

文章编号: 1001-0920(2007)10-1147-04

## 资金需求不确定的银行卡网络鲁棒运作模型

高莹, 黄小原

(东北大学 工商管理学院, 沈阳 110004)

**摘要:** 研究了银行卡网络在实时高效运营的条件下, 各成员银行的资金运作问题. 在分析国内银联网络资金需求情况的基础上, 运用随机模拟方法生成不确定需求情景, 建立了以网络系统成本最小为目标的鲁棒模型. 数值仿真结果表明, 模型的解相对保守, 能有效地保证银行卡网络运作的鲁棒性.

**关键词:** 银行卡网络; 鲁棒优化; 资金运作; 不确定性

**中图分类号:** F830      **文献标识码:** A

## Robust operation model for bankcard network with uncertain demand

GAO Ying, HUANG Xiaoyuan

(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: GAO Ying, E-mail: ygao@mail.neu.edu.cn)

**Abstract:** Based on real-time and highly efficient operation of the bankcard network, the problem of each bank preparing cash and account funds for the network is studied. A random simulation is technique proposed to generate scenarios of the uncertain demands of funds and set up a robust optimization model whose objective is to minimize the system cost of the network on the basis of the demands of funds in China UnionPay. The numerical simulation result shows that the solution of the model is relatively conservative and can guarantee the robustness of the bankcard network.

**Key words:** Bankcard network; Robust optimization; Fund operation; Uncertainty

### 1 引言

近年来, 银行卡网络已成为人们生活中不可或缺的部分, 银行卡服务也成为各商业银行的核心业务. 银行卡网络的全天候、全天时运营, 要求各银行为网络准备的资金能随时满足持卡人的需求. 但从银行经营的角度看, 资金应得到充分利用, 不宜有过多的闲置. 显然, 持卡人需求的不确定性, 导致网络正常运营与系统成本最小化之间的矛盾. 在不确定条件下, 既保证全天候运营又实现系统成本最小, 是银行卡网络亟待解决的问题.

对于不确定性的描述, 许多文献采用区间分析法<sup>[1,2]</sup>、情景生成法<sup>[3,4]</sup>、概率分析法<sup>[5]</sup>等. 在银行传统业务中, 不确定性的资金运作管理研究取得了令人鼓舞的成果. 一些文献运用随机规划方法, 提出了

银行资产负债管理模型<sup>[6,7]</sup>、银行资产收益最大化模型<sup>[8]</sup>、满足预算约束的银行管理模型<sup>[9]</sup>等. 然而, 这些随机线性规划模型, 其目标函数一般为最小化成本(或最大化利润)的期望值, 没有充分考虑决策者规避风险以及对系统鲁棒性的要求, 不能对可能发生的各种情况采取主动预防的措施.

文献[10]建立了鲁棒优化模型的一般形式, 并列举了该模型在金融等领域的实际应用; [11]论证了在金融决策方面, 鲁棒优化方法优于随机规划方法; [12]以纽约证券市场为背景, 建立了可赎回债券投资决策的鲁棒优化模型, 结果表明运行效果良好; [13]在均值-方差模型框架下, 考虑方差不确定情况下的投资组合问题, 提出了投资组合鲁棒优化方法.

本文在文献[10]的基础上, 以全国最大的银行卡网络——中国银联网为背景, 采用随机模拟的情

收稿日期: 2006-08-23; 修回日期: 2006-10-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70572088); 教育部高校博士点专项基金项目(20050145022); 辽宁省科学技术计划项目(2004401015).

作者简介: 高莹(1957—), 女, 沈阳人, 副教授, 博士生, 从事金融工程的研究; 黄小原(1947—), 男, 河南罗山人, 教授, 博士生导师, 从事供应链管理、电子商务等研究.

景生成方法描述银行卡网络的不确定资金需求,建立了银行卡网络资金鲁棒运作模型.最后,通过数值仿真得出相关结论.

