

文章编号: 1001-0920(2007)11-1241-04

基于一致性理论的多机器人系统队形控制

吴正平, 关治洪, 吴先用

(华中科技大学 控制科学与工程系, 武汉 430074)

摘要: 首先回顾了多机器人系统队形控制方面的成果, 然后提出一个多机器人队形控制的模型. 该模型可描述多机器人之间相互作用固定和动态切换两种通信拓扑结构, 也能描述多机器人系统队形的分布式控制方法和基于 leader 的控制方法, 还能表示多机器人系统奔向目标点的行为. 在此基础上, 利用一致性理论, 对系统的稳定性条件进行分析. 最后通过仿真证明了该方法的有效性.

关键词: 多机器人系统; 一致性; 队形控制

中图分类号: TP242.6 **文献标识码:** A

Consensus based formation control of multi-robot system

WU Zheng-ping, GUAN Zhi-hong, WU Xian-yong

(Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China. Correspondent: WU Zheng-ping, E-mail: hnwzp@sina.com)

Abstract: A control method of formation of multi-robot system (MRS) is reviewed. A motion model is presented. For MAS, this model can present fixed and changing communication topologies, distributed and leader based formation control, and the goal reaching control. Based on this model and the consensus theory, the condition of motion stability of the system is analyzed. Finally, computer simulation shows the effectiveness of this scheme.

Key words: Multi-robot system; Consensus; Formation control

1 引言

多机器人系统已成为机器人研究领域的热点, 主要是因为与单机器人系统相比, 它能更快更有效地完成特定任务. 多机器人的编队控制是当前该领域的研究热点. 多机器人系统的编队运动具有很多优点, 它可降低系统的成本, 通过为系统提供冗余等方法增加系统的鲁棒性和有效性. 在小的人造卫星系中, 编队还有助于减少燃料消耗量, 扩大卫星的感知范围.

在多机器人系统编队控制领域, 针对不同的应用场合, 许多文献提出了多种控制器设计方法. 大体上可分为 leader-follower 法、虚拟结构法、基于行为法和基于图论法等.

leader-follower 法是最常见的队形控制方法^[1-3]. 在该方法中, 有些机器人被指定为 leader, 而其他一些则被指定为 follower, 每个机器人只能通过传感器获得局部的信息, 利用信息反馈来保证机

器人群由 leader 带领, 并以一定队形稳定地运动. 该方法易于理解和实现, 但其鲁棒性过分依赖于 leader 的鲁棒性, 一旦 leader 出现故障, 整个队列就会被打乱.

虚拟结构的概念由文献[4]首先提出. 在该方法中, 整个机器人队形被看成一个刚性的虚拟结构, 每个机器人是刚性结构中相对位置固定的一点. 当队形移动时, 机器人跟着移动, 同时保持各机器人在刚性的虚拟结构中相对位置和方向不变. 该方法控制精度高, 但由于采取集中式控制, 缺乏灵活性和适应性.

基于行为的控制器则是由一系列行为组成^[5-7], 每个行为有自己的目标或任务, 其输入可以是机器人的传感信息, 也可以是系统中其他行为的输出; 其输出或送到机器人的效应器以控制机器人的运动, 或作为其他行为的输入, 从而构成了互相交互的行为网络. 设计基于行为的系统的主要问题是设计各种基本行为和有效的行为协调机制(即行为选

收稿日期: 2006-07-19; 修回日期: 2006-12-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60573005, 60603006).

作者简介: 吴正平(1966—), 男, 湖南宁乡人, 副教授, 博士生, 从事多机器人协调控制、复杂系统的研究; 关治洪(1955—), 男, 湖北仙桃人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统、多机器人协调控制等研究.

择问题). 该方法的优点是具有很好的并行性、分布性和实时性; 缺点是难以明确设计出能合成指定队形的局部基本行为和局部控制规划, 而且, 队形控制的稳定性也得不到保证.

近年来, 基于图论的队形控制方法受到人们的重视^[8-10]. 该方法首先利用图上的节点表示机器人, 图中节点的动力学特性表示机器人的动力学或运动学特性, 节点之间的边表示机器人之间的约束; 然后再用图论和控制理论知识对以图表示的队形进行稳定性分析, 进而得到控制策略. 此方面研究一般是将图论、控制理论及动态系统理论结合起来研究队形控制方法和稳定性. 其优点是利用图能表示任意队形, 且有图论成熟的形式化理论作为基础; 缺点是主要限于仿真研究, 实现较为复杂.

