

文章编号: 100120920(2007)012003206

基于 Marginalized 粒子滤波的卫星姿态估计算法

姜雪原, 马广富, 胡庆雷

(哈尔滨工业大学 控制科学与工程系, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对具有矢量观测的卫星姿态估计问题, 提出一种基于 Marginalized 粒子滤波(MPF)的算法. 采用 Rao-Blackwellization 技术, 将卫星模型状态向量中的线性状态部分(陀螺漂移)和非线性状态部分(卫星姿态)分开处理, 从而使得估计的方差降低, 以较少的运算量获得较好的估计效果. 通过引入解决含等式约束条件的估计问题方法, 保证了姿态四元数的归一化. 将所提出的方法应用于某型号卫星, 仿真验证了用该算法处理卫星姿态估计问题的优越性.

关键词: 姿态估计; 粒子滤波; 卫星; 非线性滤波

中图分类号: V448.2

文献标识码: A

Satellite attitude estimation based on marginalized particle filter

J IANG Xue2yuan, MA Guang2fu, H UQing2lei

(Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China.

Correspondent: JIANG Xu2yuan, E2mail: xueyuan@hit.edu.cn)

Abstract: An algorithm based on marginalized particle filters (MPF) is presented to solve satellite attitude and gyro bias estimation problem with vector observations. By marginalizing out the state appearing linearly in satellite model, attitude vector is approximated by a set of particles and estimated using particle filter, while estimation of gyro bias is obtained for each one of attitude particles by applying the Kalman filter, which is associated with each particle in order to reduce the size of the state space and computational burden. The method of estimation with equation constraint is employed due to the normality constraint of attitude quaternion. The numerical simulation of a rigid satellite with gyro and three-axis magnetometers, shows the superiority of the proposed algorithm in coping with the nonlinearity of model.

Key words: Attitude estimation; Particle filter; Satellite; Nonlinear filter

1 引言

基于矢量观测的卫星姿态确定问题是典型的非线性估计问题, 因而非线性滤波方法在该问题上得以广泛应用. Lefferts 等^[1,2] 将推广的卡尔曼滤波方法(EKF)应用于卫星的姿态估计, 取得了较好的估计效果. 然而, 由于 EKF 姿态估计算法的运算需进行线性化处理, 在实际使用中存在以下明显不足:

- 1) 线性化有可能产生极不稳定的滤波器;
- 2) 需要计算 Jacobian 矩阵.

针对 EKF 的上述缺点, Crassidis 等^[3] 提出了一种基于新的非线性滤波方法))) 无迹卡尔曼滤波(UKF)^[4,5] 的卫星姿态估计算法. 通过 UT (Unscented transformation) 变换, UKF 具有处理非线性系统的估计问题的能力, 并具有较好的收敛

性和估计精度. 但该方法是在假设系统和观测噪声均为高斯分布的情况下进行的, 对于具有较强非线性、非高斯系统的状态估计问题, 可能达不到期望的效果. 为此, Oshman 等^[6] 提出了一种基于粒子滤波(PF)^[7,9] 的姿态估计方法. PF 是利用蒙特卡罗模拟方法来近似整个条件概率分布, 其基本思想是利用一组简单随机样本(粒子)来近似随机量的后验条件概率分布, 从而实现递推形式的 Bayesian 估计, 是一种近似最优的滤波方法. 理论上, PF 可以估计任意形式的概率分布, 解决任意非线性系统的估计问题. 在标准的 PF 滤波中, 估计精度随着粒子数的增加而提高, 所以保证 PF 滤波精度的关键是采用大量的粒子. 然而, 对于给定的精度, 粒子数却随着状态向量的维数呈指数增加, 这就是所谓的/ 维数灾0

收稿日期: 20051021; 修回日期: 20051219.

基金项目: 国家高技术研究发展计划项目(2004AA735080); 高校博士学科点专项科研基金项目(20050213010).

作者简介: 姜雪原(1977), 男, 黑龙江庆安人, 博士生, 从事卫星姿态估计和控制、非线性滤波等研究; 马广富(1963), 男, 河北唐山人, 教授, 博士生导师, 从事卫星姿态控制、系统仿真等研究.