## 2 鲁棒优化方法

对于一个系统而言,鲁棒性是指在内外界不确定性的情况下,系统的动态稳定性和持久性.鲁棒优化方法是应对系统不确定性的一种优化方法.

为了描述不确定性,首先需要引入一个情景集:  $S = \{1, 2, \dots, S\}$ . 对于每一个情景  $s$ , 发生的概率为  $p_s$ , 并且满足  $\sum_s p_s = 1$ . 通过定义情景集, 可将各种不确定性及其发生的可能性加以定量描述.

然后定义解鲁棒和模型鲁棒. 对于情景集中的每一情景, 如果模型的最优解都能保持或接近最优, 则称之为解鲁棒; 如果此最优解总是可行的, 则认为是模型鲁棒的<sup>[10]</sup>. 通过定义解鲁棒性与模型鲁棒性之间的折衷, 可在系统的最优性与可行性之间进行有效的权衡. 鲁棒优化方法为这种折衷提供了一种权衡机制<sup>[12]</sup>. 按此机制, 鲁棒优化模型可写成如下形式:

$$\min_s p_s(x, y_s) + \sum_s p_s e_s^T e_s, \forall s; \quad (1)$$

$$\text{s. t. } Ax = b, \quad (2)$$

$$B_s x + C_s y_s = d_s + e_s, \forall s, \quad (3)$$

$$x_s \geq 0, \forall s. \quad (4)$$

上述模型中, 变量  $x$  在各种不确定情况下的取值都相同, 称为设计变量; 变量  $y_s$  的取值与系统所处的状态有关, 称为控制变量.

约束条件中, 式(2)是设计变量约束, 其中的参数  $A$  和  $b$  是确定的; 式(3)是控制变量约束, 系数  $B_s, C_s$  和  $d_s$  的取值是不确定的, 随情景的变化而改变;  $e_s$  用于表示实际值与约束值的偏离程度.

目标函数的第 1 项表示解的鲁棒性, 可用成本最小或目标最大的函数来表示; 目标函数的第 2 项表示模型的鲁棒性, 是反映模型鲁棒性的权重, 其值越大, 对偏差情况的惩罚越大, 则模型的鲁棒性越强; 反之, 模型鲁棒性越弱<sup>[14]</sup>.

## 3 银联网络环境下银行卡资金需求分析

中国银联网络是目前国内最大的银行卡跨行信息交换网络, 使用的银行卡分为借记卡和贷记卡.

表 1 银行卡资金需求分析

现金需求	本行卡本行现金需求 本行卡跨行现金需求 外行卡本行现金需求
非现金需求	本行和直联 POS 机消费需求 本行卡行内转帐需求 本行卡跨行转帐需求 外行卡跨行转帐需求(转来帐)

借记卡是先存款后消费的银行卡; 贷记卡是授予持卡人一定的信用额度, 持卡人在授信额度内先消费后还款的银行卡. 银行卡的资金需求情况如表 1 所示.

在表 1 所示的需求中, 本行卡行内转帐需求是本行帐户间的直接结算, 发卡行不需要准备资金. 为满足本行卡和外行卡的本行现金需求, 发卡行需要准备现金. 为满足本行卡跨行现金和转帐需求、本行和直联 POS 机消费需求, 发卡行需要准备帐户资金. 外行卡跨行需求(转来帐)是外行通过清算系统转来的帐户资金.

## 4 模 型

### 4.1 前提假设

假设 1 在研究期内, 银行的借记卡存款总额和贷记卡授信总额保持相对平稳, 即网络设计容量不变.

假设 2 借记卡存款总额为研究期内存款与取款之间的差额, 即借记卡的现金需求包括存款需求和取款需求, 并且银行所支付的成本相同.

