第 22 卷 第 11 期 控 制 与 决 策 2007 年 11 月
Vol. 22 No. 11 Control and Decision Nov. 2007

文章编号: 1001-0920(2007)11-1269-05

不确定离散切换系统具有极点约束的保性能控制

张 颖, 段广仁
(哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 哈尔滨 150001)

摘 要: 对一类含有范数有界不确定性的离散切换系统和一个二次型性能指标, 研究其具有闭环极点约束的鲁棒状态反馈保性能控制问题. 利用二次 Lyapunov 函数方法和线性矩阵不等式技术, 给出了鲁棒保性能控制器存在的一个充分条件,在所构造切换规则下,闭环系统二次 D 稳定,且满足给定的性能指标. 在此基础上, 将次优保性能控制器设计问题转化为一组线性矩阵不等式约束下的凸优化问题. 数值例子说明了所提方法的有效性.

关键词: 切换系统; 保性能控制; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Guaranteed cost control with pole constraints for uncertain discrete-time switched systems

ZHANG Ying, DUAN Guang-ren
(Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China. Correspondent: DUAN Guang-ren, E-mail: g.r.duan@hit.edu.cn)

Abstract: For a class of discrete-time switched systems with norm-bounded uncertainties and a quadratic cost index, the problem of designing a guaranteed cost state feedback controller with pole constraints is considered. A sufficient condition for the existence of robust guaranteed controllers is derived by using a quadratic Lyapunov function approach and linear matrix inequality technique. Based on a constructed switching law, the closed-loop system is quadratic D-stable and the closed-loop cost function value is not more than a specified upper bound. Furthermore, the design problem of the suboptimal guaranteed cost controller is turned into a convex optimization problem with linear matrix inequalities constraints. A numerical example shows the effect of the proposed design approach.

Key words: Switched systmes; Guaranteed cost control; LMI

1 引 言

近年来,关于切换系统和切换控制的研究受到越来越多的关注. 切换系统是混合动态系统中的一种类型,它由若干个子系统及一个切换规律构成,切换规律确定在某一时刻所切换的子系统. 很多实际物理过程和系统都可用切换系统建模,如化工过程、计算机控制系统、切换电路等. 在切换系统的研究中,切换系统稳定性分析和设计是研究最为集中的问题[1-3]. 虽然关于切换系统的研究目前已取得了大量成果[1-8],但是较少有文章考虑不确定性的影响. 这方面研究工作重点之一在于如何设计不依赖于系统不确定性的切换规律,且能够保证系统稳定性和其他性能要求. 文献[9]考虑了不确定离散切换系统鲁棒 H_∞ 控制问题,构造了与系统不确定性无关的切换规律.

在关于切换系统的实际控制问题中,为达到满意的控制效果,不仅要使控制系统具有好的稳态性能,同时也要使控制系统动态性能满足一定的要求,如尽可能短的调节时间、小的超调等. 这些过渡过程性能的要求可通过将闭环系统极点配置在复平面上的特定区域中来达到. 为此,结合闭环系统动态性能的考虑,文献[10]利用一般系统区域极点配置方法[11],研究了将所有闭环子系统极点约束在一个给定圆盘中的不确定切换系统控制问题,并考虑当控制器受结构约束的情形.

本文利用二次 Lyapunov 函数方法,研究一类

收稿日期: 2006-05-22; **修回日期**: 2007-01-17.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60474015); 长江学者和创新团队发展计划项目.
作者简介: 张颖(1977—),女,长春人,博士生,从事切换系统鲁棒控制的研究; 段广仁(1962—),男,黑龙江桦川人,教授,博士生导师,从事特征结构配置、广义系统等方面的研究.

不确定离散切换系统具有闭环极点约束的鲁棒保性能控制问题,构造不依赖于系统不确定性的切换规律,给出控制器存在的充分条件和控制器参数化形式.

