

文章编号: 1001-0920(2007)12-1373-04

# 基于反步法的一类非线性切换系统控制器设计

向峥嵘, 向伟铭

(南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

**摘要:** 研究一类子系统是纯反馈非线性系统的切换系统控制器设计问题. 基于多 Lyapunov 函数和反步法, 提出一种状态反馈控制律及切换规则设计方法. 通过递推设计可得到使非线性切换系统稳定的反馈控制律和切换规则. 将所提出的方法应用于该类非线性切换系统含有不确定性的情形, 仿真算例结果表明了所提出方法的有效性.

**关键词:** 非线性切换系统; 反步法; 多 Lyapunov 函数; 鲁棒镇定

**中图分类号:** TP273.2 **文献标识码:** A

## Design of controllers for a class of switched nonlinear systems based on backstepping method

XIAN G Zheng-rong, XIAN G Wei-ming

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: XIAN G Zheng-rong, E-mail: xiangzr@mail.njust.edu.cn)

**Abstract:** For a certain class of switched nonlinear systems, backstepping method is applied to design the state feedback controllers and switching law based on multi-Lyapunov functions. The state feedback controllers and switching law which can stabilize the system are developed. Under some conditions, this class of switched nonlinear systems with uncertainties can be stabilized robustly by using the proposed method. Finally, the simulation result shows the effectiveness of the designed strategy.

**Key words:** Switched nonlinear systems; Backstepping method; Multi-Lyapunov functions; Robust stabilization

### 1 引言

切换系统是一类重要的混杂系统,是指由一组连续或离散动态子系统组成,并按某种切换规则在各子系统之间切换的动力系统<sup>[1]</sup>. 切换系统的稳定性研究是切换系统研究的一个重要方面,而主要的成果是关于线性切换系统,并且已经渐成体系<sup>[2-4]</sup>. 非线性切换系统的研究成果相对较少,在非线性的切换系统镇定方面,Åström 等人<sup>[5]</sup>研究了在每个子系统都有相应 Lyapunov 函数的切换系统,提出了最小切换律方法. Pertterson 提出了最小投影法,研究了非线性切换系统镇定问题<sup>[6]</sup>. 文献[7]提出了单输入单输出非线性切换系统一致标准形的概念,并研究了具有一致标准形的非线性切换系统的镇定问题. 文献[8]研究了非线性切换系统存在公共 Lyapunov 函数的情形,给出了基于 Lyapunov 函数的反馈控制律和切换规则的设计方法.

反步法是通过递推的方法设计一类纯反馈型

非线性系统的稳定反馈控制律. 递推设计过程包含  $n$  步,从第 1 步到第  $n-1$  步设计虚拟控制输入,在第  $n$  步设计了系统的实际控制输入<sup>[9]</sup>. 本文将反步法用于一类各个子系统都是纯反馈型非线性系统的切换系统控制器设计,并利用多 Lyapunov 函数设计镇定系统的切换规则. 仿真例子表明,反步法设计的控制器能够镇定该类非线性切换系统.

### 2 问题描述及预备知识

考虑如下形式的非线性切换系统:

$$\dot{x} = f_i(x). \quad (1)$$

其中:切换规则  $i: [0, +\infty) \rightarrow I = \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $x \in R^n$ , 映射  $f_i: R^n \rightarrow R^n$  足够光滑.

**引理 1<sup>[1]</sup>** 考虑系统(1),假设各子系统对应有一个连续可微正定函数  $V_i$ ,  $i \in I$ ,其导数  $\dot{V}_i < 0$ ,且  $V_i(x(i, k)) = V_i(x(i, k-1))$ ,其中  $i, k$  为第  $k$  次切入子系统  $i$  的时刻,那么该切换系统稳定.

本文考虑下列子系统为纯反馈非线性系统的

收稿日期: 2006-08-30; 修回日期: 2006-12-11.

基金项目: 江苏省自然科学基金项目(BK2007210); 南京理工大学科研发展基金项目(AB96248).

作者简介: 向峥嵘(1969—),男,南京人,副教授,从事非线性系统、鲁棒控制和切换系统的研究; 向伟铭(1983—),男,四川绵阳人,硕士生,从事非线性切换系统的分析、控制与优化的研究.