总之, 在队形控制中, 目前还没有一个统一有效的队形表示框架和队形控制算法, 这使得灵活的队形控制难以实现. 本文的主要目的是为一个机器人设计一个控制算法, 使它们以一定的队形稳定地运动. 为建立一个简单通用的控制模型, 首先作如下假设:

1) 为在模型中不引入非线性, 应去掉系统的物理控制部分, 对于每个机器人, 对其直接发出的指令是他的下个物理位置, 而不是速度和角速度等变量.

2) 每个机器人都有一个编号, 在运动中, 每个机器人都知道与其近邻的机器人的编号.

3) 每个机器人知道自己初始的物理位置, 但在运动过程中, 他们只知道与其近邻的机器人相对于自己的相对物理位置, 并不知道他们的绝对物理位置.

4) 每个机器人已知道期望的队形描述, 机器人之间的相互作用是同步的.

基于以上假设, 本文提出一个描述多机器人队形控制的通用模型, 在此基础上, 对多机器人系统的队形控制问题进行了深入研究.

2 图论及网络的一致性

图是由顶点和边组成的, 记为 $G = (V, E)$, 其中: V 为顶点集, E 为边集; 图的阶即为图的顶点数, 记为 $n = |G| = |V|$; 边记为 ij , (i, j) 或 (v_i, v_j) , $i, j \in N$ 表示顶点且 $v_i, v_j \in V$.

类似于文献[9], 设 $q_i \in R^d$ ($d = 2$), $i \in N$ 表示第 i 个节点 v_i 的物理位置, 定义 $q = \text{col}(q_i) \in R^{nd}$, 其中 $n = |V|$ 表示节点数. 以 q_i 为圆心, $r_i > 0$ 为半径的圆形区域作为节点 i 的邻域, 定义为

$$B(q_i, r_i) = \{x \in R^d : \|x - q_i\| \leq r_i\}. \quad (1)$$

记 $r = \text{col}(r_i)$. 设图中节点的邻接关系是基于节点的物理位置, 本文定义邻接矩阵 $A(q) =$

$[a_{ij}(q)]$, 其中

$$a_{ij}(q) = \begin{cases} 1, & q_i \in B(q_j, r_j) \text{ 且 } j \neq i; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (2)$$

而且

$$a_{ii}(q) = - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}(q). \quad (3)$$

上面的邻接矩阵描述了一个连接关系由节点物理位置决定的图 $G(q)$, 图 $G(q)$ 也可称为网络. 节点 i 的邻域 N_i 定义为

$$N_i = N_i(q) = \{j : a_{ij}(q) > 0\}. \quad (4)$$

一般来说, 以上所定义的网络为一个有向图, 因为如果 $r_i > r_j$, 则 $j \in N_i$ 并不意味着 $i \in N_j$ 一定成立. 应注意的是, 对于所有的 i, j , 当 $r_i = r_j$ 时, $G(q)$ 为无向图.

对于图 G , 如果一有向边从节点 v_i 指向节点 v_j , 则将 v_i 定义为 v_j 的父节点, 而将 v_j 定义为 v_i 的子节点. 在一个图中, 如果任意两个节点间都有一条通路, 则称图 G 是连通的. 有向树为一个有向图, 图中除了根节点以外, 每个节点只有唯一的父节点. 有向图的生成树是由图中连接所有节点的边组成的. 如果图中边的子集形成一个生成树, 则称该图包含一个生成树.

