文章编号: 1001-0920(2007)11-1218-05

微分 Petri 网的稳定性分析

陈国培[1], 李俊民[1], 杨 莹[1,2]
(1. 西安电子科技大学 应用数学系, 西安 710071; 2. 浙江财经学院 数学与统计学院, 杭州 310018)

摘 要: 针对混合系统的特点,建立其微分 Petri 网(DPN)的模型. 首先,给出一类 DPN 的稳定性概念和稳定性引理;然后通过引入两类函数,利用关联矩阵的信息对 DPN 的稳定性进行具体分析,进而构造新的复合能量函数,得到 DPN 的稳定性定理;最后通过仿真例子说明定理的有效性.

关键词: 微分 Petri 网; 混合系统; 复合能量函数; 稳定性
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Stability analysis for differential Petri net

CHEN Guo-pei[1], *LI Jun-min*[1], *YANG Ying*[1,2]
(1. Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. School of Mathematics and Statistics, Zhejiang University of Finance and Economics, Hangzhou 310018, China. Correspondent: CHEN Guo-pei, E-mail: cgpken1977@163.com)

Abstract: According to the characteristics of hybrid dynamic systems, a model of hybrid systems, differential Petri net (DPN), is proposed. Firstly, the concept and lemma of stability for a class of DPN are given. Then, the stability of DPN is analyzed in detail by using two kinds of functions and information of index matrix. Furthermore, by means of constructing a new composite energy function, the stability theorem of DPN is obtained. Finally, a simulation example shows the effectiveness of the proposed approach.

Key words: Differential Petri net; Hybrid systems; Composite energy function; Stability

1 引 言

近年来,混合系统已成为控制领域的一个热点,并取得了丰硕成果[1-7]. 对于它的研究不但要考虑离散事件的逻辑演化,同时要考虑连续动态过程物理时间的演化以及过程的动态分析,因此基于同一建模框架的研究极为重要. Petri 网作为数学建模和分析的常用工具,既有良好的数学分析功能,又有直观的图形界面,现已广泛应用于混合系统的研究[8-12]. 文献[13]在 Petri 网模型中引入微分库所和微分变迁,建立了混合系统的微分 Petri 网(DPN)模型. 对于微分 Petri 网及其扩展形式的研究越来越多,主要包括建模、分析和仿真等方面[14-16]. 然而,对于它的稳定性分析却很少见. 文献[17]给出一类 DPN 的稳定性分析方法,但该方法只能研究微分变迁的离散输入库所只有一个的情况,而对于具有多个离散输入库所的情况并不适用. 实际上,微分变迁的离散输入库所往往有多个. 另外,该方法只考虑 DPN 中微分(连续)部分的稳定性,对于离散部分稳定性并没有考虑.

本文研究更为一般的微分 Petri 网,即微分变迁具有多个离散输入库所的微分 Petri 网. 通过引入两类函数,利用关联矩阵的分块矩阵信息对 DPN 的稳定性进行分析,确定微分(连续)部分的切换情况. 同时,进一步构造新的复合能量函数以研究整个 DPN 的稳定性,包括离散和微分(连续)部分. 仿真例子说明了稳定性定理的有效性.

2 混合系统的微分 Petri 网模型

2.1 模型定义

定义 1 微分 Petri 网[17]为 7 元组 $\mathrm{DPN} = \langle P, T, A, f, W, m_0, J\rangle$. 其中: P 为有限库所集; T 为有限变迁集; A 为连接库所和变迁的有向弧集; $f: P \cup T \to \{\mathrm{D}, \mathrm{DF}\}$ 表示库所(或变迁)是离散库所(或变迁)还是微分库所(或变迁); W 为定义在有向弧上的权

收稿日期: 2006-07-12; **修回日期**: 2006-10-28.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60374015).
作者简介: 陈国培(1977—),男,广东江门人,博士生,从事离散事件动态系统、混合系统等研究; 李俊民(1965—),男,陕西岐山人,教授,博士生导师,从事混合系统、非线性动态系统优化控制等研究.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