2 问题描述

考虑下述含有不确定性的离散切换系统:

$$x(t+1) = (A_{\sigma(x,t)} + \Delta A_{\sigma(x,t)})x(t) + (B_{\sigma(x,t)} + \Delta B_{\sigma(x,t)})u(t). \quad (1)$$

其中:$x(t) \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量,$u(t) \in \mathbf{R}^m$ 为控制输入,$y(t) \in \mathbf{R}^q$ 为系统输出,$\sigma(x,t)$ 为切换信号,且在有限集 $\overline{N} = \{1,2,\cdots,N\}$ 中取值,$N > 1$ 为子系统个数,$\sigma(x,t) = i$ 意味着第 i 个子系统被激活. 系统初值为 x_0,$A_i, B_i, C_i (i \in \overline{N})$ 为相应维数的已知矩阵,$\Delta A_i, \Delta B_i$ 为系统的不确定项,且满足

$$[\Delta A_i \quad \Delta B_i] = D_i F_i [E_{ai} \quad E_{bi}]. \quad (2)$$

其中:$D_i, E_{ai}, E_{bi} (i \in \overline{N})$ 为已知矩阵;$F_i (i \in \overline{N})$ 为不确定矩阵,满足

$$F_i^{\mathrm{T}} F_i \leq I. \quad (3)$$

对于系统(1),设计状态反馈控制律

$$u(t) = K_{\sigma(x,t)} x(t). \quad (4)$$

应用控制律(4)于系统(1),得到闭环系统

$$x(t+1) = (A_{\sigma(x,t)} + \Delta A_{\sigma(x,t)} + B_{\sigma(x,t)} K_{\sigma(x,t)} + \Delta B_{\sigma(x,t)} K_{\sigma(x,t)}) x(t). \quad (5)$$

定义如下的性能指标函数

$$J = \sum_{t=0}^{\infty} (x^{\mathrm{T}}(t) Q_{\sigma(x,t)} x(t) + u^{\mathrm{T}}(t) R_{\sigma(x,t)} u(t)), \quad (6)$$

其中加权矩阵 $Q_{\sigma(x,t)}, R_{\sigma(x,t)}, \sigma(x,t) \in \overline{N}$ 为给定的对称正定矩阵.

对于切换系统(1),考虑复平面上中心在 $-\alpha + \mathrm{j}0$,半径为 r 的圆盘 $D(\alpha, r)$,满足 $-1 + r < \alpha < 1 - r$,以保证切换系统每个极点均位于单位圆内的圆盘 $D(\alpha, r)$ 中. 由文献[10]知,要解决极点约束问题,只需在稳定性分析条件中以矩阵 $(A + \alpha I)/r$ 取代系统矩阵 A 即可. 因此有下面的定义:

定义 1 考虑系统(1)和给定的圆盘 $D(\alpha, r)$,如果存在对称正定矩阵 P,使得对于所有满足式(3)的不确定矩阵 F_i,有

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & (A_i + D_i F_i E_{ai} + \alpha I)/r \\ (A_i + D_i F_i E_{ai} + \alpha I)^{\mathrm{T}}/r & -P \end{bmatrix} < 0,$$

则系统(1)是二次 D-稳定的.

二次 D-稳定性不仅保证系统是二次稳定的,而且保证对所有允许的不确定性,系统极点均在给定圆盘 $D(\alpha, r)$ 中.

定义 2 考虑不确定离散切换系统(1),对于给定的圆盘 $D(\alpha, r)$ 和性能函数(6),如果存在形如式(4)的状态反馈控制律 $u^*(t)$,适当的切换规律 $\sigma(x,t)$ 和正的标量 J^*,使得对于所有允许的不确定性,相应的闭环系统(5)二次 D-稳定,并且性能函数(6)满足 $J \leq J^*$,则 J^* 被称为系统(1)的保性能值,控制律 $u^*(t)$ 被称为系统(1)的具有闭环极点约束的状态反馈保性能控制器.

基于上述准备工作,本文要解决的问题可描述如下:考虑含有范数有界不确定性的离散切换系统(1),对于给定的圆盘 $D(\alpha, r)$ 和性能函数(6),设计具有闭环极点约束的状态反馈保性能控制器(4)和相应的切换规则 $\sigma(x,t)$,并求解次优保性能控制问题.

