

文章编号: 1001-0920(2007)10-1170-03

# 论两种改进内模控制系统的等价性

赵 曜

(四川大学 电气信息学院, 成都 610065)

摘 要: 改进型内模控制有两种最常见的形式, 针对这两种改进内模控制的研究一直认为它们是两种不同的控制, 且其中一种比另一种更为优越. 通过深入分析可以证明它们事实上是完全等价的, 而且所得等价性结论具有一般性, 无论采用何种设计方法、系统连续或离散、对象稳定与否都成立.

关键词: 不稳定对象; 改进内模控制; 控制结构等价性

中图分类号: TP13 文献标识码: A

## Equivalence of two modified IMC systems

ZHAO Yao

(School of Electrical Engineering and Information, Sichuan University, Chengdu 610065, China. E-mail: zhaoy.scu@163.com)

Abstract: Two most frequently-used control structures for the modified IMC systems have been considered as different and that one of them is superior to the other. However, an intensive research into this problem shows that they are in fact completely equivalent and the obtained equivalence conclusion is most general, no matter which design approach is used, and whether the system is continuous or discrete and the plant is stable or not.

Key words: Unstable plant; Modified IMC; Equivalence of control structure

### 1 引言

内模控制(IMC)具有许多常规控制所没有的优点, 已成为工业控制的重要手段, 引起了国内外的广泛关注<sup>[1,2]</sup>. 但其控制结构在标称情况下属于开环控制, 因此不能直接用于开环不稳定对象的控制.

解决途径通常有两种: 一种是在 IMC 结构下进行控制器设计, 实施时再转换为常规反馈结构<sup>[3]</sup>, 这种设计思路与针对常规反馈结构的传递函数互质分解方法<sup>[4]</sup>并无本质区别; 另一种是在常规内模控制结构中增设反馈环节, 使其与对象构成稳定的局部闭环, 这种方法有时也用于稳定对象, 可以改善控制性能.

附加反馈环节的改进内模控制有两种最常见的形式, 分别如图 1 和图 2 所示. 图中的  $r, u, y$  分别为参考输入、控制量和输出量;  $P, P_m, G, G_m, Q_i (i = 1, 2)$  分别为被控对象、对象模型、广义对象、广义对象模型和内模控制器, 且  $G_m = P_m / (1 + DP_m)$ ,  $D$  是增设的反馈环节, 又称预稳定器.

图 1 的思路是先用  $D$  稳定  $P$ , 再针对广义对象  $G$  按常规 IMC 设计<sup>[3,5,6]</sup>. 在图 2 的结构中, 附加反馈

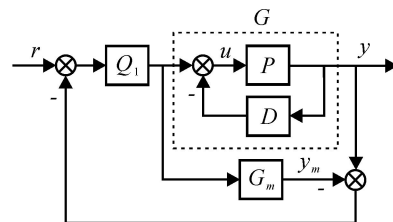


图 1 IMC 改进结构 1

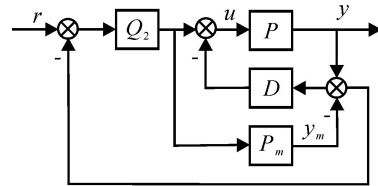


图 2 IMC 改进结构 2

环节  $D$  不仅起到预稳定器的作用, 而且不影响标称情况(模型准确且无扰动)下的输入输出传函, 设计  $Q_2$  会比设计  $Q_1$  显得简单, 因此很多文献都认为结构 2 优于结构 1. 近年的许多研究都采用结构 2, 有的针对不稳定对象, 有的针对稳定对象, 以改善响应性能<sup>[7-11]</sup>.

本文利用频域的互质分解方法<sup>[4]</sup>, 通过对图 1 和图 2 两种 IMC 结构进行深入分析, 证明它们事实

收稿日期: 2006-06-28; 修回日期: 2006-12-01.

作者简介: 赵曜(1956—), 男, 成都人, 教授, 博士, 从事鲁棒控制、预测控制等研究.

