

文章编号: 1001-0920(2007)12-1390-05

一种直觉模糊熵的构造方法

王 毅, 雷英杰

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘 要: 针对直觉指数所表征的中立证据中支持与反对的程度呈均衡状态时无法表述的问题, 提出一种直觉模糊熵的构造方法. 首先基于均衡状态假设, 揭示了影响直觉模糊熵大小的 3 个相互作用因素之间的内部关系, 给出了直觉模糊熵的几何解释; 然后分析了满足直觉模糊熵的直观约束条件, 给出一种直觉模糊熵的公理化定义, 揭示了直觉模糊熵最小值计算性质; 最后通过算例分析比较, 验证了所提出方法的正确性、合理性和有效性.

关键词: 直觉模糊集; 直觉模糊熵; 直觉指数; 隶属度; 非隶属度

中图分类号: TP182; TP391 **文献标识码:** A

A technique for constructing intuitionistic fuzzy entropy

WANG Yi, LEI Ying-jie

(Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China. Correspondent: WANG Yi, E-mail: wayi7902@163.com)

Abstract: To the problem that intuitionistic fuzzy entropy (IFE) can not be expressed in the equilibrium state of supportability and opposability of neutral evidences indicated in the intuitionistic index, a type of technique for constructing IFE is proposed. First, based on the hypothesis of an equilibrium state, the internal relationships of three factors of interactivities among rules impacting the magnitude of IFE are revealed and the geometrical illustration is presented. Then, a set of intuitionistic restrictive conditions for IFE are analyzed. An axiomatized definition of IFE is proposed and the minimum calculation property is indicated. Finally, through analyzing and comparing by a set of calculating examples, the results show the correction, reasonability and effectiveness of the proposed technique.

Key words: Intuitionistic fuzzy sets; Intuitionistic fuzzy entropy; Intuitionistic index; Membership degree; Non-membership degree

1 引 言

熵是信息论中的一个概念, 主要用来刻画一个对象所蕴含的平均信息量. 1965 年, Zadeh 创立了 Fuzzy 集理论^[1], 并于 1969 年首次提出了模糊熵的概念, 它主要用来刻画一个模糊集的模糊性. 对于模糊熵的研究, 不同学者给出了不同的定义和构造方法^[2,3].

作为普通模糊集的一个推广, Atanassov 直觉模糊集合(Intuitionistic Fuzzy Sets, IFS)^[4-6]增加了一个新的属性参数——非隶属度函数, 进而还可以描述“非此非彼”的“模糊概念”, 更加细腻地刻画客观世界的模糊性本质, 是对 Zadeh 模糊集理论最有影响的一种扩充和发展, 因而引起了众多学者的研究和关注^[7-10]. 对于直觉模糊集中有关熵的问题, 国外学者对其进行了不同方面的研究. Burillo 等人^[11]

最先给出了一个直觉模糊熵的定义; 在此基础上, 又有学者给出了不同形式的直觉模糊熵的计算方法^[12]. 通过深入分析, 发现文献[11, 12]存在一个共同问题: 直觉指数所表征的中立证据中支持与反对的程度呈均衡状态时无法表述. 本文将针对此问题进行深入分析, 提出一种新的直觉模糊熵的构造方法. 文献[12]与文献[11]的理论是一致的, 只是计算形式不同, 为此本文只针对文献[11]进行分析.

本文针对文献[11]中所给出的直觉模糊熵的定义, 发现这种直觉模糊熵的定义是不完整的, 因为它是基于模糊集的, 即以模糊集为标准, 从而当一个直觉模糊集 A 退化为模糊集时, 它的熵 $E(A) = 0$. 然而, 模糊集本身也具有模糊性, 因而它未能全面地刻画出一个直觉模糊集的模糊信息量, 而且对于形如 $[0.5, 0.5]$ 的 IFS 值的模糊性无从刻画. 因此, 此

收稿日期: 2006-08-16; 修回日期: 2006-11-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60773209); 陕西省自然科学基金项目(2006F18).

作者简介: 王毅(1979—), 男, 上海人, 博士生, 从事智能信息处理与智能决策等研究; 雷英杰(1956—), 男, 陕西渭南人, 教授, 博士生导师, 从事智能信息处理与智能决策等研究.

