

文章编号: 1001-0920(2007)10-1143-04

非匹配不确定混沌系统的 RBF 神经滑模同步

张袅娜^{1,2}, 张德江¹, 冯 勇²

(1. 长春工业大学 自动化系, 长春 130012; 2. 哈尔滨工业大学 电气学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 对于非匹配不确定混沌系统, 提出一种 RBF 神经滑模同步方法. 设计滑模切换面, 并将其作为神经网络的唯一输入, 网络的权值依滑模趋近条件在线确定, 使得同步跟踪误差渐进到零点. 该方法简化了常规神经网络控制结构的复杂性, 削弱了滑模控制的抖振程度, 并且同步时间较短, 对参数不确定性及外干扰具有较好的鲁棒性. 仿真结果验证了所提出方法的有效性.

关键词: 滑模控制; RBF 神经网络; 混沌同步

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Sliding mode synchronization control with RBF neural network for unmatched uncertainties of chaos systems

ZHANG Niao-na^{1,2}, ZHANG De-jiang¹, FENG Yong²

(1. Department of Automation, Changchun University of Technology, Changchun 130012, China; 2. Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China. Correspondent: ZHANG Niao-na, E-mail: zhangniaona@163.com)

Abstract: A sliding mode synchronization method with RBF is proposed for unmatched uncertainties of chaos systems. A sliding surface is defined as the only input to the RBF controller. RBF's weights are trained on-line based on the sliding surface approaching condition. Synchronization error is guaranteed to be asymptotically zero. The proposed method can simplify the structure of neural network and reduce chatter for sliding mode control. The proposed synchronization control is robust to the disturbance and uncertainties of systems. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: Sliding mode control; RBF neural network; Chaos synchronization

1 引言

混沌系统以其对初始条件的极端敏感性, 在状态空间某一区域的遍历性, 在许多领域显示出广阔的应用前景. 混沌系统的控制和同步的研究越来越受重视, 迄今已提出多种同步方法, 如单向耦合法^[1]、线性反馈同步法^[2]、非线性反馈同步法^[3]、观测器法^[4,5]等. 然而, 大多数控制方法都是在假设模型参数确定不变和没有外扰的情况下给出的, 即使考虑外界扰动的影响, 通常也仅考虑满足匹配条件的扰动影响. 实际情况中, 参数可能是未知的或时变的, 还可能受到不满足匹配条件的外扰影响. 此时一些过于依赖模型的控制方法会遇到许多困难.

本文提出一种 RBF 神经滑模同步方法, 通过滑模与相应的控制策略进行设计. 将该控制器用于非

匹配不确定的混沌系统, 实现了两个混沌系统的同步. 本文提出的控制器对一类存在参数摄动和/或干扰的混沌系统的同步具有鲁棒性. 文中以 Genesio 系统为例, 给出了设计过程和仿真, 结果验证了所提出方法的有效性.

2 非匹配不确定混沌系统的数学模型

考虑如下两个不确定混沌系统:

$$\dot{x} = Ax + f(x, t) + (t), \quad (1)$$

$$\dot{y} = Ay + g(y, t) + (t). \quad (2)$$

其中: $x \in R^n, y \in R^n$ 分别为主动混沌系统和被动系统的状态变量; $A \in R^{n \times n}$ 为常量矩阵; f 和 g 为混沌系统的非线性函数, 并且满足 $f(0, t) = 0, g(0, t) = 0$, 但不一定要求是光滑的; (t) 和 (t) 分别为混沌系统(1)和(2)的外部扰动.

收稿日期: 2006-06-16; 修回日期: 2006-10-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60474016).

作者简介: 张袅娜(1972—), 女, 长春人, 副教授, 博士生, 从事变结构控制、鲁棒控制的研究; 冯勇(1962—), 男, 南京人, 教授, 博士生导师, 从事变结构控制、鲁棒控制等研究.

为了实现混沌系统(1)和(2)同步,系统(2)必须加入控制,则式(2)变为

$$\dot{y} = Ay + g(y, t) + Bu + u(t), \quad (3)$$

其中 $u \in R^m$ 且 $m \leq n$.

定义误差系统的状态变量 $e = y - x$, 则被动混沌系统(3)和主动系统(1)之间的误差系统为

$$\dot{e} = \dot{y} - \dot{x} = Ae + g(y, e, t) + Bu + u(t) - f(x, t), \quad (4)$$

其中

$$g(y, e, t) = g(y, t) - f(y - e, t).$$

本文控制目的为:研究主动混沌系统(1)和被动混沌系统(2)的同步问题,即对任意初始状态 $e(0) = 0$, 设计控制策略 $u(t)$, 使得误差系统(4)的状态在有限时间内收敛到平衡点附近的邻域.