问题. 解决这个问题的一种方法是降低被估计的非线性状态向量的维数. 特别是当系统的状态空间模型含有线性的子模型时, 可将状态向量分为相互作用的两个分量, 即线性分量和非线性分量. 对于线性状态分量可采用线性滤波器估计, 而非线性状态分量则采用 PF 滤波处理, 从而降低了状态变量的维数, 使得计算量减少, 同时加快了滤波器的收敛速度, 这就是 Marginalized 粒子滤波(MPF)^[10]. 这种思想也称 Rao2Blackwellization^[9] 技术.

本文针对卫星非线性模型的姿态估计问题, 在充分考虑陀螺漂移的线性模型基础上, 提出一种基于 MPF 滤波姿态估计算法. 该方法采用 Rao2Blackwellization 技术, 将 PF 滤波与 KF 滤波方法相结合, 利用 PF 估计姿态四元数, 并采用 KF 估计陀螺漂移, 从而避免了状态高维数引起的计算量过大、难收敛等问题. 在卫星姿态的描述方面, 为了克服四元数在姿态估计递推计算过程中不满足归一化约束条件的问题, 采用无冗余的广义罗德里格参数(GRPs)^[11] 描述卫星姿态, 并引入了解决含等式约束条件的估计问题方法^[12]. 将本文方法应用于某型号卫星的姿态估计, 并与 EKF 和 UKF 算法进行比较, 数值仿真表明该方法能很好地改善滤波效果, 提高估计精度.

2 卫星姿态运动模型描述

2.1 卫星运动学模型

定义姿态四元数为 $q = [q_1^T \quad q_4]^T$, 则卫星的惯性姿态运动学方程可表示为

$$\dot{q}(t) = \frac{1}{2} \delta(\mathbf{X})q(t), \quad q^T q = 1. \quad (1)$$

其中: $\delta(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} -[\mathbf{X}^\otimes & \mathbf{X}] \\ \mathbf{X}^T & 0 \end{bmatrix}$, $[\mathbf{X}^\otimes]$ 表示叉乘积矩阵. 假设采样周期 T_s 内姿态角速度 \mathbf{X}_k 保持不变, 则惯性姿态运动学方程具有如下离散形式:

$$q_{k+1} = \delta(\mathbf{X}_k) q_k, \quad (2)$$

$$\delta(\mathbf{X}_k) = \begin{bmatrix} \cos(0.5 + \mathbf{X}_k + T_s) \mathbf{I}_{3\otimes} - [\mathbf{W}^\otimes] & \mathbf{W} \\ -\mathbf{W} & \cos(0.5 + \mathbf{X}_k + T_s) \end{bmatrix}_{4\otimes}, \quad (3a)$$

$$\mathbf{W} = \sin(0.5 + \mathbf{X}_k + T_s) \mathbf{X}_k / + \mathbf{X}_k +. \quad (3b)$$

若将陀螺漂移误差模型简化为随机游走过程, 则角速度模型建立如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t) &= \mathbf{X}(t) + \mathbf{B}(t) + \mathbf{G}(t), \\ \hat{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{G}(t). \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{X}(t)$ 为陀螺的测量输出值, $\mathbf{X}(t)$ 为真实的姿态角速度, $\mathbf{B}(t)$ 为陀螺漂移误差, $\mathbf{G}(t)$ 和 $\mathbf{G}(t)$ 为不相关的零均值高斯白噪声, 且满足

$$E\{\mathbf{G}(t)\mathbf{G}^T(s)\} = \mathbf{R}\delta(t-s) \# \mathbf{I}_{3\otimes}, \quad (5a)$$

$$E\{\mathbf{G}(t)\mathbf{G}^T(s)\} = \mathbf{R}\delta(t-s) \# \mathbf{I}_{3\otimes}. \quad (5b)$$

这里 $\delta(t)$ 为 Dirac delta 函数.

实际上, 由于角速度的测量存在误差, 需借助于矢量测量来估计卫星的姿态.