3 主要结果

为得到本文主要结果,先给出如下引理:

引理 1[9] 给定适当维数的矩阵 A, E, F,如果存在对称正定矩阵 P 和常数 $\eta > 0$ 满足

$$\eta^{-1} I - E^{\mathrm{T}} P E > 0, \quad (7)$$

则对于所有满足 $\Gamma^{\mathrm{T}} \Gamma \leq I$ 的矩阵 Γ,均有下式成立:

$$(A + E\Gamma F)^{\mathrm{T}} P (A + E\Gamma F) \leq A^{\mathrm{T}} (P^{-1} - \eta E E^{\mathrm{T}})^{-1} A + \eta^{-1} F^{\mathrm{T}} F. \quad (8)$$

引理 2 考虑给定的圆盘 $D(\alpha, r)$,系统(1)和性能指标函数(6),如果对于所有满足式(3)的不确定矩阵 $F_i (i \in \overline{N})$ 存在对称正定矩阵 P,矩阵 $K_i (i \in \overline{N})$ 和切换规律 $\sigma(x,t)$,满足

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & \Phi \\ \Phi^{\mathrm{T}} & -P + Q_{\sigma(x,t)} + K_{\sigma(x,t)}^{\mathrm{T}} R_{\sigma(x,t)} K_{\sigma(x,t)} \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

其中

$$\Phi = (A_{\sigma(x,t)} + B_{\sigma(x,t)} K_{\sigma(x,t)} + D_{\sigma(x,t)} F_{\sigma(x,t)} (E_{a\sigma(x,t)} + E_{b\sigma(x,t)} K_{\sigma(x,t)}) + \alpha I)/r,$$

则系统(1)具有闭环极点约束的状态反馈保性能控制问题有解,状态反馈控制律可由式(4)给出,保性能指标满足

$$J \leq x_0^{\mathrm{T}} \frac{P}{r^2} x_0.$$

证明 考虑如下的正定函数作为闭环系统(5)的 Lyapunov 函数:

$$V(x(t)) = x^{\mathrm{T}}(t) P x(t),$$

其中 P 是对称正定矩阵. 类似文献[12]中定理 1 的证明过程,易得该引理. □

引理 3 给定圆盘 $D(\alpha, r)$ 和一组常数 $\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_N > 0$,如下描述等价:

1) 存在对称正定矩阵 P,矩阵 $K_1, K_2, \cdots, K_N$ 和常数 $\eta > 0$ 满足

$$\eta^{-1} I - D_i^{\mathrm{T}} P D_i > 0, \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\beta_i[(\hat{A}_i+\alpha I)^{\mathrm T}(P^{-1}-\eta D_iD_i^{\mathrm T})^{-1}(\hat{A}_i+\alpha I)+\eta^{-1}\hat{E}_{ai}\hat{E}_{ai}^{\mathrm T}-r^2P+r^2Q_i+r^2K_i^{\mathrm T}R_iK_i]<0. \tag{11}$$

其中: $\hat{A}_i=A_i+B_iK_i$, $\hat{E}_{ai}=E_{ai}+E_{bi}K_i$.

2) 存在对称正定矩阵 X, 矩阵 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_N$ 和常数 $\eta>0$, 满足下述线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix}
-r^2\sum_{i=1}^{N}\beta_iX & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\
M_1 & X_1 & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\
\cdots & \cdots & \ddots & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\
M_N & 0 & \cdots & X_N & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\
X & 0 & \cdots & 0 & \Theta_1 & * & * & * & * & * & * & * & * \\
\cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots & \ddots & * & * & * & * & * & * & * \\
X & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \Theta_N & * & * & * & * & * & * \\
Y_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & -r^{-2}R_1^{-1} & * & * & * & * & * \\
\cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots & \ddots & * & * & * & * \\
Y_N & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & -r^{-2}R_N^{-1} & * & * & * \\
N_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & -\eta I & * & * \\
\cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots & \ddots & * \\
N_N & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & -\eta I
\end{bmatrix}<0. \tag{12}$$

其中

$$M_i=\sqrt{\beta_i}A_iX+B_iY_i+\alpha\sqrt{\beta_i}X,$$
$$N_i=\sqrt{\beta_i}E_{ai}X+E_{bi}Y_i,$$
$$X_i=-X+\eta D_iD_i^{\mathrm T},$$
$$\Theta_i=-r^{-2}\beta_i^{-1}Q_i^{-1},\ i\in\overline{N}.$$

如果条件 2) 有可行解, 则状态反馈增益阵可由下式给出:

$$K_i=\frac{1}{\sqrt{\beta_i}}Y_iX^{-1},\ i\in\overline{N}.$$

证明　由矩阵的 Schur 补性质, 不等式(10) 等价于 $P^{-1}-\eta D_iD_i^{\mathrm T}>0$, 因此 $P^{-1}-\eta D_iD_i^{\mathrm T}$ 可逆.