时尽管不存在任何证据的犹豫程度的信息,但由于肯定和否定的证据各占 50%,使得人们很难作出合理的判断.对于这种基于直觉指数所表征的中立证据中支持与反对的程度呈均衡状态的假设,文献 [11] 是无能为力的,因此有必要对直觉模糊熵重新定义.

2 直觉模糊集定义

Atanassov 对直觉模糊集给出了下述定义:

定义 1(直觉模糊集^[4]) 设 X 是一个给定论域,则 X 上的一个直觉模糊集

$$A = \{ x, \mu_A(x), \nu_A(x) \mid x \in X \}.$$

其中: $\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ 和 $\nu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ 分别代表 A 的隶属函数 $\mu_A(x)$ 和非隶属函数 $\nu_A(x)$,且对于 A 上的所有 $x \in X, 0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ 成立.

当 X 为连续空间时,有

$$A = \int_X \mu_A(x), \nu_A(x) / x, x \in X;$$

当 $X = \{ x_1, x_2, \dots, x_n \}$ 为离散空间时,有

$$A = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i), \nu_A(x_i) / x_i, x_i \in X, \\ i = 1, 2, \dots, n.$$

直觉模糊集 A 有时可简记为 $A = \langle x, \mu_A, \nu_A \rangle$ 或者 $A = \langle \mu_A, \nu_A \rangle / x$.

对于 X 中的每一个直觉模糊子集,称 $1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ 为 A 中 x 的直觉指数 (Intuitionistic Index),它是 x 对 A 的犹豫程度 (Hesitancy degree) 的一种测度.显然,对于每一个 $x \in X, 0 \leq 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x) \leq 1$;对于 X 中的每一个一般模糊子集 $A, \nu_A(x) = 1 - \mu_A(x) - [1 - \mu_A(x)] = 0, \forall x \in X$.

3 直觉模糊熵的几何解释

模糊熵可用来描述模糊集的模糊性和信息量.在直觉模糊集中,可以将模糊熵定义为该论域 X 中的任意一个元素 x 的隶属度在区间 $[\mu_A(x), 1 - \nu_A(x)]$ 内.这样,关于 x 的不确定性即犹豫度可用 $1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ 表征.如果该值较大,则表明关于 x 知之甚少,即模糊熵较大;如果该值较小,即模糊熵较小,则表明能相当精确地知道 x .此外,当 $\mu_A(x)$ 与 $1 - \nu_A(x)$ 的值越来越逼近时,模糊熵较大;当 $\mu_A(x) = 1 - \nu_A(x)$ 时,直觉模糊熵为最大值 1.特别地,如果 $1 - \mu_A(x) = 0$,即犹豫度 $1 - \mu_A(x) - \nu_A(x) = 0$,亦即模糊熵为 0,此时直觉模糊集退化为非模糊集,如图 1 所示.

由图 1 可知,在三维空间 ABD 中, x 的坐标为 (μ, ν, π) , $x \in \text{IFS}(X)$ 且满足关系 $\mu_A(x) + \nu_A(x) + \pi = 1$.

在三维空间 ABD 中,当 x 趋近于 π 轴时,即 $\mu_A(x) \rightarrow 1, \nu_A(x), \pi \rightarrow 0$ 时直觉模糊熵较大;此外,在右图中, ABD 为等边三角形,过 D 点向 AB 线段做垂线交于 M 点,则 DM 为等边三角形 ABD 的中垂线,当点 $A(x)$ 移至中垂线 DM 上任意一点时,则有 $\mu_A(x) = \nu_A(x)$,即支持的证据和反对的证据一样多,而对于犹豫指数 $\pi_A(x)$,则无从知道它支持 x 还是反对 x ,因此此时直觉模糊熵最大.

当三维空间 ABD 投影到二维空间 ABC 时,则有 $ABD = ABC(D')$.此时直觉模糊集退化为模糊集.当二维空间 ABC 投影到 μ 轴时,则有 $ABD = ABC(D') = CA$.此时直觉模糊集退化为非模糊集,即 $\mu_A(x) = [0, 1]$,则 $\nu_A(x) = 0$.此时直觉模糊熵为最小值 0.