2.2 矢量测量模型

假设在 t_k 时刻矢量的测量方程为

$$y_k = A(q_k) r_k + v_k. \quad (6)$$

其中: y_k 为测量矢量, r_k 为参考矢量, $A(q_k)$ 为惯性坐标系到卫星本体坐标系的姿态转移矩阵.

$$A(q) = (q_4^2 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2) \mathbf{I}_{3\otimes} - 2q_4 [q_1 \quad q_2 \quad q_3] + 2q_1 q_2 q_3^T. \quad (7)$$

3 标准粒子滤波和 Marginalized 粒子滤波

3.1 标准粒子滤波

为叙述方便, 首先给出粒子滤波的基本理论框架和实现过程. 设非线性系统模型为

$$\begin{cases} x_k = f_k(x_{k-1}, u_k, e_k), \\ y_k = h_k(x_k, v_k). \end{cases} \quad (8)$$

这里 e_k 和 v_k 分别为相互独立的系统和测量白噪声, 其统计特性已知. 设它的概率密度函数(PDF) 分别为 $p_e(e_k)$ 和 $p_v(v_k)$, 无需假设其为高斯白噪声. 为讨论方便, 以下省略确定性的系统输入 u_k , 考虑状态过程 $\{x_k: k \in \mathbb{N}\}$ 为具有初始分布 $p(x_0)$ 的连续马尔可夫链.

最优非线性滤波的核心问题是求解后验概率密度分布 $p(x_k | y_{1:k})$, 其中 $y_{1:k} = \{y_1, \dots, y_k\}$. 一旦 $p(x_k | y_{1:k})$ 已知, 则在给定 $y_{1:k}$ 的情况下, x_k 的诸如最小均方误差(MMSE) 估计、极大后验估计(MAP) 等统计特性即可求得.

粒子滤波的主要特点在于采用一组相互作用的点群(称为粒子) 来近似复杂的 PDF. 这些粒子可看作来自 PDF 的抽样点, 而不是状态空间的函数. 有关 PF 的推导过程详见文献[729], 这里仅给出具体的实现步骤. 与 KF 滤波类似, PF 也包含时间更新和测量更新两个阶段. 时间更新阶段用系统模型来预测状态的一步 PDF $p(x_k | y_{1:k-1})$, 测量更新阶段则使用最近的测量值进行修正, 得到后验 PDF $p(x_k | y_{1:k})$.

Step1: 初始化. $k=0$ 时, 产生服从 $p(x_0)$ 的粒子点 $\{x_0^i\}_{i=1}^N$, 令 $k=1$.

Step2: 时间更新. 从重要性密度函数 $q(x_k | y_{1:k})$ 进行重要性抽样, $x_k^i \sim q(x_k | x_{1:k-1}^i, y_{1:k})$, 并设置 $x_{1:k}^i = \{x_{0:k-1}^i, x_k^i\}$.

最简单、最常用的重要性函数为

$$q(x_k | x_{0:k-1}, y_{1:k}) = p(x_k | x_{k-1}). \quad (9)$$

Step3: 测量更新. 在得到新的测量值 y_k 后, 计

算粒子的权值

$$w_k^i = w_{k-1}^i \frac{p(y_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{q(x_k^i | x_{0:k-1}^i, y_k)}, \quad (10)$$

$$w_k^i = w_k^i / \sum_{i=1}^N w_k^i. \quad (11)$$

Step4: 在 PF 滤波中一个不可避免的问题是退化(Degeneracy)问题. 为了降低粒子退化的影响, 一个有效的方法是引入重抽样(Resampling)步骤. Liu^[13] 引入了一个有效粒子数的概念作为粒子退化程度的度量, 即

$$N_{\text{eff}} = \frac{N}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w_k^i)^2} = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w_k^i)^2}. \quad (12)$$

当 N_{eff} 小于预定的门限值 N_{th} 时, 进行重采样. 重抽样的过程只取决于归一化后的权值, 与粒子的维数、大小无关.

Step5: 虽然重抽样消除了小权值粒子在估计中的影响, 但随之而来的新问题是样贫(Loss of diversity). 为此, 需引入粗化(Roughening)^[7] 或正则化(Regularization)^[9] 步骤.

Step6: 设置 $k = k + 1$, 返回 Step2.

3.2 Marginalized 粒子滤波

粒子滤波是利用粒子点的递推计算来近似 $p(x_k | y_{1:k})$, 它为非线性系统和非高斯估计问题提供了统一的解决框架. 然而, 尽管理论上估计精度与系统状态的维数无关, 但实际上对高维数的系统需采用大量的粒子点来近似其后验 PDF, 计算量的大大增加往往使得粒子滤波无法进行.