记

$$\overline{A}=\begin{bmatrix}\sqrt{\beta_1}(A_1+B_1K_1+\alpha I)\\ \cdots \\ \sqrt{\beta_N}(A_N+B_NK_N+\alpha I)\end{bmatrix},$$

$$\overline{K}=\begin{bmatrix}\sqrt{\beta_1}K_1\\ \cdots\\ \sqrt{\beta_N}K_N\end{bmatrix},\ \overline{E}=\begin{bmatrix}\sqrt{\beta_1}(E_{a1}+E_{b1}K_1)\\ \cdots\\ \sqrt{\beta_N}(E_{aN}+E_{bN}K_N)\end{bmatrix},$$

$$\overline{P}=\mathrm{diag}(P,\cdots,P),\ \overline{D}=\mathrm{diag}(D_1,\cdots,D_N),$$
$$\overline{R}=\mathrm{diag}(R_1,\cdots,R_N),$$

则不等式(11) 等价于

$$\overline{A}^{\mathrm T}(\overline{P}^{-1}-\eta\overline{D}\overline{D}^{\mathrm T})^{-1}\overline{A}+\eta^{-1}\overline{E}^{\mathrm T}\overline{E}-r^2\sum_{i=1}^{N}\beta_iP+r^2\sum_{i=1}^{N}\beta_iQ_i+r^2\overline{K}^{\mathrm T}\overline{P}\overline{K}<0. \tag{13}$$

根据 Schur 补性质, 上式等价于

$$\begin{bmatrix}
-r^2\sum_{i=1}^{N}\beta_iP+r^2\sum_{i=1}^{N}\beta_iQ_i & \overline{A}^{\mathrm T} & \overline{K}^{\mathrm T} & \overline{E}^{\mathrm T}\\
\overline{A} & -\overline{P}^{-1}+\eta\overline{D}\overline{D}^{\mathrm T} & 0 & 0\\
\overline{K} & 0 & -r^{-2}\overline{R}^{-1} & 0\\
\overline{E} & 0 & 0 & -\eta I
\end{bmatrix}<0. \tag{14}$$

对式(14) 左右两端同时乘以矩阵 $\mathrm{diag}(P^{-1},\underbrace{I,\cdots,I}_{N个},\underbrace{I,\cdots,I}_{N个},\underbrace{I,\cdots,I}_{N个})$, 令 $P^{-1}=X$, $Y_i=\sqrt{\beta_i}K_iX$, 再次应用 Schur 补引理即可得到线性矩阵不等式(12). □

下面给出具有闭环极点约束的状态反馈保性能控制问题可解的充分条件.

定理 1　考虑离散切换系统(1) 和性能指标函数(6), 对于所有允许的不确定性, 给定圆盘 $D(\alpha,r)$ 和一组常数 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_N>0$, 如果存在对称正定矩阵 X, 矩阵 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_N$ 和常数 $\eta>0$, 满足线性矩阵不等式(12), 则具有闭环极点约束的状态反馈保性能控制问题有解. 相应的切换规律为

$$\sigma(x,t)=\arg\min_{i\in\overline{N}}\{x^{\mathrm T}(t)[(\hat{A}_i+\alpha I)^{\mathrm T}(P^{-1}-\eta D_iD_i^{\mathrm T})^{-1}(\hat{A}_i+\alpha I)+\eta^{-1}\hat{E}_{ai}\hat{E}_{ai}^{\mathrm T}-r^2P+r^2Q_i+r^2K_i^{\mathrm T}R_iK_i]x(t)\}. \tag{15}$$

其中:

$$\hat{A}_i=A_i+B_iK_i,\ \hat{E}_{ai}=E_{ai}+E_{bi}K_i.$$

状态反馈增益阵由下式给出:

$$K_i = \frac{1}{\sqrt{\beta_i}} Y_i X^{-1},\ i \in \overline{N}. \tag{16}$$

相应的闭环保性能值为

$$J^* = x_0^{\mathrm{T}} X^{-1} x_0. \tag{17}$$

证明　由引理 3 可知,线性矩阵不等式条件(12) 等价于

$$\sum_{i=1}^{N} \beta_i [(\hat{A}_i + \alpha I)^{\mathrm{T}} (P^{-1} - \eta D_i D_i^{\mathrm{T}})^{-1} (\hat{A}_i + \alpha I) + \eta^{-1} \hat{E}_{ai} \hat{E}_{ai}^{\mathrm{T}} - r^2 P + r^2 Q_i + r^2 K_i^{\mathrm{T}} R_i K_i] < 0,$$