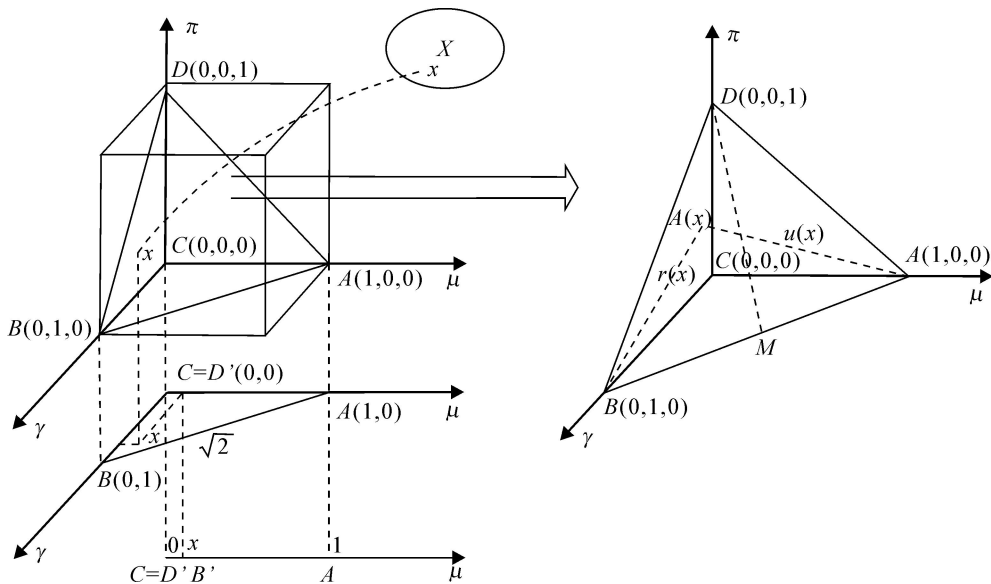


图 1 直觉模糊熵的几何解释

4 直觉模糊熵的构造

根据直觉模糊熵的几何解释,提出如下关于直觉模糊集模糊熵的直观约束条件:

约束1 当直觉模糊集退化为非模糊集时,它的模糊熵具有最小值0.

由图1可知,IFS集退化为非模糊集,即表明 $1 - \mu_A(x) = 0$,也就是能精确地知道论域 U 中的任意元素 x 的隶属度.此时模糊熵的值为0是符合实际的.

约束2 当 IFS 集 $A = \{[\mu_A(x), 1 - \mu_A(x)] / \mu_A(x) \in [0, 1/2], x \in U\}$ 时,直觉模糊集的模糊熵具有最大值.

由图1可知,当 $\mu_A(x) = \nu_A(x)$ 时,支持 x 的证据和反对的证据一样多,而对于犹豫指数 $\pi_A(x)$,则无从知道它是支持 x 还是反对 x .因此,此时 IFS 模糊熵应该达到最大.

约束3 一个 IFS 集的模糊熵与它的补集的模糊熵是相等的.

约束4 直觉模糊集的模糊熵是关于隶属函数和非隶属函数差值的减函数,且随着 $|\mu_A(x) - \nu_A(x)|$ 的增大而减小,随着 $|\mu_A(x) - \nu_A(x)|$ 的减小而增大.

当直觉模糊集的隶属函数 $\mu_A(x)$ 和非隶属函数 $\nu_A(x)$ 增加时, $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ 将减小,从而对论域 U 中的任意元素 x 的隶属度知道的更多,直觉模糊集模糊熵相应减少,反之则增加.另一方面,当隶属函数 $\mu_A(x)$ 和非隶属函数 $\nu_A(x)$ 的值越相近时,肯定与否定的证据越相近,不确定性增加,从而直觉模糊集的模糊熵也就越大,反之则越小;特别地,当 $|\mu_A(x) - \nu_A(x)| = 0$ 时,肯定与否定的证据各占 50%,直觉模糊熵应该达到最大,此时约束4与约束2是一致的.

根据上述的约束条件并结合 De Luca 和 Termini 于 1972 年提出的普通模糊集的非概率型熵表示准则^[13],本文重新对直觉模糊熵进行公理化定义.