切换系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = f_{i0}(x) + g_{i0}(x)z_1, \\ \dot{z}_1 = f_{i1}(x, z_1) + g_{i1}(x, z_1)z_2, \\ \dots \\ \dot{z}_{k-1} = f_{i(k-1)}(x, z_1, \dots, z_{k-1}) + \\ \quad g_{i(k-1)}(x, z_1, \dots, z_{k-1})z_k, \\ \dot{z}_k = f_{ik}(x, z_1, \dots, z_k) + g_{ik}(x, z_1, \dots, z_k)u_i. \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $x \in R^n$ ,  $z_1$  到  $z_k$  是标量,  $u_i \in R$  是控制输入;  $f_{i0}$  到  $f_{ik}$  光滑且  $f_{ij}(0) = 0, i = 0, \dots, k, j = 1, \dots, k$ ;  $g_{i0}$  到  $g_{ik}$  足够光滑且  $g_{ij}(x, z_1, \dots, z_j) \neq 0, i = 0, \dots, k, j = 1, \dots, k$ .

进一步研究该类不确定非线性切换系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f_{i0}(x) + g_{i0}(x)z_1 + i_x(x, z), \\ \dot{z}_1 = f_{i1}(x, z_1) + g_{i1}(x, z_1)z_2 + i_{z_1}(x, z), \\ \dots \\ \dot{z}_{k-1} = f_{i(k-1)}(x, z_1, \dots, z_{k-1}) + \\ \quad g_{i(k-1)}(x, z_1, \dots, z_{k-1})z_k + i_{z_{k-1}}(x, z), \\ \dot{z}_k = f_{ik}(x, z_1, \dots, z_k) + \\ \quad g_{ik}(x, z_1, \dots, z_k)u_i + i_{z_k}(x, z). \end{cases} \quad (3)$$

其中  $i_x, i_{z_1}, \dots, i_{z_k}$  为不确定项, 且满足不等式

$$|i_x| \leq a_1 \|x\|^2; \quad (4)$$

$$|i_{z_m}| \leq b_{im} \|x\|^2 + \sum_{n=1}^m c_{in} |z_n|, \quad m = 1, 2, \dots, k. \quad (5)$$

其中:  $a_i, b_{im}, c_{im}$  都是正实数, 其余符号与式(2)相同.

### 3 主要结果

#### 3.1 非线性切换系统控制器设计

考虑下列非线性切换系统:

$$\dot{x} = f_i(x) + g_i(x)z_1, \quad (6)$$

$$\dot{z}_1 = f_{i1}(x, z_1) + g_{i1}(x, z_1)u_i. \quad (7)$$

其中:  $x \in R^n, z_1 \in R, u_i \in R$ . 由  $g_{i1}(x, z_1) \neq 0$ , 令

$$u_i = \frac{1}{g_{i1}(x, z_1)} [u_{ia} - f_{i1}(x, z_1)],$$

则式(6)和(7)可写为

$$\dot{x} = f_i(x) + g_i(x)z_1, \quad (8)$$

$$\dot{z}_1 = u_{ia}. \quad (9)$$

假设系统(8)存在一组状态反馈控制律  $u_{ia} = \phi_i(x, z_1)$ ,  $\phi_i(0) = 0$ , 一组正定函数  $V_{i0}(x)$  满足

$$\dot{V}_{i0} = \frac{\partial V_{i0}}{\partial x} [f_i(x) + g_i(x)\phi_i(x, z_1)] - i(x), \quad (10)$$

其中  $i(x)$  正定. 令

$$V_i(x, z_1) = V_{i0}(x) + \frac{1}{2} [z_1 - \phi_i(x, z_1)]^2,$$

其中  $i = 1, \dots, I$  为切换系统(8)和(9)各子系统的 Lyapunov 函数. 在第  $i$  个子系统工作时, 其 Lyapunov 函数的导数为

$$\dot{V}_i(x, z_1) = -i(x) + \frac{\partial V_{i0}}{\partial x} g_i(x) [z_1 - \phi_i(x, z_1)] + [z_1 - \phi_i(x, z_1)] [u_{ia} - \dot{\phi}_i(x, z_1)].$$

取  $u_{ia} = -\frac{\partial V_{i0}}{\partial x} g_i(x) - k_i [z_1 - \phi_i(x, z_1)] + \dot{\phi}_i(x, z_1), k_i > 0$ .

