

文章编号: 1001-0920(2007)10-1103-05

基于支持向量机的一类非线性系统预测控制

张日东, 王树青

(浙江大学 工业控制技术国家重点实验室, 先进控制技术研究所, 杭州 310027)

摘要: 针对一类具有输出反馈耦合的离散非线性系统, 将过程的非线性部分通过支持向量机转化为全局线性状态空间模型, 并在目标函数中引入系统状态的变化, 给出一种类似于离散 PI 最优调节器的新型预测控制器. 该方法不需要在线辨识系统参数, 因为系统的内模已转换成全局离线模型. 由于引入了新的优化目标函数, 该控制器的控制效果和鲁棒性优于仅考虑预测输出误差的传统预测控制器. 仿真结果表明, 它也优于经典离散 PI 最优调节器.

关键词: 非线性系统; 支持向量机; 预测控制; PI 最优调节器

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Predictive control of a class of nonlinear systems based on support vector machine

ZHANG Ri-dong, WANG Shu-qing

(State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China. Correspondent: ZHANG Ri-dong, E-mail: zrd-el@163.com)

Abstract: A predictive control method for a class of discrete nonlinear systems is presented by using support vector machine to change the nonlinear model into a global off-line linear model. The method does not need on-line parameters estimation because the internal model of the system has been transformed into an off-line global model. The structure of the controller is similar to classic PI optimal controller. Its control performance and robustness are more advantageous than traditional predictive control which only considers output errors. Simulation results show it is better than classic PI optimal controller.

Key words: Nonlinear systems; Support vector machine; Predictive control; PI optimal controller

1 引言

模型预测控制(MPC)^[1-4]近年来受到了普遍关注,并在工业过程控制中得到了广泛应用.其中具有代表性的算法之一是广义预测控制(GPC)^[1,2],它是基于一个离散的输入输出线性模型.采用状态空间模型能方便地描述系统的内部状态,并在控制器设计时可以有效地利用这些状态信息,如进行状态反馈,考虑状态约束等.如果状态变量代表一定意义的变量,则对未来变化趋势预报还可给出重要的过程信息.因此,采用状态空间模型开发预测控制算法引起了一些学者的兴趣^[5-7].但目前的状态空间预测控制算法大多针对线性系统,并采用输入输出型目标函数,未能充分利用状态空间设计的优点.

对于非线性系统,由于系统的复杂性和多样性,目前还没有通用的非线性状态空间预测控制方法,

大部分预测控制方法都是针对特定的非线性系统进行设计.

对于一类具有输出反馈耦合的离散非线性系统^[8],目前已提出了各种控制算法,如经典离散 PI 最优控制^[9],状态空间预测控制^[8],扩展状态空间预测控制^[10]等.但这些算法或多或少地存在如下问题:1)经典离散 PI 最优控制没有考虑非线性因素,在需要高精度控制时,控制效果明显较差.仿真显示,系统的输出和控制器的输出振荡都比较严重,动态性能较差.2)为了弥补这一缺陷,文献[8]的状态空间预测控制算法考虑了非线性因素,控制效果优于经典离散 PI 最优控制,但却没有考虑系统内部状态信息,并将模型处理为一种线性化近似模型.仿真表明,该控制系统仍存在系统输出和控制器输出振荡的缺点,动态性能欠佳;3)文献[10]的方法考虑了

收稿日期: 2006-06-19; 修回日期: 2006-08-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60421002).

作者简介: 张日东(1977—),男,辽宁葫芦岛人,博士生,从事预测控制、自适应控制等研究;王树青(1939—),男,浙江仙居人,教授,博士生导师,从事优化控制、先进控制等研究.

系统内部状态并进行加权,有效地抑制了系统的振荡,控制效果进一步改善,但仍利用近似线性模型,不是精确的控制.

PI 型预测控制器^[11] 由于兼具 PID 控制和预测控制二者的优点,控制效果以及鲁棒性要优于单一控制器的情形. 仿真结果也表明,此类控制器能显著改善控制性能^[11], 因此在实际应用中值得推广.