定义2 称函数 $E: \text{IFS}_S(U) \rightarrow [0, 1]$ 为 IFS 集 $\text{IFS}_S(U)$ 的模糊熵.如果它满足如下条件:

条件1 $E(A) = 0$, 当且仅当 A 是非模糊集;

条件2 $E(A) = 1$, 当且仅当 $\forall x \in U$, 有 $\mu_A(x) = \nu_A(x)$;

条件3 $E(A) = E(A^c)$, $\forall A \in \text{IFS}_S(U)$;

条件4 对于 IFS 集 A 和 B , 若 $\forall x \in U$, 有

$$\frac{\min(\mu_A(x), \nu_A(x)) + \pi_A(x)}{\max(\mu_A(x), \nu_A(x)) + \pi_A(x)} \geq \frac{\min(\mu_B(x), \nu_B(x)) + \pi_B(x)}{\max(\mu_B(x), \nu_B(x)) + \pi_B(x)},$$

则有 $E(A) \geq E(B)$.

注1 条件4说明当 $\mu_A(x)$ 越大时,熵值越大,反之则越小;且当 $\mu_A(x)$ 和 $\nu_A(x)$ 值越相近时,熵值越大,反之则越小.这与约束条件4是吻合的.

定理1 设

$$U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\},$$

$$A = \{[\mu_A(x_i), \nu_A(x_i)] / x_i, i=1, \dots, n\}$$

则 A 的直觉模糊熵为

$$E(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\min(\mu_A(x_i), \nu_A(x_i)) + \pi_A(x_i)}{\max(\mu_A(x_i), \nu_A(x_i)) + \pi_A(x_i)}. \quad (1)$$

证明 条件1: $E(A) = 0 \Leftrightarrow$ 对于 $\forall x_i \in U$, 有

$$\min(\mu_A(x_i), \nu_A(x_i)) + \pi_A(x_i) = 0.$$

若 $\mu_A(x_i) < \nu_A(x_i)$, 则

$$\min(\mu_A(x_i), \nu_A(x_i)) + \pi_A(x_i) = \mu_A(x_i) + \pi_A(x_i) = 0.$$

故 $\mu_A(x_i) = \nu_A(x_i) = 0$, $\pi_A(x_i) = 1$. 从而可精确知道反对证据的程度为1.

同理,当 $\mu_A(x_i) > \nu_A(x_i)$ 时, $\pi_A(x_i) = \nu_A(x_i) = 0$, $\mu_A(x_i) = 1$, 从而可精确知道支持证据的程度也为1,所以 A 非模糊集.

条件2:

$$E(A) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\min(\mu_A(x_i), \nu_A(x_i)) + \pi_A(x_i) = \max(\mu_A(x_i), \nu_A(x_i)) + \pi_A(x_i) \Leftrightarrow \mu_A(x_i) = \nu_A(x_i).$$

即对于 $\forall x_i \in U$, 有 $\mu_A(x_i) = \nu_A(x_i)$.

由条件3: $E(A) = E(A^c)$, 有

$$\mu_{A^c}(x_i) = \nu_A(x_i),$$

$$\nu_{A^c}(x_i) = \mu_A(x_i),$$

$$1 - \mu_{A^c}(x_i) = 1 - \nu_A(x_i),$$

$$1 - \nu_{A^c}(x_i) = 1 - \mu_A(x_i).$$

于是有

$$E(A) =$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\min(\mu_A(x_i), \nu_A(x_i)) + \pi_A(x_i)}{\max(\mu_A(x_i), \nu_A(x_i)) + \pi_A(x_i)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\min(\mu_{A^c}(x_i), \nu_{A^c}(x_i)) + \pi_{A^c}(x_i)}{\max(\mu_{A^c}(x_i), \nu_{A^c}(x_i)) + \pi_{A^c}(x_i)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\min(\mu_{A^c}(x_i), \nu_{A^c}(x_i)) + \pi_{A^c}(x_i)}{\max(\mu_{A^c}(x_i), \nu_{A^c}(x_i)) + \pi_{A^c}(x_i)} \Leftrightarrow E(A^c).$$

条件4是平凡的.