设 $e = [e_1^T, e_2^T]^T$, 则式(4)可表示为如下形式:

$$\dot{e}_1 = A_{11} e_1 + A_{12} e_2 + f_u, \quad (5)$$

$$\dot{e}_2 = A_{21} e_1 + A_{22} e_2 + B_2 u + f_m. \quad (6)$$

其中: $e_1 \in R^{n-m}$, $e_2 \in R^m$; $A_{11} \in R^{(n-m) \times (n-m)}$, $A_{12} \in R^{(n-m) \times m}$, $A_{21} \in R^{m \times (n-m)}$, $A_{22} \in R^{m \times m}$, $B_2 \in R^{m \times m}$; (A_{11}, A_{12}) 可控, B_2 非奇异, 并且 $n - m > m$, $R(B_2)$ 表示 B_2 的值域空间; 非线性函数 $f_u \in R(B_2)$, $f_m \in R(B_2)$ 分别表示非匹配和匹配的确定性, 包含外部扰动 $u(t)$, $f(t)$ 和非线性函数 $g(y, e, t)$.

3 RBF 神经滑模同步控制器的设计

为了克服参数不确定性及外干扰的影响, 根据文献[6-8]将滑模设计为如下形式:

$$s = C_1 e_1 + C_2 e_2 + C_3 e_1^{q/p}. \quad (7)$$

其中: $C_1 \in R^{m \times (n-m)}$, $C_2 \in R^{m \times m}$, $C_3 \in R^{m \times (n-m)}$ 均为终端滑模的设计参数矩阵; p 和 q 均为奇数, 且满足 $q < p < 2q$; 定义向量 $e_1^{q/p} = [e_{11}^{q/p}, e_{12}^{q/p}, \dots, e_{1(n-m)}^{q/p}]^T$.

本文采用 RBF 神经网络^[9,10]对系统的滑模控制(3)进行逼近. 令网络的输入为滑模 s , 输出为滑模控制 u 的估计值 $\hat{u} = [\hat{u}_1, \dots, \hat{u}_i, \dots, \hat{u}_m]^T$, $i = 1, 2, \dots, m$, m 为 \hat{u} 和 s 的维数, \hat{u}_i 用具有线性参数的 RBF 网络来实现, 可表示为

$$\hat{u}_i = \sum_{j=1}^k \hat{w}_{ij} h_j. \quad (8)$$

其中: k 为隐层节点数, \hat{w}_{ij} 为 RBF 网络的权值, h_j 为高斯函数

$$h_j = \exp\left(-\frac{(s - A_j)^2}{b_j^2}\right). \quad (9)$$

式中: $s = [s_1, \dots, s_i, \dots, s_m]^T$ 为 RBF 网络的输入, $A_j = [a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}]^T$ 为网络第 j 个节点的中心向量, b_j 为隐层节点 j 的基带参数.

令 $W_i = [\hat{w}_{i1}, \dots, \hat{w}_{ij}, \dots, \hat{w}_{ik}]^T$, $H_i = [h_1, \dots, h_j, \dots, h_k]^T$, $j = 1, 2, \dots, k$, 则式(8)可简化为 $\hat{u}_i =$

$W_i^T H_i$. 令 $H = [H_1, \dots, H_j, \dots, H_m]^T$, $W = \text{diag}[W_1^T, \dots, W_i^T, \dots, W_m^T]$, 则 RBF 网络控制器的输出 $\hat{u} = WH$.

采用滑模控制时, 根据 Lyapunov 稳定性定理, 当满足滑模可达条件 $s(t)\dot{s}(t) < 0$ 时, 被控系统状态在 \hat{u} 的作用下能够收敛到原点. 因此本文采用 RBF 网络, 根据滑动变量 s 来逼近系统的控制输入 u , 通过满足滑模可达条件对网络的权值进行在线修正, 目的是寻找最优的网络权值, 以获得稳定的收敛特性.