本文针对此类非线性系统,提出一种 PI 型预测控制方法. 该方法首先将非线性模型利用支持向量机处理为等效的全局离线的线性模型,然后在目标函数中引入输出误差的变化,从而导出一种 PI 型的预测控制器. 与文献[8,10]的近似线性化算法相比,本文方法是一种精确的算法. 另一方面,本文方法不需要在线辨识模型参数,从而减小了在线运算负担. 文中采用一个比较通用的目标函数,控制器结构类似于离散 PI 最优调节器. 仿真实例表明,本文方法优于文献[8,10]的方法,适合实际工程应用.

2 非线性系统的模型及其表示

2.1 非线性系统的模型及处理

考虑如下被控系统^[8]:

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d) + \text{KNL}(y(k)), \\ y(k) = \bar{c}\bar{x}(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: k 表示离散时刻, u 表示控制变量, y 表示输出变量, NL 为非线性函数, $\bar{x}(k) = [\bar{x}_1(k), \dots, \bar{x}_n(k)]^T$ 为 k 时刻 $n \times 1$ 维状态向量, \bar{A} 是 $n \times n$ 维系统参数矩阵, \bar{B} 是 $n \times 1$ 维控制系数向量, K 是非线性耦合向量, \bar{c} 是 $1 \times n$ 维观测系数向量, d 是纯滞后.

其中的非线性部分是系统的吸附滑动摩擦特性,通常表现为 $\text{NL}(y(k)) = \arctan(ay(k))$, a 为一常数.

引理 1^[12] 对于非线性系统

$$y(t) = f(Y_t^p, U_t^q, V_t^r) + e(t), \quad (2)$$

其中: $f(\cdot)$ 是未知非线性函数,而

$$Y_t^p = [y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-p)],$$

$$U_t^q = [u(t-1), u(t-2), \dots, u(t-q)],$$

$$V_t^r = [v(t-1), v(t-2), \dots, v(t-r)].$$

可以表示为如下全局 AR 模型:

$$\begin{cases} y(t) = \phi_0(X(t-1)) + \phi_1(X(t-1))X(t-1) + e(t), \\ X(t-1) = [Y_t^p, U_t^q, V_t^r]^T. \end{cases} \quad (3)$$

模型(3)是最初非线性模型(2)的全局线性模型,系数由模型状态 $X(t-1)$ 的函数来表示. 基于引理 1 并考虑到模型(1),引入最小二乘支持向量机^[13],构造模型(1)非线性部分的全局线性模型如下:

$$\text{NL}(y(k)) = \phi_0(y(k)) + \phi_y(y(k))y(k), \quad (4)$$

$$\begin{cases} \phi_0(y(k)) = 0, \\ \phi_y(y(k)) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \exp\left\{-\frac{\|y(k) - y_i(k)\|^2}{2\sigma^2}\right\} + \dots \end{cases} \quad (5)$$

其中: α_i, σ^2 为支持向量机的参数; $y_i(k)$ 为第 i 组训练样本; N 为样本数目.

需要说明的是,全局线性模型(4)的模型参数是 $y(k)$ 的函数,在不同的操作点,将 $y(k)$ 代入式(4)便得到局部线性化模型. 这意味着在 k 时刻,系统的特性由参数 $\phi_y(y(k))$ 决定,而 $\phi_y(y(k))$ 依赖于 k 时刻的操作点 $y(k)$.

2.2 离线辨识算法

参数 $\phi_y(y(k))$ 的辨识是一个非线性参数优化问题^[13]. 由式(4)和(5)可以看出,全局线性模型的系数在每个时刻为 $\phi_y(y(k)) = \text{NL}(y(k))/y(k)$. 因此对于模型(5),测取在整个操作区域的过程数据,并选取 $x_k = y(k) (k = 1, 2, \dots, N)$ 为样本输入集, $d_k = \text{NL}(y(k))/y(k)$ 为输出集. 该参数辨识可转化为典型的支持向量机优化问题^[13]:

目标函数

$$\min_{w, e} J(w, e) = \frac{1}{2} w^T w + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N e_k^2,$$

$$\text{s. t. } d_k = w^T(x_k) + e_k,$$

$$k = 1, 2, \dots, N. \quad (6)$$

其中: $(\cdot) : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^h$, 加权向量 $w \in \mathbf{R}^h$, 误差变量 $e_k \in \mathbf{R}$, 为阈值.

