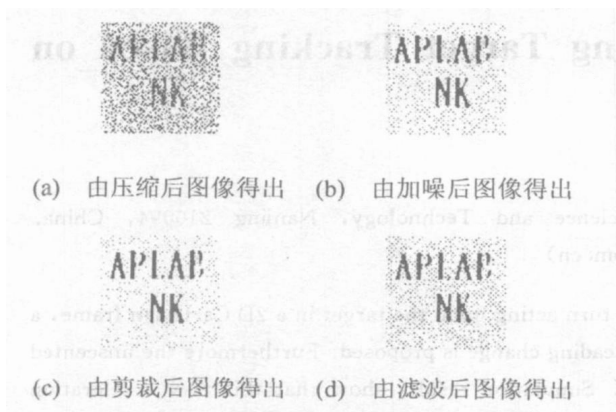


图5 抽取出的水印图像

4 结 语

本文提出了一种基于二维超混沌序列和DWT相结合的鲁棒性数字水印算法。针对HVS的特性折衷水印的鲁棒性和不可见性,选择YQ色彩模式的Y分量作为水印图像的隐藏空间,利用二维超混沌系统产生的超混沌序列对水印图像加密,将加密后

的水印图像嵌入到宿主图像Y分量的DWT中频子带系数中。实验结果表明算法具有良好的鲁棒性和不可见性。

参考文献 (References)

- [1] 刘春庆, 王执铨, 戴跃伟. 常用数字图像水印攻击方法及基本对策[J]. *控制与决策*, 2004, 19(6): 601-606
(Liu C Q, Wang Z Q, Dai Y W. Current Attacking Method to Digital Image Watermarking and Basic Countermeasures [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(6): 601-606)
- [2] Cox IJ, Miller M L. The First 50 Years of Electronic Watermarking [J]. *Eurasip J of Applied Signal Processing*, 2002, 2(1): 126-132
- [3] Jiang J, Armstrong A. A Data Hiding Approach for Efficient Image Indexing [J]. *Electronics Letters*, 2002, 38(23): 1424-1425
- [4] 姚明海, 齐冬莲, 赵光宙. 基于李雅普诺夫指数的离散混沌系统的控制研究[J]. *控制与决策*, 2002, 17(2): 171-174
(Yao M H, Qi D L, Zhao G Z. On Control of Discrete-time Chaotic Systems Based on Lyapunov Exponents [J]. *Control and Decision*, 2002, 17(2): 171-174)
- [5] Sun T F, Wen Q, Wang S X. Based HVS Chaotic Array Image Watermarking Algorithm [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(1): 149-153
- [6] Watson A B. *Digital Images and Human Vision* [M]. Cambridge: The MIT Press, 1993: 163-178
- [7] 程丽, 陶路, 黄秋楠, 等. 构造具有超混沌特性的二维离散系统[J]. *东北师范大学学报*, 2002, 34(3): 47-52
(Cheng L, Tao L, Huang Q N, et al. Hyperchaotic System Generated by 2D Discrete System [J]. *J of Northeast Normal University*, 2002, 34(3): 47-52)

(上接第1023页)

- [8] Porter B. *Stability Criteria for Linear Dynamical Systems* [M]. New York: Academic Press, 1967.
- [9] Krall A M. On the Real Parts of Zeros of Exponential Polynomials [J]. *American Mathematical Society*, 1964, 70: 291-292
- [10] Liu G H, Chang C H, Han K W. Analysis of Robust

Control Systems Using Stability Equations [J]. *J of Control Systems and Technology*, 1993, 1: 83-89.

- [11] Oliveira V A, Teixeira M C, Cossi L. Stabilizing a Class of Time Delay Systems Using the Hermite-biehler Theorem [J]. *Linear Algebra and Its Applications*, 2003, 369: 203-216