选取 RBF 网络的学习指标 $E = 0.5s^T s$, 由式(7)得

$$\dot{s} = C_1 \dot{e}_1 + C_2 \dot{e}_2 + \frac{q}{p} C_3 \text{diag}(e_1^{q/p-1}) \dot{e}_1. \quad (10)$$

根据梯度下降法, 有

$$dW = - \frac{\partial E}{\partial W(t)} = - \frac{\partial s^T(t) \dot{s}(t)}{\partial \hat{u}(t)} \frac{\partial \hat{u}(t)}{\partial W(t)},$$

$$\frac{\partial s^T(t) \dot{s}(t)}{\partial \hat{u}(t)} = s^T(t) \frac{\partial \dot{s}(t)}{\partial \hat{u}(t)} = - C_2 B_2 s^T(t),$$

$$\frac{\partial \hat{u}(t)}{\partial W(t)} = H.$$

则 RBF 网络权值学习算法为

$$dW = - C_2 B_2 s^T(t) H,$$

其中 $\gamma > 0$ 为学习速率.

4 稳定性分析

由滑模控制理论, 当位于滑模面上时, $\dot{s} = 0$. 将式(6)代入式(10), 可解得等效滑模控制

$$u_{eq} = - (C_2 B_2)^{-1} \left[C_1 \dot{e}_1 + \frac{q}{p} C_3 \text{diag}(e_1^{q/p-1}) \dot{e}_1 + \dot{e}_2 + C_2 (A_{21} e_1 + A_{22} e_2 + f_m) \right].$$

则实现混沌系统同步的终端滑模控制为

$$u = u_{eq} + u_n. \quad (11)$$

其中 u_n 为基于滑模变结构控制的鲁棒控制项, 用于克服逼近误差和外扰. 其设计形式为

$$u_n = (C_2 B_2)^{-1} (\dot{s} + ks + \text{sgn}(s)).$$

其中: $k > 0$, $\gamma > 0$.

由于系统中存在不确定项, 且不确定项的上界未知, 而采用终端滑模控制时, 必须满足不确定项有界且上界已知的条件. 本文采用 RBF 神经网络控制器的输出 \hat{u} 逼近 u , 不但对上界值未知的不确定项具有鲁棒性, 而且可减小滑模控制的抖振.

将 \hat{u} 代入式(6), 再代入式(10), 得

$$\dot{s} = - (C_2 B_2)^{-1} \left[C_1 \dot{e}_1 + \frac{q}{p} C_3 \text{diag}(e_1^{q/p-1}) \dot{e}_1 + C_2 (A_{21} e_1 + A_{22} e_2 + f_m) \right]. \quad (12)$$

然而, \hat{u} 不可能完全无差地逼近终端滑模控制 u , 因此将式(12) 与式(11) 相减, 得

$$\dot{s} = -ks - \text{sgn}(s) + C_2 B_2 (u - \hat{u}). \quad (13)$$

为了后面证明方便, 现给出如下引理^[11]:

引理 1 给定任意常数 ϵ 和一个连续函数 $f: X \rightarrow R^n$, 存在一个权值矩阵 $W = W^*$, 使得具有 k 个隐元的 RBF 网络的输出满足

$$\max_x |f(x, W^*) - f(x)| < \epsilon,$$

其中 $f(\cdot)$ 为 RBF 神经网络模型.

对于本文所用的神经网络控制器, 必定存在这样一组最优权值 W^* , 使得 \hat{u} 和 u 之间的误差小于 ϵ , 即

$$\max | \hat{u}(s, W^*) - u | < \epsilon.$$

其中 $\hat{u}(s, W^*) = W^* H$, 为一任意小的正数. 则 $u = W^* H + \epsilon$, 式(13) 可重写为

$$\dot{s} = -\text{sgn}(s) - ks + C_2 B_2 (W^* H + \epsilon - WH). \quad (14)$$

定义 $\bar{W} = W^* - W$ 为当前权值与最优权值之间的差异, 由于 W^* 和 W 是对角阵, 则 $\bar{W}^T = \bar{W}$. 定义 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2} s^T s + (\lambda)^{-1} \bar{W}^T \bar{W}. \quad (15)$$

V 关于时间的一阶导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s^T \dot{s} + (\lambda)^{-1} \bar{W}^T \dot{\bar{W}} = \\ &= s^T (-\text{sgn}(s) - ks + C_2 B_2 (\epsilon - WH)) \\ &+ (\lambda)^{-1} (-\lambda \bar{W} - k \lambda \bar{W} + C_2 B_2 \epsilon). \end{aligned}$$