### 4.2 符号定义

#### 4.2.1 参 数

设银联网络中共有  $n$  家银行,  $n \leq N$ ; 定义  $i$  表示这  $n$  家银行中第  $i$  家,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $j$  表示这  $n$  家银行中第  $j$  家,  $j = 1, 2, \dots, n$ . 其他参数定义如下:

- $d_{ij}$ : 银行  $i$  的借记卡对银行  $j$  的现金需求;
- $d_{2ij}$ : 银行  $i$  的借记卡对银行  $j$  的非现金需求;
- $d_{3ij}$ : 银行  $i$  的贷记卡对银行  $j$  的现金需求;
- $d_{4ij}$ : 银行  $i$  的贷记卡对银行  $j$  的非现金需求;
- $T_i$ : 银行  $i$  的借记卡存款总额;
- $C_i$ : 银行  $i$  的贷记卡授信总额;
- $P_i$ : 银行  $i$  的总可用资金头寸;
- $f_i$ : 银行  $i$  的固定入网费用;
- $h_i$ : 银行  $i$  建立现金支付网络的单位成本, 包括租用 ATM 营业厅、购买 ATM 设备、租用网络等固定开支;
- $g_i$ : 银行  $i$  建立非现金支付网络的单位成本, 包括购买 POS 设备、租用网络等固定开支;
- $v_i$ : 银行  $i$  满足现金需求的单位可变成本, 包括保存和运送现金、现金占用成本等;
- $u_i$ : 银行  $i$  满足非现金需求的单位可变成本, 包括资金的占用机会成本等;
- $n$ : 网络中银行的数量;
- $\omega$ : 模型鲁棒性权重, 表示对资金准备与真实需求偏差的厌恶程度;
- $p_s$ : 第  $s$  个情景发生的概率,  $s = \{1, 2, \dots,$

$S\}, p_s = 1.$

4.2.2 决策变量

$x_i$ : 银行  $i$  的现金准备, 表示银行  $i$  为满足提现需求所准备的现金, 对应于情景  $s$  的现金准备用  $x_i^s$  表示;

$y_i$ : 银行  $i$  的非现金准备, 表示银行  $i$  在银联网络中的帐户资金额, 对应于情景  $s$  的非现金准备用  $y_i^s$  表示;

$a_i$ : 银行  $i$  处理现金需求的能力, 表示银行  $i$  的柜台、ATM 网络可容纳的现金数;

$b_i$ : 银行  $i$  处理非现金需求的能力, 表示银行  $i$  在银联网络内可调配的资金额.

4.3 不确定需求的情景生成

本文采用随机模拟法生成情景<sup>[4]</sup>. 从实际情况看, 银行卡的资金需求通常满足一定区间的均匀分布, 它需满足两个条件: 一是借记卡的现金和非现金需求之和不超过其存款额; 二是贷记卡的现金和非现金需求之和不超过其授信额.

考虑银行  $i$  的借记卡现金资金需求满足区间  $(0, T_i)$  上的均匀分布, 先生成现金需求  $d_{i1} \sim U(0, T_i)$ , 再生成  $d_{i2} \sim U(0, T_i - d_{i1})$ , 直到生成  $d_{im} \sim U(0, T_i - d_{i1} - \dots - d_{im-1})$ ; 以此类推, 生成借记卡的非现金需求、贷记卡的现金需求和非现金需求. 对网络内的  $n$  个银行都采取同样的方法, 最后得到代表借记卡现金及非现金需求和贷记卡现金及非现金需求的  $n \times n$  需求矩阵. 用相同的方法生成若干个此类需求矩阵, 所有矩阵发生的概率之和为 1, 则得到描述不确定需求的若干个需求情景矩阵组成的情景集合  $= \{1, 2, \dots, S\}$ .

在以下模型中, 分别用符号  $d_{ij}^s, d_{2ij}^s, d_{3ij}^s, d_{4ij}^s$  表示情景  $s$  下银行  $i$  借记卡对银行  $j$  的现金需求, 银行  $i$  借记卡对银行  $j$  的非现金需求, 银行  $i$  贷记卡对银行  $j$  的现金需求, 银行  $i$  贷记卡对银行  $j$  的非现金需求; 分别用符号  $e_{i1}^s, e_{i2}^s$  表示情景  $s$  下银行  $i$  现金准备与真实现金需求的偏差, 非现金准备与真实非现金需求的偏差.