在一个由 N 个节点组成的网络中, 设 $x_i(t) = \{x_{i1}(t), x_{i2}(t)\} \in R^2$ 表示节点 i 的物理位置, 将 $x_i(t)$ 作为节点 i 的状态变量, 则网络的一致性问题的可表示为

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) (x_j(t) - x_i(t)), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

其中 $a_{ij}(t)$ 表示节点 v_j 到 v_i 在时刻 t 的邻接关系, 它随节点的物理位置的变化而变化. 式(5)的紧凑形式为

$$\dot{x}(t) = -L(t)x(t) = A(t)x(t). \quad (6)$$

其中: $x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)\}^T$, $L(t)$ 为网络 G 在时刻 t 的 Laplacian 矩阵. Laplacian 矩阵和邻接矩阵 $A(t)$ 的关系为 $L(t) = -A(t) = [-a_{ij}(t)]$. $L(t)$ 和 $A(t)$ 随时间的变化而变化, 它们为切换矩阵. 当矩阵 $A(t)$ 的元素不随时间变化, 即为常数时, $A(t) = A$, 则式(6)变为

$$\dot{x}(t) = -Lx(t) = Ax(t). \quad (7)$$

在进一步研究之前, 先给出下面的定义和引理.

定义 1 如果对于每一节点对 $(i, j) \in V$, 当 $t \geq t_0$ 时都有 $\|x_i(t) - x_j(t)\| = 0$, 则称网络 $G = \{V, E\}$ 在 $t \geq t_0$ 时处于一致性状态.

引理 1^[10] 当网络的拓朴结构固定不变时, 当

且仅当网络图包含一个生成树,式(7)所描述的系统能渐近地取得一致性.

引理 2^[10] 设 t_1, t_2, \dots 为一个无限的时间序列,在这些时间点上,节点的连接关系拓扑图发生切换,且 $i = t_{i+1} - t_i$ ($i = 0, 1, \dots$) 为任意一个有限的正数集通过加、乘运算产生的无限正数集. 设 \bar{G} 表示网络在演化过程中所有可能的有向图的集合,又设 $G(t_i) \in \bar{G}$, 表示网络在 $t = t_i$ 时刻的切换图. 如果存在一个无限的时间间隔序列 $[t_{i_j}, t_{i_{j+1}})$ ($j = 1, 2, \dots$), 它开始于 $t_{i_1} = t_0$ 时刻,一致有界、无重叠且每个时间段 $[t_{i_j}, t_{i_{j+1}})$ 也是一致有界的. 在每个这样的时间段 $[t_{i_j}, t_{i_{j+1}})$ ($j = 1, 2, \dots$) 中,切换图的并集包含一个生成树,则式(6)所描述的切换系统可渐近地取得一致性. 然而,如果切换图的并集在一些有限的时间之后仍不包含一个生成树,则式(6)所描述的切换系统不能渐近地取得一致性.

3 多机器人系统模型及其稳定性分析

有向图 $G(q)$ 可用来描述机器人间的相互作用. 在 G 中,第 i 个节点代表第 i 个机器人,从 v_i 到 v_j 的一条有向边记为 (v_i, v_j) ,表示节点 i 和 j 间的一个有向的信息交换,即机器人 j 能收到或感应到机器人 i 的信息,则称机器人 v_i 为机器人 v_j 的邻近机器人.

为了简便,假设 N 个机器人在同一个平面运动,本文大部分结论都可容易地推广到三维空间. 每个机器人都有一个圆形邻域. 机器人 i 的圆形邻域的定义和上面图中节点 i 的圆形邻域的定义相同,如式(1)所示. 随着整个机器人群的运动,机器人 i 的近邻机器人的集合也会随着时间而发生变化或切换. 给每个机器人一个编号,为使机器人以队形运动,在每个采样时间段内,机器人 i 求得其近邻的机器人相对于自己的相对物理位置和各个近邻机器人的编号.

基于以上分析,得到如下每个机器人的控制模型:

$$\dot{x}_i(t) = \dot{x}_i^* + c \sum_{j=1}^N a_{ij}(t) (x_j - x_j^*), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

其中 $x_i(t) = \{x_{i1}(t), x_{i2}(t)\} \in R^2$ 表示第 i 个机器人的物理位置; $a_{ij}(t)$ 表示机器人 i 和机器人 j 在 t 时刻的邻接关系; c 为一标量,描述机器人之间耦合强度; $R^{N \times N}$ 为一个 0-1 矩阵,表示变量的耦合情况,本文规定 $R = \text{diag}(1, 1)$,表示机器人 i 能同时感知到其近邻机器人的坐标 (x, y) ; $x_i^* \in R^2$ 为机器人 i 指定的目标队形,它可以是时变的,也可以是固定不变的.