有  $\dot{V}_i = -i(x) - k_i [z_1 - \phi_i(x, z_1)]^2 < 0$ . 将  $u_{ia}$  代入  $u_i$  得

$$u_i = \frac{1}{g_{i1}(x, z_1)} \left\{ \frac{\partial \phi_i}{\partial x} [f_i(x) + g_i(x)z_1] - \frac{\partial V_{i0}}{\partial x} g_i(x) - k_i [z_1 - \phi_i(x, z_1)] - f_{i1}(x, z_1) \right\}. \quad (11)$$

若在切换时刻  $t_n, n = 1, 2, \dots$ , 从子系统  $i$  切换到  $j$  满足

$$V_i(x(t_n), z_1(t_n)) = V_j(x(t_n), z_1(t_n)), \quad (12)$$

易得  $V_i(x(t_{i,k}), z_1(t_{i,k})) = V_i(x(t_{i,k-1}), z_1(t_{i,k-1}))$ . 由引理 1 可知, 输入  $u_i$  为式(11)且切换规则满足式(12)时, 系统(6)和(7)稳定.

**定理 1** 考虑系统(6)和(7).  $\phi_i(x, z_1), \phi_i(0) = 0 (i = 1, \dots, I)$  是系统(6)的一组状态反馈控制律, 对于一组正定函数  $i(x) (i = 1, \dots, I), V_{i0}(x) (i = 1, \dots, I)$  是一组满足式(10)的连续正定函数, 则

$$V_i(x, z_1) = V_{i0}(x) + \frac{1}{2} [z_1 - \phi_i(x, z_1)]^2, i = 1, \dots, I$$

为各子系统的 Lyapunov 函数. 若切换规则保证在切换时刻  $t_n$  从子系统  $i$  切换到  $j$  满足式(12), 则反馈控制律(11)可使系统(6)和(7)渐近稳定.

**注 1** 若  $L_{g_i} V_{i0}(x) \neq 0, i = 1, \dots, I$ , 则系统(6)的控制律  $\phi_i(x, z_1)$  可设计为

$$\phi_i(x, z_1) = -\frac{L_{f_i} V_{i0}(x) + i(x)}{L_{g_i} V_{i0}(x)}, i = 1, \dots, I,$$

其中  $i(x)$  是正定的. 此时有下式成立:

$$\dot{V}_{i0} = L_{f_i} V_{i0}(x) + L_{g_i} V_{i0}(x)\phi_i(x, z_1) - i(x), i = 1, \dots, I.$$

显然, 所设计的状态反馈控制律满足式(10).

利用定理 1, 系统(2)的控制器设计步骤如下:

**Step 1** 将  $z_1$  看作虚拟控制输入, 若能确定一组状态反馈控制律  $z_1 = \phi_0(x), \phi_0(0) = 0 (i = 1, \dots, I)$  和一组连续正定函数  $V_{i0}(x)$  满足

$$\dot{V}_{i0} = -i_0(x), i = 1, \dots, I, \quad (13)$$

其中  $i_0(x)$  是正定的, 则由定理 1 可得系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f_{i0}(x) + g_{i0}(x)z_1, \\ \dot{z}_1 = f_{i1}(x, z_1) + g_{i1}(x, z_1)z_2, \end{cases}$$

$$i \in I \quad (14)$$

的状态反馈控制律和各子系统的 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} z_2 &= \phi_1(x, z_1) = \\ & \frac{1}{g_{i_1}} \left[ \frac{\partial \phi_1}{\partial x} (f_{i_0} + g_{i_0} z_1) - \frac{\partial V_{i_0}}{\partial x} g_{i_0} - \right. \\ & \left. k_{i_1} (z_1 - \phi_0) - f_{i_1} \right], \\ V_{i_1}(x, z_1) &= \\ & V_{i_0}(x) + \frac{1}{2} [z_1 - \phi_0(x)]^2, k_{i_1} > 0. \end{aligned}$$

如果切换规则中系统从  $i$  切换到  $j$  的规则是集合  $\Sigma_1 = \{x, z_1 / V_{i_1}(x, z_1) = V_{j_1}(x, z_1), i, j \in I \text{ 且 } i \neq j\}$  的子集, 则在  $\Sigma_1$  中系统(14)从子系统  $i$  切换到子系统  $j$  能满足  $V_{i_1}(x, z_1) = V_{j_1}(x, z_1)$ . 由定理 1 可知, 在此切换规则下  $z_2 = \phi_1(x, z_1)$  镇定系统(14).