上是完全等价的. 得到的等价性结论具有一般性, 无论采用何种设计方法, 无论系统连续或离散, 也无论对象稳定与否都成立, 所得结果还可扩展到带反馈滤波器的二自由度 IMC 系统. 最后从系统分析、设计与实现的角度, 对两种 IMC 结构进行对比分析, 总结了各自的优劣, 提出了不同于传统看法的观点.

### 2 两种改进 IMC 结构的等价性

首先对图 2 进行结构图等价变换, 由图 2 可得图 3, 再由图 3 可得图 4, 其结构与图 1 在形式上是一致的. 因此要证明图 1 与图 2 两种结构等价, 只需证明当  $Q_1$  和  $Q_2$  采用相同的设计方法时, 是否始终有如下关系:

$$Q_1 = Q_2(1 + DP_m). \tag{1}$$

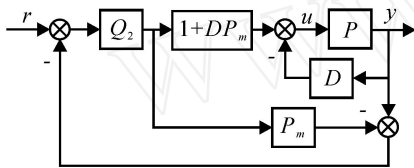


图 3 图 2 的等价变换

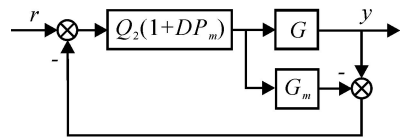


图 4 图 3 的等价变换

频域的传递函数互质分解方法是在有理分式域而不是多项式域进行互质分解, 因此表达形式非常简洁. 以下证明过程也利用该方法, 目的仅是为了简洁, 并非必须.

用  $H$  代表所有稳定的可实现函数, 则  $P_m$  在  $H$  上的互质分解可表示为

$$P_m = n_p / d_p, n_p, d_p \in H. \tag{2}$$

无论对象是否稳定, 图 1 或图 2 中的  $D$  都应当稳定  $P$ , 即  $D$  与  $P$  构成的局部闭环稳定. 设  $D$  的互质分解为

$$D = n_d / d_d, n_d, d_d \in H, \tag{3}$$

则当模型准确时,  $D$  稳定  $P$  的充要条件为  $n_p n_d + d_p d_d$  是单模函数<sup>[4]</sup>, 即  $n_p n_d + d_p d_d \in H^{-1}$ . 该条件等价于

$$n_p n_d + d_p d_d = 1. \tag{4}$$

所有保证稳定的参数化的  $D$  也是由式(4) 导出的, 表达形式简洁的关键也在于此.

将  $d_p$  和  $d_d$  进一步分解为

$$d_p = d_{p1} d_{p2}, d_d = d_{d1} d_{d2}. \tag{5}$$

其中  $d_{p1}$  和  $d_{d1}$  的零点分别为  $d_p$  和  $d_d$  的所有不稳定零点,  $d_{p2}$  和  $d_{d2}$  为单模函数.

$Q_1$  是针对  $G_m$  (稳定函数) 设计的, 要保证稳定

性, 只要求  $Q_1 \in H$ ;  $Q_2$  是针对  $P_m$  (稳定或不稳定) 设计的, 要保证稳定性, 则要求  $Q_2$  的分子包含  $P_m$  和  $D$  的不稳定极点<sup>[11]</sup>, 即

$$Q_2 = d_{p1} d_{d1} Q, Q \in H, \tag{6}$$

其中  $Q$  为待设计参数. 利用式(4) 可得图 4 中等价的内模控制器

$$Q_2(1 + DP_m) = Q(d_{p2} d_{d2}). \tag{7}$$

式(7) 表明, 针对  $P_m$  设计  $Q_2$  等价于针对  $G_m$  设计  $Q(d_{p2} d_{d2})$ , 因为  $d_{p2}$  和  $d_{d2}$  为单模函数, 所以  $Q \in H$  等价于  $Q(d_{p2} d_{d2}) \in H$ . 也就是说, 针对  $P_m$  设计  $Q_2$  与针对  $G_m$  设计  $Q_1$  完全等价, 只要都采用相同的设计方法, 便始终有

$$Q_1 = Q(d_{p2} d_{d2}) = Q_2(1 + DP_m). \tag{8}$$

综上所述, 有以下结论:

**定理 1** 在  $D$  稳定  $P$  的情况下, 只要  $Q_1$  和  $Q_2$  采用相同的设计方法, 则图 1 和图 2 的两种改进 IMC 结构完全等价.

从证明过程可以看出, 无论对象  $P$  稳定与否, 系统离散还是连续, 上述结论都成立; 而且容易验证, 即使 IMC 系统带有反馈滤波器, 即在图 1 和图 2 的误差反馈通道上设置一个用于改善鲁棒性和抗扰性的环节, 上述结论同样成立.