假设 $A(t)$ 为一切换矩阵,从物理意义上来说,

方程(8)的第 1 项指定机器人群的队形变化规律;第 2 项表示机器人间的相互作用以形成指定队形.

如果在多机器人系统运动过程中,有一个机器人 i 向所有其他机器人发送信息,而没有一个机器人的信息反送到机器人 i ,这时,机器人 i 充当 leader 机器人的角色,则方程(8)表示基于 leader 的多机器人控制队形控制系统.

为研究式(8)的稳定性,设

$$e_i(t) = x_i(t) - x_i^*, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

由式(8)和(9)可得

$$\dot{e}_i(t) = c \sum_{j=1}^N a_{ij} e_j(t), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

记

$$e(t) = (e_1(t), e_2(t), \dots, e_N(t))^T \in R^{N \times 1}, \\ A(t) = (a_{ij}(t)) \in R^{N \times N}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \quad (11)$$

可得

$$\dot{e}(t) = cA(t)e(t). \quad (12)$$

如果 $A(t)$ 不随时间变化,即机器人间的连接关系是固定的,则根据引理 1,当连接关系图包含一个生成树时,式(12)能渐近地取得一致性. 当 $A(t)$ 随时间变化时,即机器人间的连接关系是切换的,根据引理 2,切换图的并集包含一个生成树,则式(12)所描述的切换系统可渐近地取得一致性.

当式(12)渐近地取得一致性时,则 $t \rightarrow \infty$ 有

$$e_i(t) = x_i(t) - x_i^* = \text{常数}, \quad (13)$$

即

$$x_i(t) = x_i^* + \text{常数}. \quad (14)$$

从而保证机器人 i ($i = 1, 2, \dots, N$) 以 x_i^* 指定的队列运动.

4 仿真实验

假设平面中有 4 个机器人,编号分别为 1 ~ 4,要驱动这 4 个机器人以一个方形队列(如图 1 中 * 所示)移动,同时队列也是时变的. 设队列方程为

$$x^*(t) = \begin{bmatrix} t - 1 & t - 5\cos t - 6 \\ t - 3 & t - 5\cos t + 4 \\ t - 1 & t - 5\cos t + 2 \\ t + 1 & t - 5\cos t + 4 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

当机器人在平面上移动时,每个机器人的物理位置随时间的变化而改变,因此,随着时间的变化,机器人之间基于物理位置的邻接关系就会发生改变,它们相应的邻接矩阵也会发生切换. 仿真实验中,假设 $r_i = 3.5$ ($i = 1 \sim 4$), $c = 1$, $R = \text{diag}(1, 1)$, 机器人的初始物理位置分别为 $(4.5, 0.3)$, $(0, 0)$, $(0, 1.5)$ 和 $(4, 0)$, 采样周期 $T = 100$ ms, 则多机器人系统在移动过程中,机器人之间的连接关系在时

间序列 $(t_0, t_1, \dots) = (0, 0.1, \dots)$ (s) 上切换. 通过仿真实验, 多机器人系统运动轨道和机器人之间的邻接关系如图 1 所示, 更详细的邻接关系如图 2 所示.