对于一种特殊的情况, 如果非线性系统的状态变量中存在线性状态分量, 则可以采用将线性状态分量分离出来, 单独采用线性滤波器计算, 而非线性状态分量采用 PF 处理, 从而降低了状态变量的维数, 使得计算量减少, 加快了滤波器的收敛速度. 这样, PF 滤波与 Rao-Blackwellisation 技术的相互结合, 产生了 Marginalized 粒子滤波(MPF).

假设系统的状态变量可分为两部分, 即

$$x^k = \begin{bmatrix} x_k^n \\ x_k^l \end{bmatrix}. \quad (13)$$

其中: 上标 n 表示非线性状态分量, 上标 l 表示线性状态分量.

根据 Bayesian 定理, 状态的后验 PDF 可表示为

$$p(x_k^l, x_k^n | y_{1:k}) = p(x_k^l | x_k^n, y_{1:k}) p(x_k^n | y_{1:k}), \quad (14)$$

则状态的 MMSE 估计为

$$\hat{x}_k = \int x_k p(x_k | y_{1:k}) dx_k =$$

$$\int \int x_k^n, x_k^l p(x_k^n | x_k^l, y_{0:k}) dx_k^l \int p(x_k^l | y_{0:k}) dx_k^l. \quad (15)$$

在给定 x_k^n 的情况下, $p(x_k^l | x_{0:k}^n, y_{1:k})$ 可由 KF 滤波计算得到, 而 $p(x_k^n | y_{1:k})$ 则由 PF 滤波近似得到. 直观上, 用 $p(x_k^n | y_{1:k})$ 的计算代替 $p(x_k^l, x_k^n | y_{1:k})$, 使得 PF 滤波的计算得以简化. 定义 \hat{x}_k^n 为采用 N 个粒子点的标准 PF 滤波的估计值, \hat{x}_k^l 为采用 N 个粒子点的 MPF 滤波的估计值, 则有

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^n &\sim N(\hat{x}_k^n, \text{var}(\hat{x}_k^n)), \\ \hat{x}_k^l &\sim N(\hat{x}_k^l, \text{var}(\hat{x}_k^l)), \\ \text{var}(\hat{x}_k^n) &\setminus \text{var}(\hat{x}_k^l). \end{aligned} \quad (16)$$

4 基于 MPF 粒子滤波的姿态估计算法

为了能够应用 MPF 滤波估计姿态, 首先对卫星姿态模型进行变换处理, 设 $x = [q^T, b^T]^T$.

根据式(1)和(4), 状态方程可写为

$$\begin{bmatrix} \dot{q}(t) \\ \dot{b}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \delta(X(t) - B(t) - G(t))q(t) \\ G(t) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

假设陀螺漂移在采样周期 T_s 内为常值, 则式(17)可变换为

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \delta(X(t) - B)q - \frac{1}{2} \cdot (q)G(t), \quad t \in [t_k, t_{k+1}).$$

因为上式右边第 2 项的数学期望为零, 且 $\cdot (q)$ 只对随机噪声产生影响, 所以可近似得到

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \delta(X - B)q - \frac{1}{2} \cdot (q)G, \quad t \in [t_k, t_{k+1}). \quad (18)$$

对式(18)进行离散化, 得

$$x_{k+1} = f_k(x_k) + F_k. \quad (19)$$

其中

$$f_k(x_k) = \left[\exp\left(0.5 \int_{t_k}^{t_{k+1}} \delta(X(S) - B) dS\right) q \right] U \left[\exp\left(0.5 \int_{t_k}^{t_{k+1}} \delta(X(S)) dS\right) q_k - 0.5 T_s \cdot (q) B \right] B$$

$$F_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \exp\left(\int_{t_k}^s \delta(X) dR\right) F_k(R) dR, G_k \begin{bmatrix} G \\ G \end{bmatrix} dS$$

$$F_k(R) = \begin{bmatrix} 0.5 \delta(X(R) - B) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G_k = \begin{bmatrix} -0.5 \cdot (q_k) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

$$\cdot (q) = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix}.$$

定义 $x^n = q$, $x^1 = B$ 则上述变换后的模型可归纳为

$$\begin{aligned} x_{k+1}^n &= f_k^n(x_k^n) + A_k^n(x_k^n) \# x_k^1 + G_k^n(x_k^n) \# e_k^1, \\ x_{k+1}^1 &= A_k^1(x_k^1) \# x_k^1 + G_k^1(x_k^1) \# e_k^1, \\ y_k &= h_k(x_k^n) + v_k. \end{aligned} \quad (20)$$

其中: 过程噪声为

$$e_k = \begin{bmatrix} e_k^n \\ e_k^1 \end{bmatrix} \sim N(0, Q_k), \quad Q_k = \begin{bmatrix} Q_k^n & 0 \\ 0 & Q_k^1 \end{bmatrix};$$

测量噪声为 $v_k \sim N(0, R_k)$.