### 3 设计算例

内模控制器最常用的设计方法是零极点相消法, 此外还有  $H_2/H$  优化法、预测控制方法、有限拍控制方法等<sup>[1]</sup>. 下面针对一个不稳定、有纯时滞的离散时间对象, 分别采用零极点相消法和  $H_2$  优化法设计  $Q_1$  和  $Q_2$ , 说明两种改进 IMC 结构的等价性. 为了简便, 定义  $z^{-1}$ .

设控制对象为  $P_m = \frac{z^2}{1-z^2}$ , 其互质分解可取  $n_p = z^2, d_p = 1-z^2$ . 满足 Bezout 等式  $n_p x_p + d_p y_p = 1$  的一组解为  $x_p = 4, y_p = 1+z$ . 由此得到所有稳定  $P_m$  的  $D$  为

$$D = \frac{4 + (1-z^2)q_d}{1+z-z^2q_d}, q_d \in H. \tag{9}$$

选取自由参数  $q_d = -\frac{1}{1-0.5}$ , 则有

$$D = \frac{3}{1+1.5}, G_m = \frac{1+1.5}{1-0.5}. \tag{10}$$

首先采用零极点相消法设计内模控制器. 针对  $G_m$  设计  $Q_1$ , 有  $Q_1 = \frac{1-0.5}{2.5} f$ , 其中  $f$  为调节因子, 一般取一阶滤波形式

$$f = \frac{1-z^{-1}}{1-z^{-1}}, 0 < 1. \tag{11}$$

针对  $P_m$  设计  $Q_2$ , 因为  $Q_2$  的零点必须包含  $P_m$  和  $D$

的不稳定极点, 所以有

$$Q_2 = \frac{(1-2)(1+1.5)}{2.5} f. \quad (12)$$

考虑到

$$1 + DP_m = \frac{1-0.5}{(1+1.5)(1-2)}, \quad (13)$$

则得  $Q_2(1 + DP_m) = Q_1$ . 即两种 IMC 结构等价.

下面采用  $H_2$  优化法, 使跟踪误差  $e = r - y$  的二范数最小化. 设  $r$  为单位阶跃函数, 为保证系统稳态无差,  $Q_1 G_m$  或  $Q_2 P_m$  的稳态增益必须为 1, 所以针对 IMC 改进结构 1, 参数化的  $Q_1$  为<sup>[12]</sup>

$$Q_1 = 0.2 + (1 - ) q_1, q_1 \quad H. \quad (14)$$

则改进结构 1 的跟踪误差函数为

$$e = (1 - Q_1 G_m) r = \frac{1+0.5+0.3^2}{1-0.5} - \frac{1+1.5}{1-0.5} q_1. \quad (15)$$

利用 inner-outer 分解和正交定理<sup>[4]</sup>, 可得

$$e^2 = \frac{1.5+2.5+1.5^2}{2(1+1.5)} + \frac{0.7}{1-0.5} - \frac{1.5+}{1-0.5} q_1. \quad (16)$$