最小化目标函数后,得到

$$\begin{bmatrix} w \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}^T \\ \mathbf{1} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{D} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{D} = [d_1, d_2, \dots, d_N]^T, \quad \mathbf{1} = [1, 2, \dots, N]^T,$$

$$d_{ij} = (x_i)^T(x_j) = K(x_i, x_j),$$

$$\mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T, i, j = 1, 2, \dots, N,$$

\mathbf{I} 是具有适当维数的单位阵.

2.3 最终全局线性模型

取 $\phi_0(y(k)) = 0$, 则式(4)变为

$$\text{NL}(y(k)) = \phi_y(y(k))y(k). \quad (8)$$

由式(8)和(1)可得

$$\begin{aligned} \bar{x}(k+1) &= \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d) + \text{KNL}(y(k)) = \\ &= \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d) + K\phi_y(y(k))y(k) = \\ &= \bar{A}(k)\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d), \\ y(k) &= \bar{c}\bar{x}(k). \end{aligned}$$

其中

$$\bar{A}(k) = \bar{A} + \phi_y(y(k)) \bar{Kc}. \quad (9)$$

于是,该复杂的非线性系统经过本文方法的处理,便成为完全等效的线性系统.其中参数 $\phi_y(y(k))$ 由最小二乘支持向量机模型(5)在每个采样时刻离线给出.

为了便于分析和设计,下面仍采用扩展状态空间法^[10],将 $u(k-1), \dots, u(k-d)$ 都取为状态变量,只将 $u(k)$ 作为输入.这时系统方程变为

$$\begin{cases} x(k+1) = A(k)x(k) + Bu(k), \\ y(k) = cx(k). \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$A(k) = \begin{bmatrix} \bar{A}(k) & \bar{B} & \Omega & \dots & \Omega \\ \Omega & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \ddots & \dots \\ \bar{O} & 0 & \dots & 0 & 1 \\ \bar{O} & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$$x(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-d) \\ u(k-d+1) \\ \dots \\ u(k-1) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \Omega \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$c = [\bar{c} \ 0 \ 0 \ \dots \ 0].$$

对式(10)两边取一阶向后差分,得

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B u(k). \quad (11)$$

设期望输出为 $r(k)$,定义输出误差 $e(k) = y(k) - r(k)$.根据式(10)可得

$$e(k+1) = e(k) + cA x(k) + cB u(k) - r(k+1). \quad (12)$$

定义

$$z(k) = \begin{bmatrix} e(k) \\ x(k) \end{bmatrix} \quad (13)$$

为新的状态变量,可将式(11)和(12)构成一个新的系统

$$z(k+1) = \tilde{A}(k)z(k) + \tilde{B} u(k) + \tilde{c} r(k+1). \quad (14)$$

其中

$$\tilde{A}(k) = \begin{bmatrix} 1 & cA(k) \\ \tilde{O} & A(k) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} cB \\ B \end{bmatrix}, \tilde{c} = \begin{bmatrix} -1 \\ \tilde{O} \end{bmatrix}.$$

\tilde{O} 表示 $(n+d) \times 1$ 维 0 向量.