函数矩阵,也称关联矩阵. 不失一般性,用 $\mathrm{Pre}(P_i, T_j)$ 表示连接库所 P_i 到变迁 T_j 的有向弧上的权函数,$\mathrm{Post}(P_i, T_j)$ 表示连接变迁 T_j 到库所 P_i 的有向弧上的权函数. $\mathrm{Pre}(P_i, T_j)$ 和 $\mathrm{Post}(P_i, T_j)$ 根据所连接的库所和变迁的类型不同可分别为整数、实数、实向量或实矩阵. 对 W 中任一元素 $w_{ij} = \mathrm{Post}(P_i, T_j) - \mathrm{Pre}(P_i, T_j)$; m_0 为初始标识. J 表示时延映射,对于 $\forall T_j \in T$,当 $f(T_j) = \mathrm{D}$ 时,$J(T_j) = d_j$,d_j 是定义在离散变迁上的普通时延;当 $f(T_j) = \mathrm{DF}$ 时,$J(T_j) = \langle v_j \mid h \rangle$,其中: h 是一时间延迟常数,$v_j \in R^k$ 表示与该微分变迁相连的微分库所中各变量的最大激发速度向量,k 为微分库所 P_i 中连续状态变量的个数或连续状态方程的维数.

2.2　演化规则

令 P_{D}, P_{DF} 分别表示离散库所集和微分库所集; T_{D}, T_{DF} 分别表示离散变迁和微分变迁集; ${}^{\circ}T_j$ 和 T_j° 分别表示变迁 t_j 的输入库所集和输出库所集; ${}^{\circ}P_i$ 和 P_j° 分别表示库所 P_i 的输入变迁集和输出变迁集; $m_i(t)$ 表示库所 P_i 在时刻 t 的标识.

定义 2　对 $\forall T_j \in T$,称变迁 T_j 在时刻 t 是使能的,当且仅当:

如果 $f(T_j) = \mathrm{D}$,

$\forall P_i \in {}^{\circ}T_j \Rightarrow m_i(t) \geq \mathrm{Pre}(P_i, T_j)$;

如果 $f(T_j) = \mathrm{DF}$,

$\forall P_i \in P_{\mathrm{D}} \cap {}^{\circ}T_j \Rightarrow m_i(t) \geq \mathrm{Pre}(P_i, T_j)$.

变迁 T_j 在时刻 t 使能,其激发将引起标识按下列规则进行转化:

1) 如果 $f(T_j) = \mathrm{D}$ 且 $J(T_j) = d_j$,则有

$$m_i(t + d_j) = \begin{cases} m_i(t) - \mathrm{Pre}(P_i, T_j), & \forall P_i \in {}^{\circ}T_j; \\ m_i(t) + \mathrm{Post}(P_i, T_j), & \forall P_i \in T_j^{\circ}; \\ m_i(t), & \text{其他}. \end{cases} \tag{1}$$

2) 如果 $f(T_j) = \mathrm{DF}$ 且 $J(T_j) = \langle v_j \mid h \rangle$,则有

$$m_i(t + h) = \begin{cases} m_i(t) - v_j(t)\,\mathrm{Pre}(P_i, T_j)\,h, & \forall P_i \in {}^{\circ}T_j; \\ m_i(t) + v_j(t)\,\mathrm{Post}(P_i, T_j)\,h, & \forall P_i \in T_j^{\circ}; \\ m_i(t), & \text{其他}. \end{cases} \tag{2}$$

2.3　结构条件

为实现连续系统的离散化,网中加入了微分变迁,但微分变迁的引入会影响离散库所的标识演化. 为消除影响,即保证网中离散库所的标识值始终为非负整数,需加入如下的结构条件:

条件 1　如果 DPN 中存在一条由离散库所 P_i 到微分变迁 T_j 的有向弧 A_{ij},则必存在一条方向相反(即由微分变迁 T_j 到离散库所 P_i) 的有向弧 A_{ji},且这两条弧的权值相等. 即如果 $f(P_i) = \mathrm{D}$, $f(T_j) = \mathrm{DF}$ 且 $P_i \in {}^{\circ}T_j$ (或 $P_i \in T_j^{\circ}$),则有 $P_i \in T_j^{\circ}$ (或 $P_i \in {}^{\circ}T_j$) 且 $\mathrm{Pre}(P_i, T_j) = \mathrm{Post}(P_i, T_j)$.