所以最优解为  $q_1 = \frac{0.7}{1.5+}$ . 代入式(14), 得

$$Q_1 = \frac{1-0.5}{1.5+}. \quad (17)$$

针对 IMC 改进结构 2, 系统稳定性要求

$$Q_2 = (1-2)(1+1.5) Q, Q \quad H. \quad (18)$$

所以有

$$Q_2 P_m = Q(1+1.5)^2, \quad (19)$$

相当于针对  $(1+1.5)^2$  设计  $Q$ . 保证系统稳态无差的参数化式为

$$Q = 0.4 + (1 - ) q, q \quad H, \quad (20)$$

跟踪误差函数为

$$e = (1 - Q_2 P_m) r = 1 + + 0.6^2 - (1+1.5)^2 q. \quad (21)$$

利用 inner-outer 分解和正交定理, 得

$$e^2 = \frac{1.5+2.5+1.5^2}{2(1+1.5)} + 0.4 - (1.5 + ) q. \quad (22)$$

所以最优解为  $q = \frac{0.4}{1.5+}$ . 代入式(18) 和(20), 得

$$Q_2 = \frac{(1-2)(1+1.5)}{1.5+}. \quad (23)$$

与式(17)的  $Q_1$  进行比较, 利用式(13) 可得  $Q_2(1 + DP_m) = Q_1$ . 即两种 IMC 结构在采用  $H_2$  优化法设计时同样等价, 而且两种 IMC 结构下跟踪误差的最小范数值也相同, 均为

$$\min e^2 = \frac{1.5+2.5+1.5^2}{2(1+1.5)} = 1.5. \quad (24)$$

当  $Q_1$  和  $Q_2$  采用其他方法, 如有限拍控制法、预测控制法等进行设计时, 结论相同, 两种改进 IMC 结构始终等价. 限于篇幅, 不再赘述.

#### 4 结 语

本文针对两种最常见的改进内模控制系统, 利用频域的互质分解方法证明了它们的等价性, 并通过设计算例, 分别用零极点相消法和  $H_2$  优化法对所得结论进行说明和验证.

对比两种改进 IMC 结构, 从系统分析和设计的角度看, 结构 1 在  $D$  稳定  $P$  的情况下, 内模控制器的设计是针对广义的稳定对象, 与常规 IMC 系统的设计完全一样, 无论是稳定性和稳态性能, 还是鲁棒性和抗扰性, 都有现成的理论可以借用, 包括增设反馈滤波器, 构成二自由度内模控制器等; 而结构 2 则需要研究相关的性能分析与改进问题. 在证明了其等价性的前提下, 二者的区别主要在于控制器设计与实现的难易程度, 单从设计的角度看, 二者区别不大, 各有优劣.

从控制器实现的角度看, 结构 1 更为优越, 因为可以直接按其 IMC 结构实施控制; 而结构 2 则由于内模控制器与对象模型之间发生了不稳定零极点的对消, 必须先转换成常规反馈结构后才能实施控制, 而且转换后的结构显得比较复杂.

最后说明对象有纯时滞的情况. 结构 1 在按连续时间系统进行设计时, 尽管广义对象稳定, 但其分母含有纯滞后环节, 这会增加控制结构的复杂性, 增大实现的难度; 结构 2 在设计  $Q_2$  时虽然没有这一问题, 但实施时要转换成常规反馈结构, 控制器中同样会包含纯滞后环节, 结构也比较复杂, 并不比结构 1 优越. 在广泛采用计算机实施控制的今天, 该问题并不构成障碍.

#### 参考文献(References)

- [1] 赵曜. 内模控制发展综述[J]. 信息与控制, 2000, 29(6): 526-531.  
(Zhao Yao. A survey of development of internal model control[J]. Information and Control, 2000, 29(6): 526-531.)
- [2] 周涌, 陈庆伟, 胡维礼. 内模控制研究的新发展[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(3): 475-482.  
(Zhou Yong, Chen Qing-wei, Hu Wei-li. New developments of research on internal model control[J]. Control Theory and Applications, 2004, 21(3): 475-482.)
- [3] Morari M, Zafiriou E. Robust process control [M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1989.

(下转第 1176 页)

模.通过不敏感损失函数和子空间的划分,改进的 SPFS 同时具有良好的推广能力和精确的预测精度,而且相对于一般的模糊系统模型,改进的 SPFS 的规则数目更少.在保证模型可解释性的基础上,改进的 SPFS 实现了结构风险最小化.

不敏感损失函数的选择对于系统模型的推广能力的影响很大,在数据量相对较少且包含噪声的情况下更加明显.因此从支持向量机理论中借鉴不敏感损失函数的选择,将进一步改善 SPFS 的性能.