其中 $P = X^{-1}$, X 为满足不等式(12) 的对称正定矩阵,因此对于任意非零 $x(t) \in \mathrm{R}^n$,有

$$\sum_{i=1}^{N} \beta_i \min_{i \in \overline{N}} \{ x^{\mathrm{T}}(t) [(\hat{A}_i + \alpha I)^{\mathrm{T}} (P^{-1} - \eta D_i D_i^{\mathrm{T}})^{-1} (\hat{A}_i + \alpha I) + \eta^{-1} \hat{E}_{ai} \hat{E}_{ai}^{\mathrm{T}} - r^2 (P - Q_i - K_i^{\mathrm{T}} R_i K_i)] x(t) \} \leqslant$$
$$\sum_{i=1}^{N} \beta_i \{ x^{\mathrm{T}}(t) [(\hat{A}_i + \alpha I)^{\mathrm{T}} (P^{-1} - \eta D_i D_i^{\mathrm{T}})^{-1} (\hat{A}_i + \alpha I) + \eta^{-1} \hat{E}_{ai} \hat{E}_{ai}^{\mathrm{T}} - r^2 (P - Q_i - K_i^{\mathrm{T}} R_i K_i)] x(t) \} < 0. \tag{18}$$

为叙述方便,在以下证明过程中用 σ 代替切换规律 $\sigma(x, t)$. 在切换规律(15) 作用下,易得

$$(\hat{A}_\sigma + \alpha I)^{\mathrm{T}} (P^{-1} - \eta D_\sigma D_\sigma^{\mathrm{T}})^{-1} (\hat{A}_\sigma + \alpha I) + \eta^{-1} \hat{E}_{a\sigma} \hat{E}_{a\sigma}^{\mathrm{T}} - r^2 (P - Q_\sigma - K_\sigma^{\mathrm{T}} R_\sigma K_\sigma) < 0. \tag{19}$$

其中

$$\hat{A}_\sigma = A_\sigma + B_\sigma K_\sigma,\ \hat{E}_{a\sigma} = E_{a\sigma} + E_{b\sigma} K_\sigma.$$

由引理 1,有

$$(\hat{A}_\sigma + D_\sigma F_\sigma \hat{E}_{a\sigma} + \alpha I)^{\mathrm{T}} \times P(\hat{A}_\sigma + D_\sigma F_\sigma \hat{E}_{a\sigma} + \alpha I) \leqslant (\hat{A}_\sigma + \alpha I)^{\mathrm{T}} (P^{-1} - \eta D_\sigma D_\sigma^{\mathrm{T}})^{-1} \times (\hat{A}_\sigma + \alpha I) + \eta^{-1} \hat{E}_{a\sigma} \hat{E}_{a\sigma}^{\mathrm{T}},$$

因此

$$(\hat{A}_\sigma + D_\sigma F_\sigma \hat{E}_{a\sigma} + \alpha I)^{\mathrm{T}} P(\hat{A}_\sigma + D_\sigma F_\sigma \hat{E}_{a\sigma} + \alpha I) - r^2 (P - Q_\sigma - K_\sigma^{\mathrm{T}} R_\sigma K_\sigma) < 0. \tag{20}$$

另一方面,由矩阵的 Schur 补引理可知,式(20) 等价于式(9),显然上述过程即由式(12) 得到式(9). 因此,由引理 2 可知,如果线性矩阵不等式(12) 有可行解 $X, Y_1, \cdots, Y_N, \eta$,则存在形如式(4) 的具有闭环极点约束的状态反馈保性能控制器,即在切换规律(15) 作用下,闭环保性能值可由式(17) 给出,状态反馈增益阵由式(16) 给出. □

类似文献[13, 14],以下定理将上述保性能控制问题转化为一类凸优化问题.