2.4　演化过程

为研究 DPN 的稳定性,先分析其演化过程. 对于给定的 DPN,其演化过程可由以下基本关系表示:

$$m(t) = m(t_0) + W^{\mathrm{T}}\left(\delta(t) + \int_0^t v(u)\,\mathrm{d}u\right). \tag{3}$$

其中: $m(t)$ 表示 DPN 在时刻 t 的(初始) 标识; $\delta(t)$ 表示网中离散变迁在时刻 t 的引发序列; $v(u)$ 表示网中微分变迁在时刻 u 的引发速度向量. 根据 DPN 中库所和变迁的性质不同(离散,微分),式(3) 可改写为

$$\begin{bmatrix} m_{\mathrm{D}}(t) \\ m_{\mathrm{DF}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{\mathrm{D}}(t_0) \\ m_{\mathrm{DF}}(t_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_{\mathrm{D}} & W_{\mathrm{DFD}} \\ W_{\mathrm{DDF}} & W_{\mathrm{FD}} \end{bmatrix} \times \left\{ \begin{bmatrix} \delta(t) \\ 0 \end{bmatrix} + \int_0^t \begin{bmatrix} 0 \\ v(u) \end{bmatrix} \mathrm{d}u \right\}. \tag{4}$$

其中: $m_{\mathrm{D}}(t)$, $m_{\mathrm{DF}}(t)$ 分别是离散、微分库所的标识; W_{D}, W_{DF}, W_{DDF}, W_{DFD} 依次为 W 中的离散部分分块、微分部分分块、以及离散与微分两部分相互作用的两个分块. 由 DPN 的结构条件可知 $W_{\mathrm{DFD}} = 0$. 同时假设 $W_{\mathrm{DDF}} = 0$,即不考虑子系统运行时出现脉冲的情况. 根据上述假设,由式(4) 有

$$m_{\mathrm{D}}(t) = m_{\mathrm{D}}(t_0) + W_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}\delta(t), \tag{5}$$

$$m_{\mathrm{DF}}(t) = m_{\mathrm{DF}}(t_0) + W_{\mathrm{DF}}^{\mathrm{T}} \int_0^t v(u)\,\mathrm{d}u. \tag{6}$$

式(5),(6) 为 DPN 的演化过程,该过程与一般的切换系统有很大差别. 一方面,离散部分的跳转由式(5) 决定,并不是某一切换序列;另一方面,具体当前运行的子系统结构(或参数) 并不能由式(5) 或式(6) 直接获知. 因此需根据离散部分(5) 的变化规律,利用关联矩阵 W 的信息进行确定. 文献[17] 利用 W 中 W_{D} 和 W_{DF} 的信息确定当前运行的子系统,进一步研究了 DPN 中微分(连续) 部分的稳定性. 但如前所述,该方法只能研究微分变迁的离散输入库所只有一个的情况.

本文去除该限制,根据离散部分(5) 的变化规律,利用 W 中 W_{D}, W_{DF} 以及 W_{DFD} ($W_{\mathrm{DFD}} = 0$) 的隐含信息确定当前的子系统,并进一步研究 DPN 中微分(连续) 和离散部分的稳定性,即整个 DPN 的稳定性.

3　DPN 的稳定性分析

首先给出 DPN 稳定性的相关定义.

定义 3(DPN 的状态)　对于给定的一个 DPN,称 $m(t) = [m_{\mathrm{D}}(t) \quad x(t)]$ 为该 DPN 的状态,其中: $m_{\mathrm{D}}(t)$ 是离散库所的标识向量,$x(t) = m_{\mathrm{DF}}(t)$ 是微

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

分库所的标识向量.

定义 4(PN 的 Lagrange 稳定性) 称一个给定的 Petri 网是 Lagrange 稳定的(有界的), 如果对于任意的初始标识, 其可达标识总是有界的. 即 $\forall m_D(t_0)$, $m_D(t) \le K$, $m_D(t) \in R(m_0)$. 其中 $R(m_0)$ 表示初始标识 $m_D(t_0)$ 的可达标识集[18].

定义 5(DPN 的稳定性) 对于给定的 DPN, 若其离散库所的标识向量 $m_D(t)$ 是 Lagrange 稳定的, 同时微分库所的标识向量 $x(t)$ 在离散库所标识向量 $m_D(t)$ 按照式(5) 的演化过程中, 也是 Lyapunov 意义下稳定的, 则称该 DPN 是稳定的.

本文考虑最大激发速度向量 v_j 是微分库所变量的线性组合的情况. 一般来说, 对于线性切换系统, 若每个子系统是稳定的, 并且每个子系统的停留时间足够大(此停留时间的下界可准确计算[1]), 则整个切换系统是稳定的. 因此为便于讨论, 作出如下假设:

假设 1 $\forall T_j \in T_D$, $J(T_j) = d_j \ge \omega > 0$, 其中 ω 是停留时间的下界(此假设也可通过加入控制库所来实现).