定理2 设

$$U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\},$$

$$A = \{[\mu_A(x_i), \nu_A(x_i)] / x_i, i=1, \dots, n\}$$

则

$$E(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A(x_i). \tag{2}$$

证明 当 $\mu_A(x_i) < A(x_i)$ 时,有

$$\frac{\min(\mu_A(x_i), A(x_i)) + A(x_i)}{\max(\mu_A(x_i), A(x_i)) + A(x_i)} = \frac{\mu_A(x_i) + A(x_i)}{A(x_i) + A(x_i)} = \frac{1 - A(x_i)}{1 - \mu_A(x_i)}$$

由 IFS 定义可知

$$0 \leq \mu_A(x_i) + A(x_i) \leq 1, \\ 0 \leq A(x_i) \leq 1, 0 \leq 1 - \mu_A(x_i) \leq 1,$$

于是有 $0 \leq 1 - \mu_A(x_i) - A(x_i) \leq 1$. 又因为 $\mu_A(x_i) A(x_i) \leq 1 - A(x_i) - 1 - \mu_A(x_i)$, 所以 $1 - A(x_i) \geq (1 - \mu_A(x_i))(1 - \mu_A(x_i) - A(x_i))$.

从而可知

$$\frac{1 - A(x_i)}{1 - \mu_A(x_i)} \geq 1 - \mu_A(x_i) - A(x_i) \geq A(x_i).$$

同理,当 $\mu_A(x_i) > A(x_i)$ 时,有

$$\frac{\min(\mu_A(x_i), A(x_i)) + A(x_i)}{\max(\mu_A(x_i), A(x_i)) + A(x_i)} = \frac{1 - \mu_A(x_i)}{1 - A(x_i)} \geq A(x_i),$$

故有

$$E(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\min(\mu_A(x_i), A(x_i)) + A(x_i)}{\max(\mu_A(x_i), A(x_i)) + A(x_i)} \geq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A(x_i).$$

5 算 例

例 1 设

$$A_1 = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6} \right\}, A_2 = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 \right\},$$

$$A_3 = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right\}.$$

根据式(1),计算可得

$$E(A_1) = \frac{\min(\mu_{A_1}(x), A_1(x)) + A_1(x)}{\max(\mu_{A_1}(x), A_1(x)) + A_1(x)} = \frac{\min(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}) + \frac{1}{6}}{\max(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}) + \frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{6}} = \frac{3}{4},$$

$$E(A_2) = \frac{\min(\mu_{A_2}(x), A_2(x)) + A_2(x)}{\max(\mu_{A_2}(x), A_2(x)) + A_2(x)} = \frac{\min(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) + 0}{\max(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) + 0} = \frac{\frac{1}{2} + 0}{\frac{1}{2} + 0} = 1,$$

$$E(A_3) = \frac{\min(\mu_{A_3}(x), A_3(x)) + A_3(x)}{\max(\mu_{A_3}(x), A_3(x)) + A_3(x)} = \frac{\min(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}) + \frac{1}{4}}{\max(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}) + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{2}{3},$$

$$E(A) = \frac{1}{3} \{ E(A_1) + E(A_2) + E(A_3) \} = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{4} + 1 + \frac{2}{3} \right) = 0.81.$$

上述结果表明,由本文提出的直觉模糊熵的计算公式得出的模糊信息量确实比文献[11]所给出

$E(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (1 - (\mu_A(x_i) + A(x_i)))$ 计算的模糊信息量多. 特别地,对于基于直觉指数所表征的中立证据中支持与反对的程度呈均衡状态的情况,即 $A_2 = \{0.5, 0.5, 0\}$ 时, $E(A_2) = 1$, 这也与本文的直观约束条件 2 是一致的. 而文献[11]对于这种形如 $\{0.5, 0.5\}$ 的 IFS 值的模糊性却无从刻画. 更为重要的是,在今后的研究中,探讨利用直觉模糊熵所描述的模糊信息来处理基于 IFS 集的模糊推理时,可保证推理过程中信息不丢失,从而推导出更加符合人们直觉的逻辑理论. 因此,证明了所提出的直觉模糊熵的构造方法比文献[11]给出的计算模糊熵的方法更加正确、合理、有效.

例 2 设

$$A_1 = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6} \right\}, A_2 = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 \right\},$$

$$A_3 = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right\}.$$

根据式(2),计算可得

$$E(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A(x_i) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{6} + 0 + \frac{1}{4} \right) = 0.14.$$

由以上结果可知,由式(2)计算出的模糊熵的信息量确实比式(1)计算出的信息量小得多,从而说明无论是 $\mu_A(x_i) > A(x_i)$, 或 $\mu_A(x_i) < A(x_i)$, 总可以利用定理 2 中提出的公式计算出直觉模糊熵的最小值. 通过对上述公式的证明和算例分析,验证了所提出的这种隶属度和非隶属度在不同关系下的一种直觉模糊熵的最小值计算方法是正确、合理的,也更加符合人们的直觉.