定理 2　对于系统(1) 与性能函数(6),设系统初值 x_0 已知,如果下面的优化问题:

$$\min_{X, Y_1, \cdots, Y_N, \eta} \alpha,$$
$$\text{s.t. } 1)\ \mathrm{LMI}(12),$$
$$2)\ \begin{bmatrix} -\alpha & x_0^{\mathrm{T}} \\ x_0 & -X \end{bmatrix} < 0,$$
$$3)\ \eta > 0 \tag{21}$$

有解 $X, Y_1, \cdots, Y_N, \eta, \alpha$,则具有闭环极点约束的状态反馈保性能控制问题有解. 即在切换规律(15) 作用下,形如式(4) 的状态反馈控制律为系统(1) 具有闭环极点约束的保性能控制器,增益矩阵由式(16) 给出,相应的闭环保性能值可表示为式(17).

证明　根据定理 1,由优化问题的解设计的控制律是系统(1) 的具有闭环极点约束的鲁棒状态反馈保性能控制律. 另一方面, 由 Schur 补性质, $x_0^{\mathrm{T}} X^{-1} x_0 < \alpha$ 等价于条件 2). 由上面的分析可知 $J^* < \alpha$,所以将次优保性能控制问题转化为优化问题(21). □

4　数值仿真

考虑含有不确定性的离散切换系统(1) 与性能函数(6),取 $N = 2$,系数矩阵如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.75 & -0.6 & 0 \\ 0 & -1.65 & 0 \\ 0.2 & 0 & -1.65 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},\ D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.4 \\ 0.2 & 0 & 0.6 \end{bmatrix},$$

$$E_{a1} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0.4 & 0 \end{bmatrix},\ E_{b1} = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.4 \\ 0 & 0.5 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.25 & -4.25 & -1 \\ 0 & -0.5 & -2.5 \\ 0 & -0.75 & -0.25 \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.4 \\ 0.2 & 0.7 & 0 \end{bmatrix},\ E_{b2} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.24 \\ 0.4 & 0.16 \end{bmatrix},$$

$$E_{a2} = \begin{bmatrix} -0.1 & -0.3 & -0.6 \\ 0 & -0.2 & 0 \\ -0.4 & 0 & -0.3 \end{bmatrix}.$$

加权矩阵取为 $Q_1 = Q_2 = 0.3I$, $R_1 = R_2 = I$. 取常数 $\beta_1 = \beta_2 = 0.5$, 系统初始状态为 $x_0 = [1\ \ 0\ \ -1]^{\mathrm{T}}$.

求解系统具有闭环极点约束的状态反馈保性能控制问题. 给定圆盘 $D(0.4, 0.6)$,预设计一个形如式(4) 的具有闭环极点约束的状态反馈保性能控制

器和相应切换规则 $\sigma(x,t)$,并求解次优保性能控制问题.

应用定理 2 ,利用 Matlab LMI 工具箱解优化问题(21) ,可得

$$X=\begin{bmatrix}0.3699 & 0.0427 & 0.1740\\ 0.0427 & 0.1521 & -0.0308\\ 0.1740 & -0.0308 & 0.2293\end{bmatrix},$$

$$Y_1=\begin{bmatrix}0.0094 & 0.0600 & -0.0022\\ -0.1212 & 0.0028 & -0.1081\end{bmatrix},$$

$$Y_2=\begin{bmatrix}0.1052 & 0.0160 & 0.1213\\ -0.0070 & 0.1370 & -0.0427\end{bmatrix},$$

$\eta = 0.1539$.

进一步由式(16) 得到 2 个子系统的次优保性能控制器增益分别为

$$K_1=\begin{bmatrix}-0.1060 & 0.6179 & 0.1500\\ -0.2301 & -0.0096 & -0.4935\end{bmatrix},$$

$$K_2=\begin{bmatrix}-0.0088 & 0.3124 & 0.7969\\ -0.2249 & 1.3550 & 0.0892\end{bmatrix}.$$

相应的次优保性能值为 $J^* = 20.3628$.

设不确定矩阵 $F_i = \delta_i I$,满足 $|\delta_i| \leq 1$, $i = 1,2$. 闭环系统极点分布如图 1 所示,由切换规律(15) 得到系统的切换规则如图 2 所示,闭环系统状态轨迹如图 3 所示.