引理 1 对于给定的 DPN, 若存在关于 $x(t)$ 和 $m_D(t)$ 的标量函数 $V(x(t), m_D(t))$, 满足如下条件:

1) 对于任意 $t \ge t_0$, 存在 K 类函数 ψ_1 和 ψ_2 以及关于 $x(t_0)$ 的正数 $\gamma(x_0)$, 有

$$\psi_1(m_D(t)) \le V(x(t), m_D(t)) \le \psi_2(m_D(t)) + \gamma(x_0).$$

2) 对于 $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 1, 2, \cdots$, 存在 K 类函数 α_k 和 β_k 以及关于 $m_D(t_k)$ 的正数 $\Gamma(m_D(t_k))$, 有

① $\alpha_k(\|x(t)\|) + \Gamma(m_D(t_k)) \le V(x(t), m_D(t_k)) \le \beta_k(\|x(t)\|) + \Gamma(m_D(t_k))$;

② $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(x(t), m_D(t_k)) \le 0$.

3) $V(x(t_k), m_D(t_k)) \ge V(x(t_{k+1}), m_D(t_{k+1}))$, $k = 1, 2, \cdots$, 则该 DPN 在定义 5 下是稳定的.

证明 由条件 1) 和 3) 并根据文献[7] 可知, DPN 的离散库所 $m_D(t)$ 是 Lagrange 稳定的. 另外由条件 2), 仿照文献[19] 中结论 1 的证明, 可证 DPN 在每个跳转时间区间 $[t_k, t_{k+1})$ 中所处的子系统都是稳定的. 结合假设 1 可知, DPN 的微分(连续) 部分和离散部分的演化过程是稳定的.

综上所述, 依据定义 5 可知, 给定的 DPN 是稳定的. □

4 DPN 的稳定性定理

根据引理 1, 结合关联矩阵 W 的信息, 进一步研究 DPN 的稳定性条件. 首先对 W 中的 W_{DFD} ($W_{DFD} = 0$) 分块进行分析.

由 DPN 的结构条件, 有 $W_{DFD} = 0$. 但矩阵中的 0 元素性质并不一样. 这些 0 元素是指所对应的离散库所与微分变迁之间没有连接弧, 或所对应的离散库所与微分变迁之间有两条方向相反且权值相等的连接弧(结构条件). 为从 W_{DFD} 中获取信息,

$$W_{DFD} = \mathrm{Post}(W_{DFD}) - \mathrm{Pre}(W_{DFD}).$$

其中: $\mathrm{Pre}(W_{DFD})$ 表示连接 W_{DFD} 中离散库所 P_i 到微分变迁 T_j 的有向弧上的权矩阵, $\mathrm{Post}(W_{DFD})$ 表示连接 W_{DFD} 中微分变迁 T_j 到离散库所 P_i 的有向弧上的权函数. 显然有 $\mathrm{Post}(W_{DFD}) = \mathrm{Pre}(W_{DFD}) \ge 0$.

进一步, 引入如下 G, H 函数:

定义 6(G 函数) 对任意给定的列向量 $a_{n\times 1}$ 和矩阵 $B_{n\times m}$, 有

$$G(a_{n\times 1}, B_{n\times m}) = [a \cdots a \cdots\cdots a]_{n\times m} - B_{n\times m}.$$

例如: 若 $a = [4 \quad 2]^{\mathrm{T}}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$, 则有

$$G(a, B) = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

定义 7(H 函数) 对任意给定的列数相等的两个矩阵 $A_{n\times m}$ 和 $C_{l\times m}$, $H[(A_{n\times m}, C_{l\times m}); \ge 0]$ 表示: 首先确定矩阵 $A_{n\times m}$ 中所有大于或等于零的列的列标 $(i_1, i_2, \cdots, i_k)$, $k \le m$; 然后按照上述列标从矩阵 $C_{l\times m}$ 中取出相应的列组成一个新的矩阵.

例如: 若 $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 1 \end{bmatrix}$,

则有 $H[(A, C); \ge 0] = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 7 \\ 8 & 1 \end{bmatrix}$.