6 结 语

本文针对直觉指数所表征的中立证据中支持与反对的程度呈均衡状态的假设,揭示了影响直觉模

模糊熵大小的 3 个相互作用因素之间的内部关系,给出了直觉模糊熵的几何解释. 分析了满足直觉模糊熵的直观约束条件,提出了一种直觉模糊熵的公理化定义(定理 1),揭示了直觉模糊熵最小值计算性质(定理 2). 通过算例分析比较,验证了本文方法可有效解决文献[11]中存在的问题,可推导出更加符合人们直觉的逻辑理论,表明该方法是正确、合理、有效的.

参考文献(References)

- [1] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.
- [2] 李凡, 卢安, 蔡立晶. 关于 Vague 集的模糊熵及其构造[J]. 计算机应用与软件, 2002, 19(2): 10-12.
(Li Fan, Lu An, Cai Li-jing. Fuzzy entropy of Vague sets and its construction method [J]. Computer Application and Software, 2002, 19(2): 10-12.)
- [3] 李凡, 卢安, 余智. 一类 Vague 集模糊熵的构造方法[J]. 华中科技大学学报, 2001, 29(9): 1-3.
(Li Fan, Lu An, Yu Zhi. Fuzzy entropy of Vague sets and its construction method[J]. J of Huazhong Science and Technology University, 2001, 29(9): 1-3.)
- [4] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [5] Atanassov K. More on intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 33(1): 37-46.
- [6] Atanassov K. New operations defined over the intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 61(2): 137-142.
- [7] 雷英杰, 王宝树, 苗启广. 直觉模糊关系及其合成运算[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(2): 113-118.
(Lei Ying-jie, Wang Bao-shu, Miao Qi-guang. On the intuitionistic fuzzy relations with compositional operations [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2005, 25(2): 113-118.)
- [8] 雷英杰, 王宝树, 路艳丽. 直觉模糊逻辑的近似推理方法[J]. 控制与决策, 2006, 21(3): 305-310.
(Lei Ying-jie, Wang Bao-shu, Lu Yan-li. Techniques for approximate reasoning based on intuitionistic fuzzy logic [J]. Control and Decision, 2006, 21(3): 305-310.)
- [9] Lei Y J, Wang B S. Study on the control course of ANFIS based aircraft auto-landing [J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2005, 16(3): 583-587.
- [10] 李晓萍. 关于三角模的直觉模糊群及其同态像[J]. 模糊系统与数学, 2005, 19(1): 57-62.
(Li Xiao-ping. The intuitionistic fuzzy group with respect to trigonal norms and its homomorphic image [J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2005, 19(1): 57-62.)
- [11] Burillo P, Bustince H. Entropy on intuitionistic fuzzy sets and on interval-valued fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78(3): 305-316.
- [12] Eulalia Szmídt, Janusz Kacprzyk. Entropy for intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 118(3): 467-477.
- [13] Luca A De, Termini S, A definition of a non-probabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory [J]. Information and Control, 1972, 20(5): 301-312.

(上接第 1384 页)

- [7] 韩庆兰, 蔡军. 产品成本设计中目标成本的确定及评价[J]. 山西财经大学学报, 2006, 28(3): 130-133.
(Han Qing-lan, Cai Jun. Determining and assessing the target cost in product cost design [J]. J of Shanxi Finance and Economics University, 2006, 28(3): 130-133.)
- [8] Kreng Victor B, Lee Tseng-pin. Modular product design with grouping genetic algorithm — A case study [J]. Computers and Industrial Engineering, 2004, 46(3): 443-460.
- [9] Jose Alberto, Tollenaere Michel. Modular and platform methods for product family design: Literature analysis [J]. J of Intelligent Manufacturing, 2005, 16(3): 371-390.
- [10] Zha Xuan F, Du H. Manufacturing process and material selection in concurrent collaborative design of MEMS devices [J]. J of Micromechanics and Micro Engineering, 2003, 13(5): 509-522.