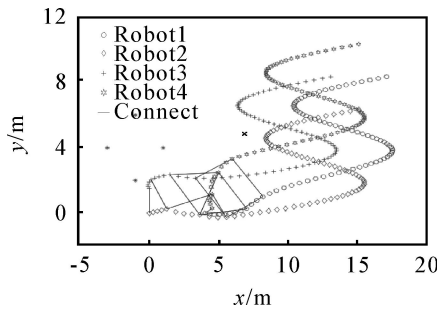


图 1 4 个机器人运行轨道及其连接

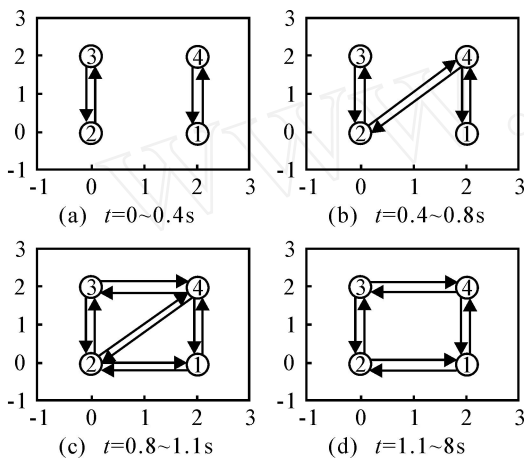


图 2 4 个机器人之间在 0 ~ 8 s 的邻接关系

由图 2 可知, 在时间序列 $(t_0, t_1, \dots) = (0, 0.1, \dots)$ 中, 机器人之间的邻接关系图并不是每个时间间隔 $(t_{0-1}, t_{1-2}, \dots)$ 中都包含一个最小生成树. 但在时间序列 $(t_0, t_1, \dots) = (0, 0.1, \dots)$ 中, 至少存在一个一致有界、不交叉的时间间隔, 如 $(t_{0-8}, t_{8-16}, \dots)$. 在该时间间隔中, 机器人之间邻接关系的并集包含一个最小生成树, 机器人之间的连接满足系统稳定的条件 (即引理 2 的条件), 因此机器人能以队列 x^* 渐近稳定地运动. 仿真结果证明了上述结论的正确性.

如果在多机器人系统运动中, 其邻接关系不随时间的变化而变化, 即机器人间的连接关系是固定的, 则当连接关系图包含一个生成树时, 多机器人系统就能以队列 x^* 渐近稳定地运动. 该结论是显然的, 本文略去对这种情况的仿真.

另外, 如果目标队列是固定不变的, 则方程 (8) 表示各机器人奔向目标点的运动, 最后形成一个静止不动的队形. 因该情况以及基于 leader 的多机器人及队形控制都是以上仿真示例的特殊情况, 故本文略去其仿真分析.

5 结 论

本文对多机器人系统以指定的队列运动问题进行研究, 提出了一个简单的多机器人系统模型. 该模型能很方便地实现队形控制, 它既能描述分布式队形控制, 也能描述基于 leader 的队形控制, 并且能描述多机器人之间固定和动态两种信息交换拓扑结构. 在该模型的基础上, 利用一致性理论, 对系统的稳定性条件进行了分析和证明, 并且通过计算机数字仿真证明了该方法的有效性.

参考文献 (References)

- [1] Desai J P, Ostrowski J P, Kumar V. Controlling formations of multiple mobile robots[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Leuven, 1998: 2864-2869.
- [2] Fierro R, Das A K, Kumar V, et al. Hybrid control of formations of robots [C]. Proc of IEEE Int Conf Robotics and Automation. Seoul, 2001: 157-162.
- [3] Desai J P, Ostrowski J P, Kumar V. Modeling and control of formation of nonholonomic mobile robots[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2001, 17(6): 905-908.
- [4] Tan K H, Lewis M. Virtual structures for high-precision cooperative mobile robotic control[C]. Proc of the 1996 IEE/RSJ Int Conf. Osaka, 1996: 132-139.
- [5] Craig W Reynolds. Flocks, herds, and schools: A distributed behavioral model[J]. Computer Graphics, 1987, 21(4): 25-34.
- [6] Jonathan Lawton, Brett Young, Randal Beard. A decentralized approach to elementary formation maneuvers [C]. IEEE Int Conf on Robotics and Automation. San Fransico, 2000: 2728-2733.
- [7] 董胜龙, 陈卫东, 席裕庚. 多移动机器人编队的分布式控制系统[J]. 机器人, 2000, 22(6): 433-438. (Dong Sheng-long, Chen Wei-dong, Xi Yu-geng. A distributed control system for multi-mobile robots formation[J]. Robot, 2000, 22(6): 433-438.)
- [8] Winfield A. Distributed sensing and data collection via broken ad hoc wireless connected networks of mobile robots[C]. Distributed Autonomous Robotic Systems. New York: Springer-Verlag, 2000: 273-282.
- [9] Olfati-Saber R, Murray R M. Flocking with obstacle avoidance: Cooperation with limited communication in mobile networks[C]. Proc of the IEEE Conf on Decision and Control. Hawaii, 2003: 2022-2028.
- [10] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-661.