上述函数用 Matlab 容易实现. 利用函数 G 和 H, 结合对矩阵 W_{DFD} 的分析, DPN 的微分(连续) 部分可表示为

$$\dot{x}(t) = H[(G(m_D(t_k), \mathrm{Post}(W_{DFD})), W_{DF}); \ge 0]x(t),$$
$$t \in [t_k, t_{k+1}),\ k = 0, 1, \cdots: \tag{7}$$

其中 $m_D(t_k) = m(t_0) + W_D\delta(t_k)$. 将其代入式(7), 有

$$\dot{x}(t) = H[(G(m_D(t_0) + W_D\delta(t_k), \mathrm{Post}(W_{DFD})), W_{DF}); \ge 0]x(t),$$
$$t \in [t_k, t_{k+1}),\ k = 0, 1, \cdots: \tag{8}$$

由上述分析, 根据定义 5, 给出如下定理:

定理 1 对于给定的 DPN, 如果满足如下条件:

1) 列向量 $\phi > 0$, 使得

$$W_D^{\mathrm{T}}\phi \le 0; \tag{9}$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2) 对于每个跳转时间区间 $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, \cdots$, 存在正定矩阵 P_k 使得

$$H_k^{\mathrm{T}} P_k + P_k H_k \leq 0, \tag{10}$$

其中

$$H_k = H[(G(m_{\mathrm{D}}(t_0) + W_{\mathrm{D}}\delta(t_k), \mathrm{Post}(W_{\mathrm{DFD}})), W_{\mathrm{DF}}); \geq 0];$$

3) 存在正数列 $\{a_k\}$ 和 $\{b_k\}$, $k = 0, 1, \cdots$, 使得

$$a_0 = b_0 = 1,$$
$$a_k P_{(k-1)} \geq b_k P_k, \ k = 1, 2, \cdots: \tag{11}$$

则该 DPN 在定义 5 下是稳定的.

证明　对于给定的 DPN, 构造如下标量函数 $V(x(t), m_{\mathrm{D}}(t))$:

$$V(x(t), m_{\mathrm{D}}(t)) = m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}(t)\phi + \prod_{0 \leq i \leq k}\left\{\frac{b_i}{a_i}\right\} x^{\mathrm{T}}(t) P_k x(t),$$
$$t \in [t_k, t_{k+1}), \ k = 0, 1, \cdots:$$

下面验证 $V(x(t), m_{\mathrm{D}}(t))$ 满足引理 1 的 3 个条件:

1) 由式(10), (11) 可知

$$0 \leq \prod_{0 \leq i \leq k}\left\{\frac{b_i}{a_i}\right\} x^{\mathrm{T}}(t) P_k x(t) \leq x^{\mathrm{T}}(t_0) P_0 x(t_0),$$

从而有

$$\min_{1 \leq j \leq N}\{\phi_j\} m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}(t) e_\phi \leq V(x(t), m_{\mathrm{D}}(t)) \leq \max_{1 \leq j \leq N}\{\phi_j\} m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}(t) e_\phi + x^{\mathrm{T}}(t_0) P_0 x(t_0).$$

其中: N 是 DPN 中离散库所的总数, $\phi_j (1 \leq j \leq N)$ 是向量 ϕ 的第 j 个分量, e_ϕ 是行数为 N 且元素全为 1 的列向量. 取

$$\psi_1(m_{\mathrm{D}}(t)) = \min_{1 \leq j \leq N}\{\phi_j\} m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}(t) e_\phi,$$
$$\psi_2(m_{\mathrm{D}}(t)) = \max_{1 \leq j \leq N}\{\phi_j\} m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}(t) e_\phi,$$
$$\gamma(x_0) = x^{\mathrm{T}}(t_0) P_0 x(t_0),$$

可知引理 1 的条件 1) 成立.

2) 由式(8), (10) 和(11) 可知, 对于 $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 1, 2, \cdots$, 有

$$m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}(t_k)\phi + \lambda_{\min}(P_k)\prod_{0 \leq i \leq k}\left\{\frac{b_i}{a_i}\right\} \|x(t)\|^2 \leq V(x(t), m_{\mathrm{D}}(t_k)) \leq m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}(t_k)\phi + \lambda_{\max}(P_k)\prod_{0 \leq i \leq k}\left\{\frac{b_i}{a_i}\right\} \|x(t)\|^2,$$

且 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V(x(t), m_{\mathrm{D}}(t_k)) \leq 0$. 取

$$\alpha_k(\|x(t)\|) = \lambda_{\min}(P_k)\prod_{0 \leq i \leq k}\left\{\frac{b_i}{a_i}\right\} \|x(t)\|^2,$$
$$\beta_k(\|x(t)\|) = \lambda_{\max}(P_k)\prod_{0 \leq i \leq k}\left\{\frac{b_i}{a_i}\right\} \|x(t)\|^2,$$
$$\Gamma(m_{\mathrm{D}}(t_k)) = m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}(t_k)\phi,$$

可知引理 1 的条件 2) 成立.