考虑到在 MPF 滤波过程中由于存在正则化以及计算粒子点的加权和等步骤, 可能使得四元数不满足归一化约束, 所以这里在姿态估计算法中采用三参数的广义修正罗德里格参数(GRPs) 来描述姿态, 定义 GRPs 为

$$Q S b \frac{q_{13}}{a + q_4}, \quad (21)$$

这里 a 和 b 为标量. 当 $a = 0, b = 1$ 时, 式(21) 为罗德里格斯参数(RPs); 当 $a = 1, b = 1$ 时, 式(21) 为修正罗德里格斯参数(MRPs). GRPs 与四元数之间的变换关系如下:

$$q_4 = \frac{-a + Q^+ + b \sqrt{b^2 + (1 - a^2) + Q^+{}^2}}{b^2 + Q^+}, \quad (22a)$$

$$q_{13} = b^{-1} [a + q_4] Q \quad (22b)$$

整个姿态 MPF 滤波过程如下:

Step1: 初始化. 抽取姿态粒子点 $\{Q_{i-1}\}_{i=1}^N$ 和权值 w_{i-1}^i , 对应于每个姿态粒子点的陀螺漂移为

$$\{\mathcal{B}_{i-1}, P_{\mathcal{B}_{i-1}}\}_{i=1}^N = \{B, P_{B_{i-1}}\}.$$

Step2: PF 滤波测量更新. 计算权值并归一化, 即

$$w_k^i = w_{k-1}^i \# p(y_k | Q_{k-1}^i);$$

$$w_k^i = \frac{w_k^i}{\sum_{i=1}^N w_k^i}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

然后采用余差重抽样方法^[14].

Step3: 计算姿态 GRPs 的均值和方差

$$Q_k = \sum_{i=1}^N w_k^i Q_{k-1}^i,$$

$$P_{Q_k} = \sum_{i=1}^N w_k^i (Q_{k-1}^i - Q_k) (Q_{k-1}^i - Q_k)^T.$$

Step4: KF 滤波测量更新. 式(20) 中的测量方程不包含 $x^1 = B$ 的信息, 所以测量更新可简单地表示为 $\mathcal{B}_{k+1} = \mathcal{B}_{k-1}, P_{\mathcal{B}_{k+1}} = P_{\mathcal{B}_{k-1}}, i = 1, \dots, N$.

Step5: 计算陀螺漂移的均值和方差

$$\mathcal{B}_{k+1} = \sum_{i=1}^N w_k^i \mathcal{B}_{k-1}^i,$$

$$P_{\mathcal{B}_{k+1}} =$$

$$\sum_{i=1}^N w_k^i (P_{\mathcal{B}_{k-1}^i} + (\mathcal{B}_{k-1}^i - \mathcal{B}_{k-1}) (\mathcal{B}_{k-1}^i - \mathcal{B}_{k-1})^T).$$

Step6: 正则化姿态粒子点 $Q_k \subset Q_k + E, i = 1, \dots, N$. 其中: $E \sim N(0_{n \times n}, hQ_E), Q_E$ 为粒子点的协方差矩阵, 正则化带宽为

$$h = \frac{4}{[N(n+2)]^{2/(n+4)}}.$$

Step7: PF 滤波时间更新

$$\begin{aligned} x_{k+1}^{n+1} &\sim p(x_{k+1}^{n+1} | x_0^{n+1}, y_{1:k}), \\ i &= 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (23)$$

其中^[10]

$$p(x_{k+1}^{n+1} | x_0^{n+1}, y_{1:k}) =$$

$$N(f_k^{n+1} + A_k^{n+1} x_{k+1}^{n+1}, A_k^{n+1} P_{k|k} (A_k^{n+1})^T + G_k^{n+1} Q_k^n (G_k^{n+1})^T),$$

$P_{k|k}$ 为 $x_{k|k}^1$ 的协方差矩阵.