显然, 如果 $|s| > (\epsilon + C_2 B_2) / k$, 则 $\dot{V} < 0$. 这便证明了状态空间中的任意点必将向切换面 $s = 0$ 靠近, 同时满足广义滑模存在性及可达性条件. 系统状态(4) 将收敛到 $s = 0$ 附近 $\pm (\epsilon + C_2 B_2) / k$ 的范围内, 并且当 RBF 网络逼近精度进一步提高时, 系统同步误差也将随之下降. 当误差系统(4) 处于滑模 $s = 0$ 时, 系统的动态性能将由滑模而定. 系统的状态方程降为 $(n - m)$ 阶, 可求得

$$\dot{e}_2 = -C_2^{-1} (C_1 e_1 + C_3 e_1^{q/p}). \quad (16)$$

式(16) 代入式(5), 得到误差系统在滑模上的状态方程

$$\dot{e}_1 = (A_{11} - A_{12} C_2^{-1} C_1) e_1 - A_{12} C_2^{-1} C_3 e_1^{q/p} + f_u. \quad (17)$$

显然, 当 $f_u = 0$ 时, 系统(17) 的平衡点为原点.

为了分析终端滑模上的不确定误差系统的收敛情况, 本文提出如下定理:

定理 1 对于系统(17), 如果设计终端滑模的参数矩阵, 使其满足

$$A_{11} - A_{12} C_2^{-1} C_1 = -Q_1, \quad (18)$$

$$A_{12} C_2^{-1} C_3 = -\gamma,$$

其中: $Q_1 \in R^{(n-m) \times (n-m)}$ 为正定矩阵, $\gamma \in R^{(n-m) \times (n-m)}$ 为对角阵, 且 $\gamma_i > 0$. 则系统状态将在有限时间内收敛到原点附近的邻域 Ω 和 Ω' , 即

$$\begin{aligned} \Omega &= \{ e_1 : \| e_1 \| < k_1 [\min(Q_1)]^{-1} \}, \quad (20) \\ \Omega' &= \{ e_2 : \| e_2 \| < C_2^{-1} C_1 e_1 + C_3 e_1^{q/p} \}. \quad (21) \end{aligned}$$

其中: $\min(Q_1)$ 为 Q_1 的最小特征值, k_1 为 f_u 的上界.

证明 对于系统(17), 考虑 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2} e_1^T e_1, \text{ 则}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= e_1^T \dot{e}_1 = \\ &= e_1^T (-Q_1 e_1 - \gamma e_1^{q/p} + f_u) = \\ &= -e_1^T Q_1 e_1 - e_1^T \gamma e_1^{q/p} + e_1^T f_u \\ &= -\lambda_2 V^2 - \gamma_1 [\min(Q_1)]^{-1} \| e_1 \| - k_1. \end{aligned}$$

其中: $\lambda_2 = 2^{(q/p+1)/2} \min(\gamma_i) > 0$, $\lambda_1 = (q/p + 1) / 2 < 1$. 可见当 $\| e_1 \| > k_1 [\min(Q_1)]^{-1}$ 时, $\dot{V}(t) < -\lambda_2 V^2$, 即系统(17) 的状态 e_1 将在有限时间内收敛到平衡点附近的邻域, 则有式(20) 成立. 由式(16), 在区域 Ω' 内, e_2 也收敛到一个与 e_1 相关的区域 Ω' , 即有式(21) 成立.

5 仿真实例

利用本文提出的 RBF 神经滑模同步方法, 实现具有不确定性的两个 Genesio 混沌系统的同步. 主动 Genesio 混沌系统动力学方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 &= -1.1x_1 - x_2 - 0.44x_3 + x_1^2 + w(t) + u. \end{aligned}$$

式中 $w(t)$ 为系统的外部扰动. 另一个具有不同初始条件的 Genesio 混沌系统的状态方程为

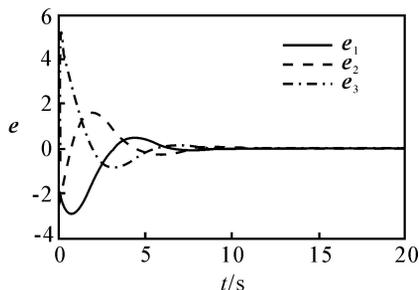
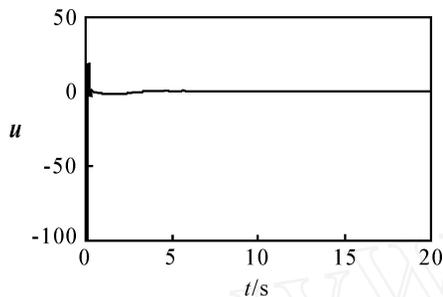
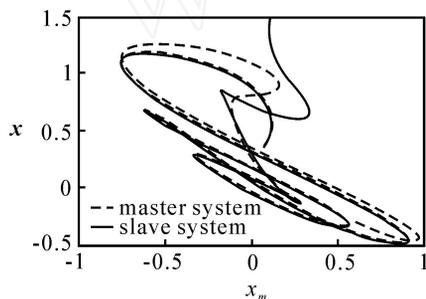
$$\begin{aligned} \dot{x}_{m1} &= x_{m2}, \dot{x}_{m2} = x_{m3}, \\ \dot{x}_{m3} &= -1.1x_{m1} - x_{m2} - 0.44x_{m3} + x_{m1}^2. \end{aligned}$$