3) 由式(5), (9) 易证: $m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}(t_k)\phi \geq m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}(t_{k+1})\phi$, $k = 1, 2, \cdots$: 再由式(10), (11) 有

$$\prod_{0 \leq i \leq k}\left\{\frac{b_i}{a_i}\right\} x^{\mathrm{T}}(t_k) P_k x(t_k) \geq \prod_{0 \leq i \leq k+1}\left\{\frac{b_i}{a_i}\right\} x^{\mathrm{T}}(t_{k+1}) P_{k+1} x(t_{k+1}).$$

因此

$$m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}(t_k)\phi + \prod_{0 \leq i \leq k}\left\{\frac{b_i}{a_i}\right\} x^{\mathrm{T}}(t_k) P_k x(t_k) \geq m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}(t_{k+1})\phi + \prod_{0 \leq i \leq k+1}\left\{\frac{b_i}{a_i}\right\} x^{\mathrm{T}}(t_{k+1}) P_{k+1} x(t_{k+1}).$$

即 $V(x(t_k), m_{\mathrm{D}}(t_k)) \geq V(x(t_{k+1}), m_{\mathrm{D}}(t_{k+1}))$, 所以引理 1 的条件 3) 成立.

综合上述条件 1) ～ 3) 可知, DPN 在定义 5 下是稳定的. □

注 1　由于 $m_{\mathrm{D}}(t_k) \geq 0$, 同时由定理 1 的条件 1) 可知 $m_{\mathrm{D}}(t_k)$ 有界, 即存在某一正数 C 使得 $0 \leq m_{\mathrm{D}}(t_k) \leq C$. 考虑到 $m_{\mathrm{D}}(t_k)$ 的取值是离散的, 因此 $m_{\mathrm{D}}(t_k)$ $(k = 1, 2, \cdots)$ 的取值为有限多个. 进而可知, 满足定理 1 条件 2), 3) 中的正定矩阵 P_k 以及正数 a_k 和 b_k $(k = 1, 2, \cdots)$ 的取值也是有限多个. 所以只要求出有限个正定矩阵 P_k 和有限个正数 a_k 和 b_k 即可, 而无需求出无限个.

以下的仿真例子说明了定理 1 的有效性. 该例子用文献[17] 的方法无法分析其稳定性.

5　仿真算例

考虑图 1 所示的 DPN, 其中双箭头的有向弧为满足结构条件的有向弧, 即表示与其相连的离散库所和微分库所之间的一对方向相反且权值相等的有向弧. 另外, 图中没有赋权的有向弧的权值均为 1.

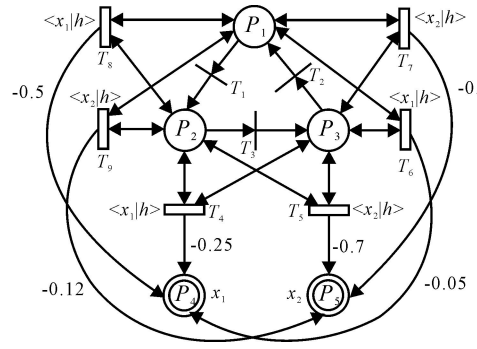

图 1　DPN

图中: P_1, P_2, P_3 是离散库所; P_4, P_5 (或 X_1, X_2) 是微分库所; T_1, T_2, T_3 是离散变迁且时延为 $J(T_i) = d_i = 2$ s$(1 \leq i \leq 3)$; T_j $(4 \leq j \leq 9)$ 是微分变迁, 其最大激发速度向量为

$$v(T_j) = \begin{cases} X_1(t), & j = 4, 6, 8; \\ X_2(t), & j = 5, 7, 9. \end{cases}$$

且积分步长均为 $h = 0.1$ s, 初始标识为

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$[0 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 5]$.