4.4 银行卡网络鲁棒运作模型

在追求银联网络成本最小的情况下, 鲁棒运作模型如下:

(1) 目标函数

$$\min z = \sum_{i=1}^n (f_i + a_i h_i + b_i g_i) + \sum_s p_s \sum_{i=1}^n (x_i^s v_i + y_i^s u_i) + \sum_s p_s \sum_{i=1}^n [(e_{i1}^s)^2 + (e_{i2}^s)^2]. \quad (5)$$

目标函数的第 1 项是银行卡网络运营的固定成本, 第 2 项是网络为满足银行卡资金需求的可变成成本, 第 3 项是模型鲁棒控制项, 用偏差的二次项来构造对资金准备不足或过多的惩罚.

(2) 约束条件

$$x_i^s \leq a_i, \forall i = 1, 2, \dots, n, s; \quad (6)$$

$$y_i^s \leq b_i, \forall i = 1, 2, \dots, n, s; \quad (7)$$

$$x_i^s + y_i^s \leq P_i, \forall i = 1, 2, \dots, n, s; \quad (8)$$

$$x_i^s = (d_{i\bar{i}}^s + d_{3\bar{i}}^s) + \sum_j (d_{1j\bar{i}}^s + d_{3j\bar{i}}^s) + e_{i1}^s, \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n, s; \quad (9)$$

$$y_i^s = (d_{1ij}^s + d_{3ij}^s) + (d_{2ij}^s + d_{4ij}^s) - (d_{1j\bar{i}}^s + d_{3j\bar{i}}^s) - (d_{2j\bar{i}}^s + d_{4j\bar{i}}^s) + e_{i2}^s, \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n, s; \quad (10)$$

$$x_i^s, y_i^s, a_i, b_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n, s. \quad (11)$$

式(6)和(7)是网络处理能力约束, 表示各银行提供的现金和帐户资金不应超过网络处理现金和帐户资金的能力; 式(8)是银行资金头寸约束, 表示各银行提供的资金总和不应超过其自身的资金头寸; 式(9)是情景  $s$  下现金需求约束, 即各银行提供的现金应满足各银行对本行的现金需求; 式(10)是情景  $s$  下非现金需求约束, 即各银行提供的帐户资金应满足各银行对本行的非现金需求; 式(11)是资金和网络设计容量的非负约束.

5 数值仿真

考虑有 6 家银行的银联网, 具体参数如表 2 所示.

表 2 银行卡网络资金运作参数 万元

银行	$T_i$	$C_i$	$p_i$	$f_i$	$h_i$	$g_i$	$v_i$	$u_i$
1	2 000	4 500	40 000	100	30	22	10	2
2	5 000	6 600	45 000	100	35	33	8	5
3	9 000	8 900	46 000	100	65	45	9	1
4	10 000	2 500	50 000	100	60	28	15	7
5	6 000	3 400	42 000	100	55	32	13	3
6	1 000	9 100	47 000	100	45	50	6	4

首先运用 4.3 节的情景生成方法和表 2 给出的各银行借记卡存款总额  $T_i$  和贷记卡授信总额  $C_i$ , 生成具有 5 种情景的银行卡资金不确定需求矩阵, 假设 5 种情景发生的概率均为 0.2, 反映模型鲁棒性权重的参数  $= 1$ , 然后运用 Matlab7.01 优化工具箱中的 Fmincon, 得出资金需求不确定的鲁棒策略, 并与需求确定(平均需求)的最优策略进行比较, 结果如表 3 和表 4 所示.