3 预测控制算法

3.1 目标函数

考虑如下有限时域滚动优化问题:

$$J = \sum_{j=1}^P z^T(k+j) Q_j z(k+j) +$$

$$M \sum_{j=1}^M [u(k+j-1)]^2. \quad (15)$$

未来控制约束为

$$u(k+j) = 0, j = M.$$

其中: P 为优化时域长度, M 为控制时域长度, Q_j 为 $(n+d+1) \times (n+d+1)$ 维对称加权矩阵, j 为控制量加权因子.一般地

$$Q_j = \text{diag}\{q_{j1}, q_{j2}, \dots, q_{j(n+d+1)}, 0, \dots, 0\},$$

$$1 \leq j \leq P. \quad (16)$$

1) 通常取 $q_{j1} = 0$,即目标函数中必须考虑输出误差的影响.状态变化率的影响则需根据要求调节加权因子 $q_{j2}, \dots, q_{j(n+d+1)}$.

2) 当取 $Q_j = 0, j < N_p$ 时(N_p 为某个正常数),表示优化时域的起始时刻为 $k + N_p$.这样可以考虑纯滞后的影响,即可取 $N_p = d + 1$.当取 $N_p = P$ 时,即为单点预测控制.

3) 若取 $Q_j = \text{diag}\{q_{j1}, 0, \dots, 0\}$,则表示只对输出误差加权,性能指标退化为输入输出型.这时该算法即为传统的预测控制算法.

4) 通常情况下,系统的最后一个状态变量 \bar{x}_n 代表过程的输出变量,所以当取 $Q_j = \text{diag}\{q_{j1}, 0, \dots, q_{j(n+d+1)}, 0, \dots, 0\}$ 时,表示不但对输出误差加权,而且对输出误差变化率加权.这时文献[8, 11]的算法则是本文的特例.

3.2 状态预报与控制器设计

根据式(14)可得到未来预报的向量形式

$$Z = Fz(k) + G U + S R. \quad (17)$$

其中

$$Z = [z(k+1), z(k+2), \dots, z(k+P)]^T,$$

$$U = [u(k), u(k+1), \dots, u(k+M-1)]^T,$$

$$R = [r(k+1), r(k+2), \dots, r(k+P)]^T,$$

$$F = [\tilde{A}(k)^T, \tilde{A}^2(k)^T, \dots, \tilde{A}^P(k)^T]^T,$$

$$G = \begin{bmatrix} \tilde{B} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \tilde{A}(k)\tilde{B} & \tilde{B} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ \tilde{A}^{P-1}(k)\tilde{B} & \tilde{A}^{P-2}(k)\tilde{B} & \dots & \tilde{A}^{P-M}(k)\tilde{B} \end{bmatrix},$$

$$S = \begin{bmatrix} \tilde{c} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \tilde{A}(k)\tilde{c} & \tilde{c} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ \tilde{A}^{P-1}(k)\tilde{c} & \tilde{A}^{P-2}(k)\tilde{c} & \dots & \tilde{c} \end{bmatrix}.$$

取目标函数

$$J = Z^T Q Z + U^T L U. \quad (18)$$

其中

$$Q = \text{Block diag}\{Q_1, Q_2, \dots, Q_P\},$$

$$L = \text{diag}\{1, 2, \dots, M\}.$$

令 $\partial J / \partial U = 0$,得到最优控制律

$$U = - (G^T QG + L)^{-1} G^T Q [Fz(k) + S R]. \quad (19)$$

采用滚动优化策略,当前控制增量为

$$u(k) = - (1, 0, \dots, 0) U = -hz(k) - f R. \quad (20)$$

其中

$$h = (1, 0, \dots, 0) (G^T QG + L)^{-1} G^T QF, \\ f = (1, 0, \dots, 0) (G^T QG + L)^{-1} G^T QS.$$

记 $h = (K_e, K_{x_1}, \dots, K_{x_n}, K_d, \dots, K_I)$, $f = (f_1, f_2, \dots, f_p)$. 由式(20)和(13)可得到

$$u(k) = - K_e e(k) - \sum_{j=1}^n K_{x_j} \bar{x}_j(k) - \sum_{j=1}^d K_j u(k-j) - \sum_{j=1}^p f_j r(k+j). \quad (21)$$

对式(21)两边求和并整理得

$$u(k) = - K_e \sum_{j=0}^k e(j) - \sum_{j=1}^n K_{x_j} \bar{x}_j(k) - \sum_{j=1}^d K_j u(k-j) - \sum_{j=1}^p f_j r(k+j). \quad (22)$$

式(21)为增量算式,式(22)为位置算式.由上式可见,控制中包含了输出误差的积分、状态反馈、前 d 步控制的反馈和未来 P 步设定值的前馈.其中积分作用消除静差,状态反馈和前 d 步控制的反馈改善系统的动态性能,未来 P 步设定值的前馈改善系统的跟踪性能.它与经典的离散 PI 控制器类似,但后者没有未来设定值的前馈作用.