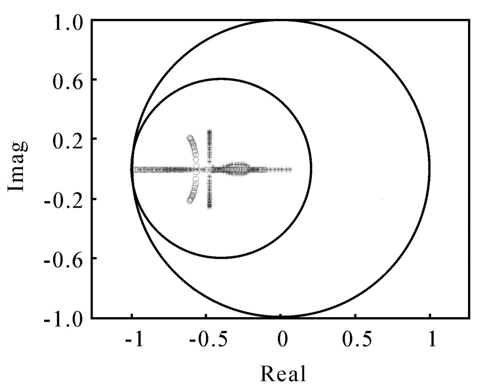

图 1　闭环系统极点分布图

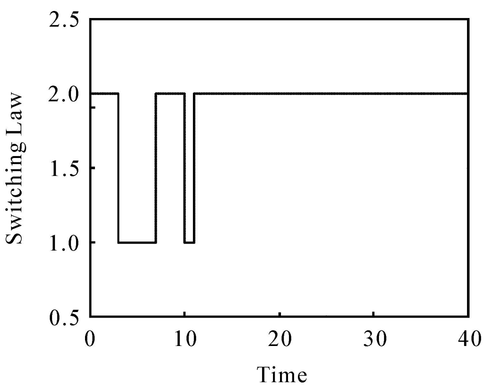

图 2　切换规则

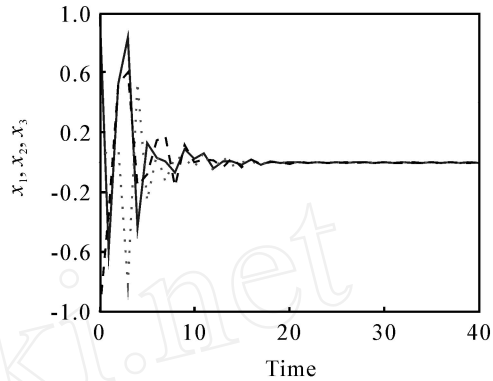

图 3　闭环系统状态轨迹

5　结　　语

本文考虑一类不确定离散切换系统具有闭环极点约束的鲁棒保性能控制问题,所考虑的不确定性为范数有界不确定性. 利用二次 Lyapunov 函数方法,成功地构造出了与系统不确定性无关的切换规则,并给出了具有闭环极点约束的保性能控制器存在条件和控制器形式. 所给的控制器和切换规律设计方法,使得闭环系统所有极点均位于复平面上给定区域,进而可保证其他系统性能要求. 文中结论以线性矩阵不等式形式给出, 可通过 Matlab LMI 工具箱求解.

参考文献(References)

[1] Xie D M, Wang L, Hao F, et al. Robust stability analysis and control synthesis for discrete-time uncertain switched systems[C]. Proc of the 42nd IEEE Conf on Decision and Control. Maui: Institute of Electrical Electronics Engineers Inc, 2003: 4812-4817.

[2] Zhai G S, Hu B, Yasuda K, et al. Stability analysis of switched systems with stable and unstable subsystem: An average dwell time approach[J]. Int J of Systems Science, 2002, 32(8): 1055-1061.

[3] Liberzon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems [J]. Control Systems Magazine,1999,19(5): 59-70.

[4] 王泽宁, 费树岷, 冯纯伯. 一类开关切换系统的输出反馈镇定[J]. 控制与决策, 2003, 18(2): 169-176.
(Wang Ze-ning, Fei Shu-min, Feng Chun-bo. Output feedback stabilization for a class of switching systems [J]. Control and Decision, 2003, 18(2): 169-176.)

[5] Daafouz J, Riedinger P, Iung C. Stability analysis and control synthesis for switched systems: A switched Lyapunov function approach [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1883-1887.

(下转第 1279 页)

状态时滞系统鲁棒故障诊断[J]. 信息与控制, 2005, 34(1): 163-166.
(Bai Lei-shi, Tian Zuo-hua, Shi Song-jiao, et al. Fault diagnosis for uncertainty time-delay system based on H_∞ filter[J]. Information and Control, 2005, 34(1): 163-166.)

[4] You Fu-qiang, Tian Zuo-hua, Shi Song-jiao. Actuator fault diagnosis of a class of time-delay systems[C]. Proc of the 5th IFAC World Congress. Hangzhou, 2004: 1798-1802.