从表 3 和表 4 可以看出: 1) 鲁棒策略与需求确定的最优策略相比, 总成本增加了 1.93%, 说明鲁

表 3 资金需求不确定的鲁棒策略 万元

银行	$x_i$	$y_i$	$a_i$	$b_i$
1	16 845	0	22 627	0
2	8 060	1 014	16 485	5 073
3	4 809	9 823	8 944	12 331
4	2 001	8 426	2 770	10 744
5	713	8 030	1 236	8 586
6	495	9 128	845	9 486
系统总成本 $z$	$0.4334 \times 10^3$			
总成本标准差	$4.8660 \times 10^3$			

表 4 资金需求确定的最优策略 万元

银行	$x_i$	$y_i$	$a_i$	$b_i$
1	16 866	- 32 631	22 627	0
2	8 082	- 2 683	16 485	5 073
3	4 847	9 846	8 944	12 331
4	2 039	8 264	2 770	10 744
5	747	8 048	1 236	8 586
6	521	9 155	845	9 486
系统总成本 $z$	$0.4252 \times 10^3$			
总成本标准差	$13.1400 \times 10^3$			

棒策略相对保守;2)鲁棒策略与需求确定的最优策略相比,总成本标准差降低了 63.0%,说明鲁棒策略能有效地保证银行卡网络运作的鲁棒性,具有较好的抗扰动能力;3)鲁棒策略以稍高的总成本换得较好的鲁棒性。

## 6 结 语

银行卡业务运行的本质是资金的流动,所以努力解决需求不确定的资金运作问题,尤其是在我国个人不能使用支票的国情下是十分必要的.本文将资金需求的不确定性引入银行卡网络,建立了不确定需求的银行卡网络资金鲁棒运作模型,得出了实现网络总成本最小化的资金运作鲁棒策略。

## 参考文献(References)

- [1] Rindele J, Krishnan V. Constraint reasoning in concurrent design [C]. Design Theory and Methodology. New York: ASME,1990: 53-62.
- [2] Wang Z, Alvarado F, Meliopoulos A, et al. Interval arithmetic in power flow analysis[J]. IEEE Trans on Power Systems,1992, 7(7): 1341-1349.
- [3] Kouwenberg R. Scenario generation and stochastic programming models for asset liability management[J].

European J of Operational Research, 2001,134(2): 279-292.

- [4] Diana B, Elio C. Dynamic portfolio optimization: Time decomposition using the maximum principle with a scenario approach [J]. European J of Operational Research, 2005, 163(2): 217-229.
- [5] Muralidharan C, Anantharaman N, Deshmukh S. Vendor rating in purchasing scenario: A confidence interval approach[J]. Int J of Operations and Production Management, 2001, 21(6): 1305-1326.
- [6] Kusy M I, Ziemba W T. A bank asset and liability management model[J]. Operation Research, 1986, 34(3): 356-376.
- [7] Mulver J M, Rosenbaum D P, Shetty B. Strategic financial risk management and operation research [J]. European J of Operational Research, 1997, 97(1): 1-16.
- [8] 黄小原,庄新田. 金融工程——预测、优化与控制[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2001: 203-212.  
(Huang Xiao-yuan, Zhuang Xin-tian. Financial engineering in forecasts, optimization and control[M]. Shenyang: Northeasten University Press, 2001: 203-212.)
- [9] 程迎杰,秦成林. 商业银行资产负债管理的随机规划模型[J]. 上海大学学报, 2000, 6(6): 485-490.  
(Cheng Ying-jie, Qin Cheng-lin. Stochastic programming models of commercial bank [J]. J of Shanghai University, 2000, 6(6): 485-490.)
- [10] Mulvey Vanderbei. Robust optimization of large-scale systems[J]. Operations Research, 1995, 43(2): 264-281.
- [11] Bai D, Carpenter T, Mulvey J. Making a case for robust optimization models[J]. Management Science, 1997, 43(7): 895-907.
- [12] Zeniou C V, Zenios S A. Robust optimization models for managing callable bond portfolios[J]. European J of Operational Research, 1996, 91(2): 264-273.
- [13] Lobo V L, Boyd S, Lebert H. Second-order cone programming: Interior-point methods and engineering applications [J]. Linear Algebra Application, 1998, 284(3): 193-228.
- [14] Mustafa C P, Reha H T. Robust Profit opportunities in risky financial portfolios [J]. Operations Research Letters, 2005, 33(4): 331-340.