**Step 2** 进一步考虑如下系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_{i_0}(x) + g_{i_0}(x) z_1, \\ \dot{z}_1 &= f_{i_1}(x, z_1) + g_{i_1}(x, z_1) z_2, \\ \dot{z}_2 &= f_{i_2}(x, z_1, z_2) + g_{i_2}(x, z_1, z_2) z_3, \\ & i \in I. \end{aligned} \quad (15)$$

将  $z_2$  看作虚拟的控制输入, 重复 Step1 可得

$$\begin{aligned} z_3 &= \\ & \frac{1}{g_{i_2}} \left[ \frac{\partial \phi_1}{\partial x} (f_{i_0} + g_{i_0} z_1) + \frac{\partial \phi_1}{\partial z_1} (f_{i_1} + g_{i_1} z_2) - \right. \\ & \left. \frac{\partial V_{i_1}}{\partial z_1} g_{i_1} - k_{i_2} (z_2 - \phi_1) - f_{i_2} \right], \\ V_{i_2}(x, z_1, z_2) &= \\ & V_{i_1}(x, z_1) + \frac{1}{2} [z_2 - \phi_1(x, z_1)]^2, \end{aligned}$$

其中  $k_{i_2} > 0$ . 若系统从  $i$  切换到  $j$  的规则是集合  $\Sigma_2 = \{x, z_1, z_2 / V_{i_2}(x, z_1, z_2) = V_{j_2}(x, z_1, z_2), i, j \in I \text{ 且 } i \neq j\}$  的子集, 则该状态反馈控制律能够镇定系统(15).

**Step k** 重复以上步骤可得到如下控制律和 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} u_i &= \frac{1}{g_{i_k}} \left[ \frac{\partial \phi_1}{\partial x} (f_{i_0} + g_{i_0} z_1) + \right. \\ & \left. \sum_{m=1}^{k-1} \frac{\partial \phi_m}{\partial z_m} (f_{i_m} + g_{i_m} z_{m+1}) - \right. \\ & \left. \frac{\partial V_{i(k-1)}}{\partial z_{k-1}} g_{i(k-1)} - k_{i_k} (z_k - \phi_{(k-1)}) - f_{i_k} \right], \\ & k_{i_k} > 0; \\ V_{i_k}(x, z_1, \dots, z_{k-1}) &= V_{i(k-1)} + \frac{1}{2} [z_k - \phi_{(k-1)}]^2. \end{aligned} \quad (16)$$

若系统从  $i$  切换到  $j$  的规则是集合

$$\Sigma_k = \{x, z_1, \dots, z_k / V_{i_k}(x, z_1, \dots, z_k) = V_{j_k}(x, z_1, \dots, z_k), i, j \in I \text{ 且 } i \neq j\} \quad (17)$$

的子集, 则该状态反馈控制律(16) 稳定系统(2).

**定理 2** 考虑系统(2), 设  $z_1 = \phi_0(x)$  ( $\phi_0(0) = 0$ ) 是系统(2)中  $\dot{x} = f_{i_0}(x) + g_{i_0}(x) z_1$  的一组状态反馈控制律, 则对于正定函数  $V_{i_0}(x), i \in I$ , 存在一组正定连续函数  $V_{i_0}(x) (i \in I)$  满足式(13). 设  $\phi_m$  和  $V_{i_m} = V_{i(m-1)} + \frac{1}{2} [z_m - \phi_{(m-1)}]^2$  分别为反步法迭代过程中第  $m$  步中所求取的虚拟状态控制律及各子系统的 Lyapunov 函数. 其中  $i \in I, m = 1, 2, \dots, k$ . 令  $S_k$  为满足式(17)的集合, 若从子系统  $i$  切换到  $j$  的规则是集合  $S_{ij} \subseteq S_k$ , 则反馈控制律(16) 可保证系统(2) 渐近稳定.