两个 Genesio 混沌系统的初始条件分别为:

$$\begin{aligned} x_1(0) &= -0.3, x_2(0) = -0.5, x_3(0) = 0.6; x_{m1}(0) = 1.6, \\ x_{m2}(0) &= 2, x_{m3}(0) = 1.2. \end{aligned}$$

滑模切换函数为 $s = e_1 + e_2 + e_1^{3/5}$; 神经网络的初始权值为随机值, 网络结构为 1-5-1. 高斯函数取 $a_j = [-3, -1.5, 0, 1.5, 3]^T$, $b_j = [1, 1, 1, 1, 1]^T$, $\sigma = 1.5$. 假定 $w(t) = A \sin 2t$, $A = 0.2$.

采用文中选择的滑模面(7) 以及神经滑模控制策略(9), 仿真结果如图 1 ~ 图 3 所示. 图 1 中混沌系统状态的同步误差向量 e_1, e_2 和 e_3 均在有限时间内收敛到零, 实现了两个混沌系统状态的同步; 图 2 为神经滑模控制器的输入, 可见抖振现象明显消除; 图 3 为混沌系统的状态变量的相平面.

图1 误差向量 e_1 , e_2 和 e_3 图2 控制输入 u 图3 x_1, x_3 和 x_{m1}, x_{m3} 组成的相平面

6 结 语

神经滑模控制将 RBF 神经网络与传统的滑模控制结合起来,不依赖于系统的模型,只要施加控制使滑模函数 s 为零,跟踪误差便可渐进到零点.对于高阶系统,由于神经滑模控制器的输入为 s ,可以简化常规神经网络控制的复杂结构.与常规的滑模控制相比,神经滑模控制优化了控制信号,削弱了滑模控制的抖振程度,并且同步时间较短,对参数不确定性及外干扰具有较好的鲁棒性.

参考文献(References)

[1] Sugawara T. Observation of synchronization in laser

chaos[J]. Physical Review Letters, 1994, 72(22): 3502-3505.

[2] Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback[J]. Applied Physics Letters, 1992, 170(6): 421-428.

[3] Park H. Chaos synchronization of a chaotic system via nonlinear control [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2005, 25(3): 579-584.

[4] Cafagna D, Grassi G. Synchronizing hyperchaos using a scalar signal: An unified framework for systems with one or several nonlinearities [C]. APCCAS '02. Singapore, 2002, 1: 575-580.

[5] Wu C W, Chua C. Application of graph theory to the synchronization in an array of coupled nonlinear oscillators[J]. IEEE Trans on Circuits System — I, 1995, 42(8): 494-497.

[6] Hu G, Gu Z, He K. Feedback control of chaos in spatiotemporal systems[J]. Int J of Bifur Chaos, 1995, 5(4): 901-936.

[7] Huang S J, Huang K S, Chiou K C. Development and application of a novel radial basis function sliding mode controller[J]. Mechatronics, 2003, 13(4): 313-329.

[8] Man Z H, Yu X H, Eshraghian K, et al. Robust adaptive sliding mode tracking control using a RBF neural network for robotic manipulators[C]. IEEE Int Conf on Neural Networks. Australia, 1995, 5: 2403-2408.

[9] 郭会军,刘君华.基于径向基函数神经网络的 Lorenz 混沌系统滑模控制[J].物理学报,2004,53(12): 4080-4085.

(Guo Hui-jun, Liu Jun-hua. Chaos control of Lorenz system via RBF neural network sliding mode controller [J]. Acta Physica Sinica, 2004, 53(12): 4080-4085.

[10] Man Z, Yu X. Terminal sliding mode control for MIMO linear systems [J]. IEEE Trans on Circuits System — I, 1997, 44(11): 1065-1070.

[11] Park J, Sandberg J W. Universal approximation using radial basis functions network [J]. Neural Computation, 1991, 3(2): 246-257.