#### 参考文献(References)

- [1] Sugeno M, Kang G. Structure identification of fuzzy model[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1988, 28(1): 15-33.
- [2] Iyatomi H, Hagiwara M. Adaptive fuzzy inference neural network[J]. Pattern Recognition, 2004, 37(10): 2049-2057.
- [3] Kukolj D, Levi E. Identification of complex systems based on neural and Takagi-Sugeno fuzzy model [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: Part B, 2004, 34(1): 272-282.
- [4] Vapnik V N. The nature of statistical learning theory [M]. 2nd ed. New York: Springer, 1998.
- [5] 肖建,白裔峰,于龙.模糊系统结构辨识综述[J].西南交通大学学报,2006,41(2):135-142.  
(Xiao Jian, Bai Yi-feng, Yu Long. Overview of fuzzy system structure identification [J]. J of Southwest Jiaotong University, 2006, 41(2): 135-142.)
- [6] 王惠文.偏最小二乘回归方法及其应用[M].北京:国防工业出版社,1999.  
(Wang Hui-wen. Partial least squares method and applications [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1999.)
- [7] 黄敏杰,叶昊,王桂增.基于投影的回归分析方法综述[J].控制理论与应用,2001,18(1):1-6.  
(Huang Min-jie, YE Hao, Wang Gui-zeng. A survey of projection-based regression [J]. Control Theory and Applications, 2001, 18(1): 1-6.)
- [8] 白裔峰,肖建.基于子空间划分的模糊系统模型辨识[J].控制与决策,2006,21(2):135-138.  
(Bai Yi-feng, Xiao Jian. Identification of subspace-partition based fuzzy system model [J]. Control and Decision, 2006, 21(2): 135-138.)
- [9] Smola A J, Scholkopf B. A tutorial on support vector regression[J]. Statistics and Computing, 2004, 14(3): 199-222.
- [10] Chang M W, Lin C J. Leave-one-out bounds for support vector regression model selection[J]. Neural Computation, 2005, 17: 1188-1222.
- [11] Lin C J, Weng R C. Simple probabilistic predictions for support vector regression [R]. Taipei: National Taiwan University, 2004.
- [12] Hathaway Richard J, Bezdek James C. Switching regression models and fuzzy clustering[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1993, 1(3): 195-204.
- [4] Vidyasagar M. Control system synthesis: A factorization approach [M]. Cambridge: MIT Press, 1985.
- [5] Huang H P, Chen C C. Control-system synthesis for open-loop unstable process with time delay[J]. IEE Proc Control Theory and Application, 1997, 144(4): 334-346.
- [6] Lee W S, Mareels I M Y, Anderson B D O. Iterative identification and two steps control design for partially unknown unstable plants[J]. Int J Control, 2001, 74(1): 43-57.
- [7] Zhu H A, Teo C L. An enhanced internal model structure [J]. Control Theory and Advanced Technology, 1995, 10(4): 1115-1127.
- [8] Zhu H A, Hong G S, Teo C L, et al. Internal model control with enhanced robustness [J]. Int J Systems Science, 1995, 26(2): 277-293.
- [9] Astrom KJ, Hang C C, Lim B C. A new Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(2): 343-345.
- [10] Liu T, Cai Y Z, Gu D Y, et al. New modified Smith predictor scheme for integrating and unstable processes with time delay [J]. IEE Proc Control Theory Application, 2005, 152(2): 238-246.
- [11] 朱宏栋,邵惠鹤.基于改进 IMC 的开环不稳定时滞过程控制[J].控制与决策,2005,20(7):727-731.  
(Zhu Hong-dong, Shao Hui-he. Control for open-loop unstable plus dead-time processes based on modified internal model control[J]. Control and Decision, 2005, 20(7): 727-731.)
- [12] 赵曜.内模控制的鲁棒无差跟踪条件[C].1999中国控制与决策学术年会论文集.沈阳:东北大学出版社,1999:252-254.  
(Zhao Yao. Robust tracking conditions for IMC system [C]. Proc of 1999 Chinese Control and Decision Conf. Shenyang: Northeastern University Press, 1999: 252-254.)

(上接第 1172 页)