### 3.2 含不确定项的非线性切换系统控制器设计

考虑式(6) 和(7) 具有不确定项的非线性切换系统为

$$\dot{x} = f_i(x) + g_i(x) u + \Delta f_i(x), \quad (18)$$

$$\dot{z}_i = f_{i_a}(x, z_i) + g_{i_a}(x, z_i) u_i + \Delta f_{i_a}(x, z_i). \quad (19)$$

设系统(18) 存在一组状态反馈控制律  $u = \phi_i(x)$  ( $\phi_i(0) = 0$ ) 及一组正定函数  $V_{i_0}(x)$ , 满足

$$\dot{V}_{i_0} - \dot{\phi}_i(x) \leq -\frac{\eta}{2}, \quad (20)$$

其中  $\eta$  是正实数. 取

$$V_i(x, z_i) = V_{i_0}(x) + \frac{1}{2} [z_i - \phi_i(x)]^2, i \in I$$

为各个子系统的 Lyapunov 函数, 令控制律为

$$\begin{aligned} u_i &= \frac{1}{g_{i_a}} \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial x} (f_i + g_i u) - \frac{\partial V_{i_0}}{\partial x} g_i - \right. \\ & \left. k_i (z_i - \phi_i) - f_{i_a} \right], k_i > 0. \end{aligned} \quad (21)$$

进一步假设  $\phi_i(x)$  满足

$$\|\phi_i(x)\| \leq d_i \|x\|_2, \|\partial \phi_i / \partial x\|_2 \leq e_i, \quad (22)$$

其中  $d_i$  和  $e_i$  均为正实数. 通过式(4), (5) 和(22), 可证明对于某组  $\eta_i = \frac{1}{2} (b_{i1} + a_{i1} e_i + c_{i1} d_i) > 0$ , 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(x, z_i) &= \\ & - \left[ \begin{array}{c} z_i \\ z_i - \phi_i \end{array} \right]^T \left[ \begin{array}{cc} -\eta_i & -c_{i1} \\ -c_{i1} & k_i - c_{i1} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} z_i \\ z_i - \phi_i \end{array} \right]. \end{aligned}$$

只要选择  $k_i > c_{i1} + \frac{2}{\eta_i}, i \in I$ , 就能保证  $\dot{V}_i < 0$ .

类似 3.1 节结论, 若在切换时刻从子系统  $i$  切换到  $j$ , 满足式(12), 只要  $k_i$  足够大, 系统(18) 和(19) 就稳定.

**定理 3** 考虑系统(18) 和(19).  $u = \phi_i(x)$  ( $\phi_i(0) = 0, i \in I$ ) 是系统(18) 的一组状态反馈控制律, 且满足式(22), 对于一组正实数  $\eta_i (i \in I), V_{i_0}(x) (i \in I)$  是一组满足式(20) 的连续正定函数. 若在切换时刻  $t_n$  系统从子系统  $i$  切换到  $j$  满足式(12), 且  $k_i (i \in I)$  足够大, 控制律(21) 就可保证系统(18) 和(19) 渐近稳定.

利用定理 3 可得系统(3) 的鲁棒镇定控制器.

**定理 4** 考虑系统(3). 设系统(3) 中  $\dot{x} = f_{i0}(x) + g_{i0}(x)z_1 + i_{i0}(x, z)$  ( $i \in I$ ) 的一组控制律为  $z_1 = \phi_{i0}(x)$  ( $\phi_{i0}(0) = 0$ ) 满足式(22), 对于一组正实数  $\alpha_i, i \in I$ , 存在一组正定连续函数  $V_{i0}(x), i \in I$ , 满足  $\dot{V}_{i0} \leq -\alpha_i \|x\|^2$ .  $V_{im} = V_{i(m-1)} + \frac{1}{2} [z_m - \phi_{i(m-1)}]^2$  和  $\phi_{im}$  分别为迭代中第  $m$  步中各子系统的 Lyapunov 函数及所求取的虚拟控制律. 其中:  $i \in I, m = 1, 2, \dots, k$ . 令  $K$  为满足式(17) 的集合, 若从子系统  $i$  切换到  $j$  的规则是集合  $S_{ij} \subseteq K$ , 则控制律为

$$u_i = \frac{1}{g_{ik}} \left[ \frac{\partial \phi_{i1}}{\partial x} (f_{i0} + g_{i0}z_1) + \sum_{m=1}^{k-1} \frac{\partial \phi_{im}}{\partial z_m} (f_{im} + g_{im}z_{m+1}) - \frac{\partial V_{i,k-1}}{\partial z_{k-1}} g_{i(k-1)} - k_{ik} (z_k - \phi_{i(k-1)}) - f_{ik} \right].$$

其中  $k_{im}$  足够大, 可保证系统(3) 渐近稳定.