在这个步骤中, 由于定义了 $x^n = q$, 而 x_{k+1}^{n+1} 又是从式(23) 抽样得到, 这样可能使得四元数不满足归一化约束. 为此, 文献[12] 讨论了一种解决含约束等式条件的估计问题方法, 它是将约束滤波表述为约束二次规划, 得到了测量更新后的投影公式, 这里直接引用其结论. 设非线性约束条件等式为

$$g(x^n) = d, \quad (24)$$

其中 d 为常值. 对式(24) 在无约束状态 \hat{x}^n 处线性化, 得

$$g(\hat{x}^n) + g_c(\hat{x}^n) (x^n - \hat{x}^n) \approx d,$$

$$g_c(\hat{x}^n) x^n \approx d - g(\hat{x}^n) + g_c(\hat{x}^n) \hat{x}^n.$$

定义

$$D S g_c(\hat{x}^n),$$

$$d S d - g(\hat{x}^n) + g_c(\hat{x}^n) \hat{x}^n,$$

则满足约束条件(24) 的估计值为

$$\hat{x}^n \approx C \hat{x}^n - W^{-1} D^T (D W^{-1} D^T)^{-1} (D \hat{x}^n - d),$$

其中 $W = I_{4 \times 4}$ 为单位阵.

Step8: KF 滤波时间更新. 计算陀螺漂移的一步预测均值 $\hat{x}_{k+1|k}^1$ 和协方差矩阵 $P_{k+1|k}$ ^[10], 即

$$\hat{x}_{k+1|k}^1 = A_k^1 \hat{x}_{k|k}^1 + L_k (z_k - A_k^1 \hat{x}_{k|k}^1),$$

$$P_{k+1|k} =$$

$$A_k^1 P_{k|k} (A_k^1)^T + G_k^1 Q_k^1 (G_k^1)^T - L_k N_k L_k^T,$$

$$N_k = A_k^1 P_{k|k} (A_k^1)^T + G_k^1 Q_k^1 (G_k^1)^T,$$

$$L_k = A_k^1 P_{k|k} (A_k^1)^T N_k^{-1},$$

$$z_k = x_{k+1}^1 - f_k^1.$$

Step9: 设置 $k = k + 1$, 返回 Step2.

5 仿真研究

为了验证本文方法的有效性, 采用某型号太阳同步轨道卫星系统的参数, 轨道高度 850 km. 仿真模型包括轨道和姿态两部分, 模拟卫星在轨实际情况. 以三轴磁强计(TAM) 和陀螺为姿态测量敏感

器, TAM 的采样周期为 10 s. 采用 10 阶国际参照地球磁场(IGRF) 模型来近似地磁场分布, 并假设磁强计的测量噪声为零均值, 标准差为 300 nT 的高斯白噪声. 陀螺漂移噪声的标准方差为 $R = 3.1623 \times 10^{-4} \text{Lrad/s}^{3/2}$, $R = 0.31623 \text{Lrad/s}^{1/2}$, 陀螺漂移初始真实值为 0.1 deg/h, 陀螺采样周期为 0.2 s. 三轴姿态欧拉角的初始真实值为 [5, 5, 5] deg, 三轴姿态角速度的初始真实值为 [0.01, 0.01, 0.01] deg/h, 粒子点数为 1500 个. 根据文献[3] 中的分析, 这里选取 $a = 1, b = 4$.

为了刻画估计效果, 根据四元数矢量旋转的意义, 这里定义姿态误差为 $\leq 2 \arccos(Dq_4)$. 其中: Dq_4 为误差四元数 $Dq = q \hat{a} q^{-1}$ 的标量部分, \hat{a} 表示四元数乘法^[1].

为了比较, 在初始姿态误差比较小和比较大的典型情况下, 分别采用本文提出的 MPF 与 EKF 和 UKF 滤波算法来估计卫星的三轴姿态, 并对这两种算法的性能进行分析.