现将本文算法归纳如下:

- 1) 读取系统输出 $y(k)$;
- 2) 利用第 2 节的方法重新表示系统;
- 3) 计算系统的预测输出 Z ;
- 4) 用式(20)求取控制量并进行控制;
- 5) 返回到第 1) 步.

4 仿真比较

本节对本文控制器的性能与其他控制器的性能在同等条件下进行仿真比较.在 $t = 0$ 时,设定值阶跃变化;在 $t = 200$ 时,引入幅值为 -10 的阶跃干扰.

取文献[10]中的过程对象,该模型是一个具有纯滞后的开环不稳定的非最小相位系统,其离散状态空间模型为

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_1(k+1) \\ \bar{x}_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1053 & 0 \\ -0.01 & 0.8186 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1(k) \\ \bar{x}_2(k) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.0858 \end{bmatrix} u(k-2) - 2.3 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \arctan(10y(k)), \\ y(k) = \bar{x}_2(k) = [0 \ 1] \begin{bmatrix} \bar{x}_1(k) \\ \bar{x}_2(k) \end{bmatrix}.$$

经典离散 PI 最优调节器的设计方法为^[9]:
取目标函数

$$J = \sum_{k=1} [z^T(k) Tz(k) + (u(k))^2],$$

其中: T 为加权矩阵, z 为加权系数.解得最优控制律 $u(k) = -Kz(k)$,其中 K 为反馈增益向量.

文献[8]的控制参数为: $M = 1, P = 21, N_P = 3, Q_j = \{1, 0, 0, 0, 0\}$.

本文与文献[10]的控制参数相同,均为: $M = 1, P = 21, N_P = 3, Q_j = \{1, 0.0035, 0, 0, 0\}$.

在支持向量机离线辨识时,本文参数选为 $\lambda = 10, \gamma = 10$.一般说,在支持向量机其他参数不变的情况下, λ 取值越小,目标函数(6)中的 γ 取值越大,则辨识精度越高,控制器的控制效果也越好.为使控制器较好地控制该系统, λ 和 γ 可按上述方法选取.