该 DPN 的关联矩阵为

$$W = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.25 & 0 & -0.05 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.7 & 0 & -0.1 & 0 & -0.12 \end{bmatrix}.$$

其中

$$W_{\mathrm{D}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad W_{\mathrm{DDF}} = 0,$$

$$W_{\mathrm{DF}} = \begin{bmatrix} -0.25 & 0 & -0.05 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & -0.7 & 0 & -0.1 & 0 & -0.12 \end{bmatrix},$$

$$W_{\mathrm{DFD}} = \mathrm{Post}(W_{\mathrm{DFD}}) - \mathrm{Pre}(W_{\mathrm{DFD}}) = 0,$$

$$\mathrm{Post}(W_{\mathrm{DFD}}) = \mathrm{Pre}(W_{\mathrm{DFD}}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

取 $\phi = [1 \quad 1 \quad 1] > 0$,有 $W_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}\phi = 0 \leq 0$ 满足定理 1 的条件 1).

另外,根据式(10) 和(11),计算可得

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \quad P_1 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}.$$

当 $k \geq 3$ 时,P_k 重复选取 $P_i\,(0 \leq i \leq 2)$ 中的某一个即可. 进而有:$\{a_0 = 1, b_0 = 1\}$,$\{a_1 = 3, b_1 = 1\}$,$\{a_2 = 1, b_2 = 1\}$,$\{a_3 = 1, b_3 = 1\}$. 当 $k \geq 4$ 时,$\{a_k, b_k\}$ 重复选取$\{a_i, b_i\}\,(0 \leq i \leq 3)$ 中的某一组即可.

综上所述,定理 1 的 3 个条件均成立. 微分库所 P_4 和 P_5 的标识变化情况(即连续部分的变化) 如图 2 所示,其中 x_1 和 x_2 分别代表 P_4 和 P_5 的标识演化轨迹.

而离散库所 P_1, P_2, P_3 的标识变化如下:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \to \cdots.$$

由此可见,DPN 的离散库所 P_1, P_2, P_3 的标识变化是 Lagrange 稳定的,且微分库所 P_4 和 P_5 的标识变化也是稳定的,即整个 DPN 稳定.

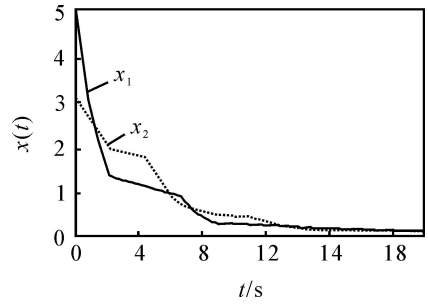

图 2 微分库所 P_4, P_5 的标识演化轨迹

6 结 语

本文研究了一类 DPN 的稳定性问题,通过引入两类函数,利用关联矩阵的信息对 DPN 的稳定性进行具体分析,进一步构造新的复合能量函数,从而得到整个 DPN 的稳定性定理. 在分析过程中,若 $W_{\mathrm{DDF}} \neq 0$,则系统将会出现脉冲或更为复杂的内部作用,这样的 DPN 具有更一般的意义,也更具有研究价值. 但对于它的研究需要同时考虑系统内部更为复杂的相互作用以及脉冲特性,因此具有一定难度,有关这类问题尚需进一步研究.

参考文献(References)

[1] Liberzon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems[J]. IEEE Control Systems, 1999, 19(5): 59-70.

[2] Branicky M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(4): 475-482.

[3] Liberzon D, Hespanha J P, Morse A S. Stability of switched systems: A Lie-algebraic condition[J]. System Control Letters, 1999, 37(3): 117-122.

[4] Sun Z, Ge S S, Lee T H. Controllability and reachability criteria for switched linear systems[J]. Automatica, 2002, 38(5): 775-786.

[5] Yang Z. An algebraic approach towards the controllability of controlled switching linear hybrid systems[J]. Automatica, 2002, 38(7): 1221-1228.

[6] Xie G, Wang L. Necessary and sufficient conditions for controllability and observability of switched impulsive control systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(6): 960-966.

[7] 陈国培, 李俊民. 一类混合时滞系统的观测器设计[J]. 计算机集成制造系统, 2005, 11(6): 891-894.
(Chen Guo-pei, Li Jun-min. Design of observers for a class of hybrid systems with time delay[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2005, 11(6): 891-894.)

(下转第 1227 页)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

应急供应方法设计的供应网络,能使供应中断数量显著降低,输出均值提高,输出标准差降低,进而使供应网络的弹性得到提高.