第 1 种情况: 在初始姿态误差较小的情况下进行仿真. 初始的三轴姿态角误差为 [2, 2, 2] deg/h, 初始姿态方差矩阵为 $(0.5 \text{ deg})^2$, 无初始陀螺漂移误差, 初始陀螺漂移方差矩阵为 $(0.2 \text{ deg/h})^2$. 在这种情况下, 初始化的粒子点可根据高斯分布进行选取. 三轴的姿态欧拉角(32122 旋转顺序) 仿真曲线如图 1 所示, 实线为实际值, 虚线为估计值. 姿态误差蒙特卡罗仿真曲线如图 2 所示. 从图中曲线可以看

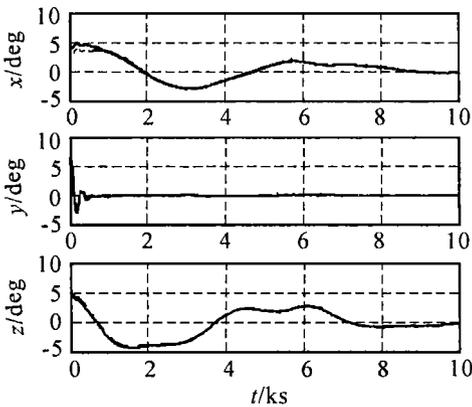


图 1 姿态估计曲线(小角度初始姿态和陀螺漂移误差)

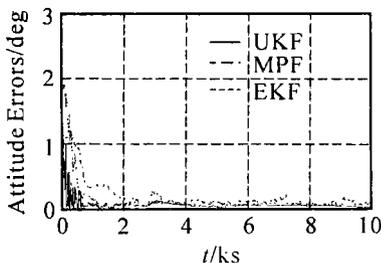


图 2 姿态估计误差曲线(小角度初始姿态和陀螺漂移误差)

出, EKF 和 UKF 的估计精度相当, 由于引入了蒙特卡罗误差, MPF 的精度稍差些. 这也说明, 在较小初始姿态误差情况下, 三种滤波器都能快速收敛, 但 MPF 并不占有绝对优势.

第 2 种情况: 针对较大初始姿态角误差的情况进行仿真. 初始姿态参数根据文献[3] 选取, 即初始的三轴姿态角误差为 [-50, 50, 160] deg, 初始姿态方差矩阵为 $(50 \text{ deg})^2$, 无初始陀螺漂移误差, 初始陀螺漂移方差矩阵为 $(20 \text{ deg/h})^2$. 三轴的姿态欧拉角(32122 旋转顺序) 仿真曲线如图 3 所示, 姿态误差较小, 姿态估计曲线的趋势与第 1 种情况的仿真结果相似. 姿态误差曲线如图 4 所示, 由图中曲线可以看出, MPF 的估计较 EKF 和 UKF 快速收敛, MPF 在 500 s 左右就收敛到 0.2 deg 以下, 而 UKF 在 11 ks 左右才能达到这个精度, EKF 则在 24 ks 左右才达到 1 deg. 在进入稳态时, MPF 与 UKF 的估计精度相当. 这说明, MPF 姿态估计器不仅可以保证估计精度, 而且具有较快的收敛速度.

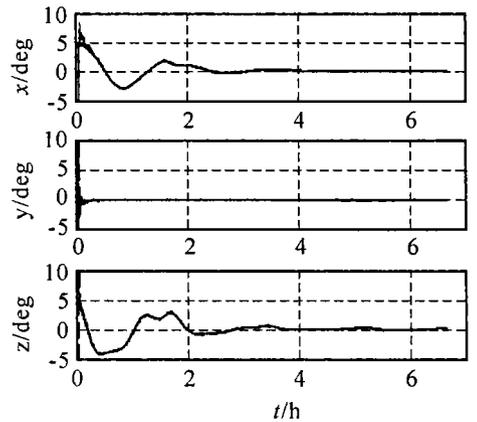


图 3 姿态估计曲线(大角度初始姿态和陀螺漂移误差)

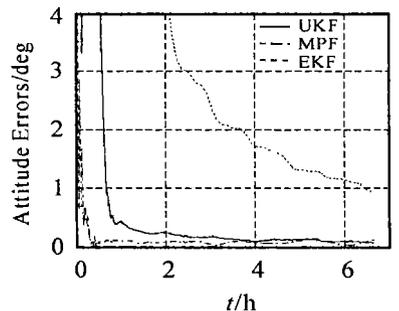


图 4 姿态估计误差曲线(大角度初始姿态和陀螺漂移误差)