[5] Bin Jiang, Marcel Starowiecki, Vincent Cocquempot. Fault identification for a class of time-delay systems[C]. Proc of the American Control Conf. Anchorage, 2002: 2239-2244.

[6] Liu Ai-lun, Chen Yong-yun, Yu Jin-shou. Sensor fault diagnosis in nonlinear and time-delay systems with uncertainties[C]. Proc of the 5th IFAC World Congress. Hangzhou, 2004: 1703-1706.

[7] Arun T Vemuri. Sensor bias fault diagnosis in a class of nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001,46(6): 949-954.

[8] Marios M Polycarpou, Alexander B Trunov. Learning approach to fault diagnosis: Ddelectability analysis[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000,45(4): 806-812.

[9] Arun T Vemuri, Marios M Polycarpou, Amt R Ciric. Fault diagnosis: Of differential-algebraic systems[J]. IEEE Trans on System, Man and Cybernetics, 2001, 31(2): 143-152.

[10] Zhang Xiao-dong, Marios M Polycarpou, Thomas Parisnin. A robust detection and isolation scheme for abrupt and incipient faults in nonlinear systems[J]. IEEE Trans on System, Man and Cybernetics, 2001, 31(2): 143-152.

[11] Mahmoud M S, Zribim. H_∞-controller for time-delay systems using linear matrix inequalities[J]. J of Optimization Theory and Applications, 1999,100(1): 89-122.

[12] 俞立. 鲁棒控制线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(Yu Li. Robust control-LMI method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

[13] Ding S X, Ding E L, Jeinsch T. An approach to analysis and design of observer and parity relation based FDI systems[C]. Proc of the 14th IFAC World Congress. Beijing, 1999: 37-42.

[14] Wang H, Lam J. An optimization approach to design robust fault detection observers[C]. The 3rd Asia Control Conf. Shanghai, 2000: 3052-3056.

[15] Frank P M. Enhancement of robustness in observer based fault detection[J]. Int J of Control, 1994, 59(4): 955-981.

[16] Patton R J, Hou M. On sensitivity of robust fault detection observers[C]. Proc of 14th IFAC World Congress Conf. Beijing, 1999: 67-72.

[17] Kim J H, Park H B. H_∞ state feedback control for generalized continuous/discrete time-delay system[J]. Automatica, 1999,35(6): 1443-1451.

[18] Wang Y, Xie L, De Souza. Robust control of a class of uncertain nonlinear systems[J]. System Control Letter, 1992, 19(12): 139-149.

(上接第 1273 页)

[6] 孙洪飞, 赵军, 高晓东. 带有时滞摄动的线性切换系统的稳定性[J]. 控制与决策, 2002, 17(4): 431-434.
(Sun Hong-fei, Zhao Jun, Gao Xiao-dong. Stability of linear switched systems with delayed perturbations[J]. Control and Decision, 2002, 17(4): 431-434.)

[7] Zhai G S, Liu D R, Imae J, et al. Lie algebraic stability analysis for switched systems with continuous-time and discrete-time subsystems[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems II-Express Briefs,2006,53(2): 152-156.

[8] Ji Z J, Wang L, Xie G M. Quadratic stabilization of switched systems[J]. Int J of Systems Science, 2005, 36(7): 395-404.

[9] Ji Z J, Wang L. Robust H_∞ control and quadratic stabilization of uncertain discrete-time switched linear systems[C]. Proc of the American Control Conf. Portland, 2005: 24-29.

[10] Montagner V F, Leite V J, Peres P L. Discrete-time switched systems: Pole location and structural constrained control[C]. Proc of the 42nd IEEE Conf on Decision and Control. 2003: 6242-6247.

[11] Haddad W M, Benstein D S. Controller design with regional pole constraints[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(1): 54-69.

[12] Garcia G. Quadratic guaranteed cost and disc pole location control for discrete-time uncertain systems[J]. IEE Proc Control Theory Appl, 1997, 144(6): 545-548.

[13] Yu L, Gao F R. Optimal guaranteed cost control of discrete-time uncertain systems with both state and input delays[J]. J of the Franklin Institute, 2001, 338(1): 101-110.

[14] Yu L, Chu J. An LMI approach to guaranteed cost control of linear uncertain time-delay systems[J]. Automatica, 1999, 35(6): 1155-1159.