当然,只有当收益足以补偿供应网络中断导致的损失时使用战略应急库存方法才有价值,而且期权供应的提前期能否被接受也取决于节点上成本与收益的比较,未来的研究要考虑到这些方法的约束问题.另外,本文中没考虑区域供应商失效的情况,这也是下一步研究的重点.如果能建立多周期动态设计模型,将会更加接近实际,但会是相对较难的研究课题.

参考文献(References)

[1] Cranfield University. Executive report — Supply chain vulnerability[R]. Bedford, 2002.

[2] Peck Helen. Reconciling supply chain vulnerability with risk and supply chain management [C]. Proc of the Logistics Research Network Conf. Dublin, 2004: 412-419.

[3] 高波. 基于信息技术的供应链结构设计与优化[J]. 西安交通大学学报(社会科学版), 2005, 25(3): 36-40.
(Gao Bo. Supply chain IT-based structure design of supply chain and its optimization[J]. J of Xi'an Jiaotong University (Social Sciences Ed), 2005, 25(3): 36-40.)

[4] Holling C S. Resilience and stability of ecological systems[J]. Annual Review of Ecological Systems, 1973, 4: 1-21.

[5] Nagurney Anna, Matsypura Dmytro. Global supply chain network dynamics with multicriteria decision making under risk and uncertainty[J]. Transportation Research, Part E, 2005, 41: 585-612.

[6] Vidal C J, Goetschalckx M. Strategic production distribution models: A critical review with emphasis on global supply chain models [J]. European J of Operational Research, 1997, 98(1): 1-18.

[7] Bundschuh M. Modeling reliable supply chains [D]. Darmstadt: Darmstadt University of Technology, 2003.

[8] Sheffi Yossi. Supply chain management under threat of international terrorism [J]. The Int J of Logistics Management, 2002, 12(2): 1-11.

[9] Van Landeghem H, Vanmaele H. Robust planning: A new paradigm for demand chain planning [J]. J of Operations Management, 2002, 20(6): 769-783.

[10] 刘希龙,季建华. 基于多源供应的弹性供应网络研究[R]. 上海: 上海交通大学, 2005.
(Liu Xi-long, Ji Jian-hua. Research on resilient supply network based on multiple sourcing [R]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2005.)

(上接第 1222 页)

[8] Pettersson S, Lennartson B. Hybrid modeling focused on hybrid Petri nets [C]. Proc of the 2nd European Workshop on Real-time and Hybrid Systems. Grenoble, 1995: 303-309.

[9] Sava A T, Alla H. Combining hybrid Petri nets and hybrid automata [J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2001, 17(5): 670-678.

[10] Champagant R, Esteban P, Pingaud H, et al. Petri net based modeling of hybrid systems[J]. Computers in Industry, 1998, 36(1/2): 139-146.

[11] David R, Alla H. On hybrid Petri nets [J]. J of discrete Event Dynamic Systems: Theory and Application, 2001, 11(1): 9-40.

[12] David R, Alla H. Discrete, continuous and hybrid Petri nets[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2005.

[13] Demongodin I, Koussoulas N T. Differential Petri net: Representing continuous systems in a discrete-event world[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(3): 573-579.

[14] Wu Y L, Wu W M, Zeng J C, et al. Modeling and simulation of hybrid dynamical systems with generalized differential Petri nets[C]. Proc of IEEE Int Symposium on Intelligent Control. Vancouver, 2002: 789-794.

[15] Sousa J R B, Lima A M N, Perkusich A. Modeling and analysis power consumption in sensor networks nodes based on differential hybrid Petri nets[C]. The 32nd Annual Conf of IEEE. Raleigh, 2005: 389-394.

[16] Wu Y L, Zhen J C, Sun G J. Simulation method of hybrid system based on generalized differential Petri net [J]. J of Systems Simulation, 2003, 15(2): 730-752.

[17] Davrazos G N, Koussoulas N T. A general methodology for stability analysis of differential Petri net [C]. Proc of the 10th Mediterranean Conf on Control and Automation-MED. Lisbon, 2002: 1085-1091.

[18] Passino K M, Burgess K L, Michel A N, et al. Lagrange stability and boundedness of discrete event systems[J]. J of Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Application, 1995, 5(4): 383-403.

[19] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(Zheng Da-zhong. Linear system theory[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net