6 结 语

本文提出了一种基于 Marginalized 粒子滤波的卫星姿态估计算法. 该算法通过将粒子滤波(PF)与卡尔曼滤波(KF)相结合, 避免了由于状态高维数而引起的 PF 算法的计算量过大、难收敛的问题, 取得了较高的卫星姿态估计精度. 仿真结果表明, 与 EKF, UKF 相比较, 在较小初始姿态误差情况下,

MPF 具有相对稍差的估计精度,这是由于 MPF 在重抽样和正则化过程中引入了蒙特卡罗随机误差的缘故,但在较大初始姿态误差情况下,MPF 表现出了较好的收敛性,收敛速度较快.所以,当实际应用中存在较大初始姿态误差时,可以先采用 MPF 使得估计误差快速收敛,然后再切换到 EKF 或 UKF 方法进行姿态估计.

PF 算法的复杂度分析是一个比较复杂和困难的问题,有待于进一步研究.然而,单从算法的计算时间上看,EKF 耗时最少、运算最快;UKF 其次,计算时间大概是 EKF 的几倍;而 PF 的耗时最长.

参考文献(References)

- [1] Lefferts E J, Markley F L, Shuster M D. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation [J]. *J of Guidance*, 1982, 5(5): 4172429.
- [2] Psiaki M L, Martel Francois, Pal P K. Three-axis attitude determination via Kalman filtering of magnetometer data [J]. *J of Guidance*, 1990, 13(3): 502514.
- [3] Crassidis J L, Markley F L. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation [J]. *J of Guidance and Dynamics*, 2003, 26(4): 532542.
- [4] 西蒙 赫金. 自适应滤波器原理[M]. 郑宝玉,等译. 第4版. 北京: 电子工业出版社, 2003: 612617. (Haykin Simon. Adaptive filter theory [M]. 4th ed. New York: Prentice Hall, 2003: 612617.)
- [5] Wan E A, Van Der Merwe R. Kalman filtering and neural network [M]. New York: John Wiley, 2001.
- [6] Oshman Y, Carmi A. Spacecraft attitude estimation from vector observations using a fast particle filter [C]. Proc of 14th AAS/ AIAA Space Flight Mechanics Conf. Hawaii: AAS, 2004.
- [7] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to nonlinear/non-gaussian Bayesian state estimation [J]. *IEE Proc on Radar and Signal Processing*, 1993, 140(2): 1072113.
- [8] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian Bayesian tracking [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2002, 50(2): 1742185.
- [9] Doucet A, De Freitas N, Gordon N. Sequential monte carlo methods in practice [C]. *Statistics for Engineering and Information Science*. New York: Springer, 2001.
- [10] Thomas Schon, Fredrik Gustafsson, Pe2Johan Nordlund. Marginalized particle filters for mixed linear/nonlinear state space models [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2005, 53(7): 2272289.
- [11] Schaub H, Junkins J L. Stereographic orientation parameters for attitude dynamics: A generalization of the Rodrigues parameters [J]. *J of the Astronautical Sciences*, 1996, 44(1): 1220.
- [12] Simon D, Chia T L. Kalman filtering with state equality constraints [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 38(1): 1282135.
- [13] Liu J S, Chen R. Sequential monte carlo methods for dynamical systems [J]. *J of American Statistical Association*, 1998, 93(5): 103221044.
- [14] Kitagawa G. Monte Carlo filter and smoother for non-gaussian nonlinear state space models [J]. *J of Computational and Graphical Statistics*, 1996, 5(1): 1225.
- [9] Rainer P, Dimiter D. Fuzzy switched hybrid systems modeling and identification [C]. Proc of the 1998 IEEE ISIC/CIRA/ ISAS Joint Conf. Gaithersburg: IEEE, 1998: 132135.
- [10] Kazuo T, Masaaki I, Wang H O. Switching control of an R/C hovercraft: Stabilization and smooth switching [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 2001, 31(6): 852863.
- [11] Hiroshi O, Kazuo T, Wang H O. Switching fuzzy control for nonlinear systems [C]. Proc of the 2003 IEEE Int Symposium on Intelligent Control. Houston: IEEE, 2003: 2812286.
- [12] Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.
- [13] 何希勤. 一类多变量模糊系统稳定性分析及其应用研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2000. (He X Q. Stability and application of a class of multiple variables fuzzy systems [D]. Shenyang: Northeastern University, 2000.)

(上接第38页)