仿真是在引入模型误差的情况下进行的.将过

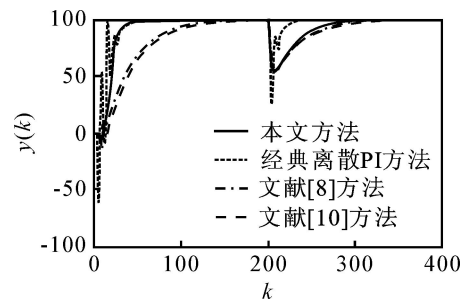


图 1 输出响应

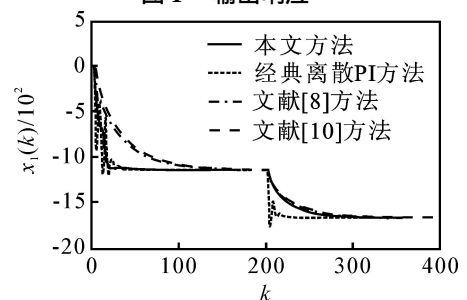


图 2 状态响应

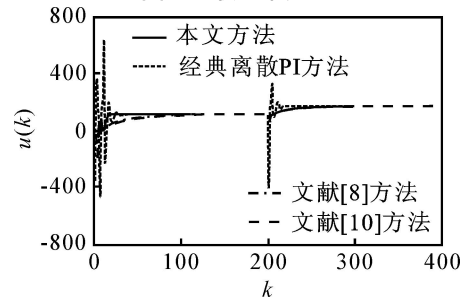


图 3 控制器输出

程的系统矩阵的元素之一 0.818 6 改为 0.838 6, 这将使过程时间常数和增益产生较大的变化。

从图 1 ~ 图 3 可以看出, 经典离散 PI 控制器的输出响应和抗干扰能力虽然快速, 但系统输出和状态振荡比较剧烈, 控制作用也不很平稳, 动态性能较差。文献[8]的方法没有对状态变化率进行加权, 尽管响应速度比文献[10]快些, 但同样没有得到理想的控制效果, 系统输出、状态以及控制作用在开始阶段也出现了较大幅度的振荡, 动态性能仍然欠佳。文献[10]方法与本文方法的响应基本是一致的, 但文献[10]是近似线性化方法, 而本文方法是一种精确的方法, 因此得到了理想的跟踪性能和抗干扰性能, 并且系统输出、状态以及控制作用都比较平滑。

5 结 论

本文针对一类具有输出反馈耦合的离散非线性过程, 将其处理为等价的支持向量机线性模型, 在此基础上设计了类似于离散 PI 最优调节器的新型自适应预测控制器。仿真结果表明, 该方法控制效果优于已有的其他方法, 算法简单有效, 适合实际应用。

参考文献 (References)

- [1] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive control — Part : The basic algorithm[J]. Automatica, 1987, 23(2) : 137-148.
- [2] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive control — Part : Extensions and interpretations[J]. Automatica, 1987, 23(2) : 149-160.
- [3] Garcia C E, Prett D M, Morari M. Model predictive control: Theory and practice — A survey [J]. Automatica, 1989, 25(3) : 335-348.
- [4] Camacho E F, Bordons C. Model predictive control [M]. London: Springer-Verlag, 1999.
- [5] Kraus P, Da B K, Rake H. Model based predictive controller with Kalman filtering for state estimation[C]. Advances in Model Based Predictive Control. Oxford: Oxford University Press, 1994: 69-83.
- [6] Balchen J G, Ljungquist D, Strand S. State-space predictive control [J]. Chemical Engineering Science, 1992, 47(4) : 787-807.
- [7] 袁璞, 左信, 郑海涛. 状态反馈预估控制[J]. 自动化学报, 1993, 19(5) : 569-577.
(Yuan Pu, Zuo Xin, Zheng Hai-tao. State variable feedback predictive control[J]. Acta Automatica Sinica, 1993, 19(5) : 569-577.)
- [8] Rau M, Schroder D. Model predictive control with nonlinear state space models[C]. IEEE Int Workshop on Advanced Motion Control. Slovenia, 2002: 136-141.
- [9] 孙增圻. 计算机控制理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1989.
(Sun Zeng-qi. Computer control theory and applications [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1989.)
- [10] 张日东, 王树青, 李平. 一类非线性系统的扩展状态空间预测控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(7) : 807-810.
(Zhang Ri-dong, Wang Shu-qing, Li Ping. Extended state space predictive control for a class of nonlinear systems[J]. Control and Decision, 2005, 20(7) : 807-810.)
- [11] 陈增强, 车海平, 袁著祉. 具有比例积分结构的广义预测自校正控制器[J]. 控制与决策, 1994, 9(2) : 105-110.
(Chen Zeng-qiang, Che Hai-ping, Yuan Zhu-zhi. A generalized predictive self-tuning controller with proportion and integration structure [J]. Control and Decision, 1994, 9(2) : 105-110.)
- [12] Peng H, Ozaki T, Toyoda Y, et al. Nonlinear predictive control based on a global model identified off-line [C]. Proc of the American Control Conf. Anchorage, 2002: 8-10.
- [13] Suykens J A K, Vandewalle J. Least square support vector machine classifiers [J]. Neural Processing Letters, 1999, 9(3) : 293-300.