#### 4 仿真例子

考虑系统

$$f_1 = \begin{bmatrix} x_1^2 - x_1^3 + x_2 \\ 0 \end{bmatrix}, g_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$f_2 = \begin{bmatrix} 2x_1^2 \sin 10x_1 - x_1 + 2x_2 \\ 0 \end{bmatrix}, g_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

对于  $\dot{x} = f_{i0}(x_1) + g_{i0}(x_1)x_2$ , 存在  $\phi_{11}(x_1) = -x_1^2$  和  $\phi_{21}(x_1) = -x_1^2 \sin 10x_1$  使  $V_{10} = V_{20} = \frac{1}{2}x_1^2$  满足式(13). 得到控制律和各子系统的 Lyapunov 函数

$$u_1 = -x_1 - 2x_1^3 + 2x_1^4 - 2x_1x_2 - x_1^2 - x_2,$$

$$u_2 = -2x_1 - x_2 - x_1^2 \sin 10x_1 - (2x_2 + 2x_1^2 \sin 10x_1 - x_1)(10x_1^2 \cos 10x_1 + 2x_1 \sin 10x_1),$$

$$V_1 = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}(x_2 + 5 \sin x_1)^2,$$

$$V_2(x_1, x_2) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}(x_2 + 5 \sin x_1)^2.$$

切换规则设计为  $i = i(x) = \arg \min \{V_i(x_1, x_2)\}$ , 保证在切换时刻满足条件. 取初始值  $x(0) = [3, -4]^T$ , 系统状态响应如图 1 所示, 切换策略见图 2.

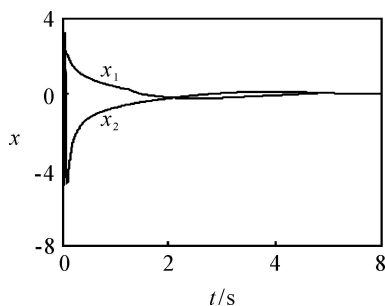


图 1 系统的状态响应曲线

- 7]^T, 系统状态响应如图 1 所示, 切换策略见图 2.

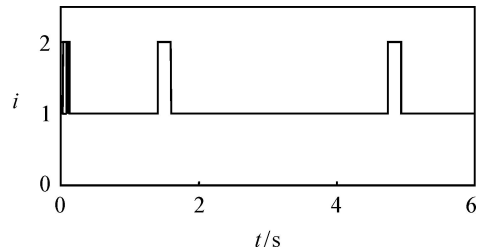


图 2 系统切换策略

#### 5 结 语

本文研究了一类非线性切换系统的状态反馈镇定控制器设计问题. 利用反步法设计了系统的状态反馈控制器, 用多 Lyapunov 函数方法设计了切换规则, 并进一步设计了该类不确定切换系统的鲁棒稳定控制器. 最后以仿真算例表明了所提出方法的有效性.

#### 参考文献(References)

- [1] Decarlo R, Branicky M S, Lennartson B. Perspective and results on the stability and stabilizability of hybrid systems[J]. Proc of IEEE, 2000, 88(7): 1069-1082.
- [2] 程代展, 郭宇寰. 切换系统进展[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(6): 954-960. (Cheng Dai-zhan, Guo Yu-qian. Advances on switched systems [J]. Control Theory and Applications, 2005, 22(6): 954-960.)
- [3] Song Y, Xiang Z R, Chen Q W, et al. Saturating control of linear switched systems[J]. J of Control Theory and Applications, 2006, 4(1): 36-41.
- [4] Song Y, Xiang Z R, Chen Q W, et al. Analysis of sliding mode in planar switched systems [J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(5): 743-746.
- [5] Malmberg J, Bernhardsson B, Astrom K J. A stabilization switching scheme for multi controller systems[C]. Proc of the 1996 IFAC World Congress. San Francisco, 1996: 229-234.
- [6] Pettersson S. Analysis and design of hybrid systems [D]. Sweden: Chalmers University of Technology, 1999.
- [7] 赵胜芝, 李建华, 赵军. 单输入单输出切换系统的一致标准形及可镇定性[J]. 控制与决策, 2005, 20(10): 1161-1164. (Zhao Sheng-zhi, Li Jian-hua, Zhao Jun. Uniform normal form and stabilizability of single-input single-output switched systems [J]. Control and Decision, 2005, 20(10): 1161-1164.)
- [8] Sun H F, Zhao J. Control Lyapunov functions for switched control systems [C]. Proc of the American Control Conf. Arlington, 2001: 1890-1891.
- [9] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. 2ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.