第 22 卷 第 12 期
Vol. 22 No. 12

控 制 与 决 策
Control and Decision

2007 年 12 月
Dec. 2007

文章编号: 1001-0920(2007)12-1429-04

基于 WC-OWA 算子的随机多准则决策方法

王坚强, 任 剑

(中南大学 商学院, 长沙 410083)

摘 要: 针对准则权重信息不完全确定且准则值为正态分布随机变量的多准则决策问题,提出一种基于 WC-OWA 算子的多准则决策方法. 该方法根据正态分布 3σ 原则,将正态分布准则值转化为区间数,并利用连续区间有序加权平均算子集结区间数,通过方案贴近度和加权的连续区间有序加权平均算子建立非线性规划模型,利用遗传算法对模型进行求解,得到准则的最优权系数,进而确定方案的排序. 实例分析表明了所提出方法的有效性和可行性.

关键词: 随机多准则决策; 加权的连续区间有序加权平均算子; 贴近度; 遗传算法

中图分类号: C934 **文献标识码**: A

Stochastic multi-criteria decision-making method based on WC-OWA operator

WANG Jian-qiang, REN Jian

(School of Business, Central South University, Changsha 410083, China. Correspondent: WANG Jian-qiang, E-mail: jqwang@csu.edu.cn)

Abstract: For stochastic multi-criteria decision-making problems, in which the information on criteria's weights is incomplete certain and criteria's values of alternatives are normal distribution, a method based on WC-OWA operator is proposed. In this method, according to 3σ principle of normal distribution, the criteria's values of alternatives are transformed into interval numbers. Interval numbers are aggregated by using C-OWA operator. By using ideal close-degree and WC-OWA operator, a nonlinear programming model is constructed. Then, the optimal criteria's weights are obtained by using genetic algorithms to solve the nonlinear programming model. Ranking of alternatives is performed. Finally, an example shows the feasibility and effectiveness of this method.

Key words: Stochastic multi-criteria decision-making; WC-OWA; Close-degree; Genetic algorithms

1 引 言

在不确定性多准则决策问题中,准则值为随机变量的情况大量存在,如何处理满足一定概率分布的随机变量的准则值是其难点. 目前,主要有 3 种处理方法:期望效用值方法[1,2],随机支配(Stochastic Dominace)规则方法[3,4]和随机模拟方法[5,6]. 第 1 种方法通常假设决策者为风险中性的,因此可能导致处理结果与现实情况不一致;第 2 种方法考虑了决策者不同风险偏好的情况,但处理过程较为复杂,计算量较大;第 3 种方法利用了计算机模拟技术,提高了决策过程的科学性,但可能会忽略一些重要的主观因素. 在社会经济生活中,正态分布是最重要、最常见的一种分布,其重要性主要表现在以下 2 方面:1) 正态分布是最常见的一种分布. 通常,如果影响某一数量指标的随机因素很多,而每个因素所起的作用都不太大,那么这个指标服从正态分布,例如农作物的收获量以及许多商品的需求量与供给量等,都服从或近似服从正态分布. 2) 很多其他分布可用正态分布近似描述,同时一些其他分布又可通过正态分布推导得出. 因此,研究准则值为正态分布随机变量的多准则决策问题具有理论价值和实际意义.

对于上述多准则决策问题,文献[7]在经典 DEA 模型的基础上,增加了多个评价目标,提出了多目标随机 DEA 评价模型,但它仅考虑了准则权重完全确定的情况. 对于准则值为正态分布随机变

收稿日期: 2006-08-13; **修回日期**: 2006-10-30.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(70631004); 国家自然科学基金项目(70771115); 湖南省哲学社会科学立项课题(0608064A); 湖南科技计划项目(06FJ4126).

作者简介: 王坚强(1963 —),男,湖南湘潭人,教授,博士,从事决策理论与应用、风险管理与控制等研究; 任剑(1979 —),男,湖南岳阳人,博士生,从事信息系统开发、决策理论与应用的研究.

量、准则权重、决策者风险偏好等参数不确定或不能完全确定的随机多准则决策问题,由于问题本身的复杂性和技术条件等原因,研究成果并不多见.为此,本文根据正态分布的 3σ 原则,提出了一种基于 WC-OWA 算子的随机多准则决策方法,以满足这类决策的需要.

2 基于 WC-OWA 算子的信息不完全确定的随机多准则决策方法

2.1 问题描述

对于某一个随机多准则决策问题,设有 n 个方案,记为 $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$, m 个评价准则,记为 $C = \{C_1, C_2, \cdots, C_m\}$,准则 $C_j\,(j = 1, \cdots, m)$ 的权重为 ω_j,且有 $0 \leq \omega_j \leq 1$, $\omega_1 + \omega_2 + \cdots + \omega_m = 1$.对于方案 $a_i\,(i = 1, \cdots, n)$,按准则 $C_j\,(j = 1, \cdots, m)$ 进行评价,得到 a_i 关于 C_j 的准则值 X_{ij}.这里 X_{ij} 为服从正态分布的随机变量,即 $X_{ij} \sim N(\mu_{ij}, \sigma_{ij})$,其中 μ_{ij} 和 σ_{ij} 已知.试确定这些方案的排序.

2.2 准则权重的不完全确定信息

准则权重是一个重要参数,在实际决策中,由于知识和经验等原因,很难准确地给出准则权重,或很难对一些准则重要性程度进行两两比较,因而不能使用 AHP, ANP 和 CNP 等方法确定其权重.但能给出准则权重间的关系,如某一准则的权重在某一区间内变化;一个准则比另一准则更重要;几个准则的权重确定,而其他准则的权重未知等.这样的信息称为准则权重的不完全确定信息,它可分成下列 3 类[8]:

1) $\{\omega: A_1\omega \geq b, \omega > 0, b \geq 0\}$;

2) $\{\omega: A_1\omega \leq b, \omega > 0, b \geq 0\}$;

3) $\{\omega: A_1\omega = b, \omega > 0, b \geq 0\}$.

其中: $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_m)^{\mathrm{T}}$, A_1 是 $1 \times m$ 矩阵.

设 Ω 表示决策者给出的准则权重不完全确定信息的权重空间.

2.3 基于 WC-OWA 算子的信息不完全确定的随机多准则决策步骤

基于 WC-OWA 算子的信息不完全确定的随机多准则决策步骤如下:

1) 将满足正态分布的准则值转化为随机区间数.根据正态分布的 3σ 原则,当准则值是服从正态分布的随机变量,且决策者无法获得更多准则取值的信息时,可将其看作服从有限区间上均匀分布的随机变量[9].服从正态分布的准则值 $X_{ij} \sim N(\mu_{ij}, \sigma_{ij})\,(i = 1, \cdots, n,\ j = 1, \cdots, m)$ 转化为服从均匀分布的随机区间数 $\tilde{a}_{ij} = [a_{ij}^L, a_{ij}^U]$, $i = 1, \cdots, n$, $j = 1, \cdots, m$.其中: $a_{ij}^L = \mu_{ij} - 3\sigma_{ij}$, $a_{ij}^U = \mu_{ij} + 3\sigma_{ij}$.

2) 对随机区间数进行规范化处理.将随机区间数 $\tilde{a}_{ij} = [a_{ij}^L, a_{ij}^U]\,(i = 1, \cdots, n,\ j = 1, \cdots, m)$ 转化为规范化随机区间数 $\tilde{r}_{ij} = [r_{ij}^L, r_{ij}^U]\,(i = 1, \cdots, n,\ j = 1, \cdots, m)$[10,11].

若准则为效益型,则

$$r_{ij}^L = \frac{a_{ij}^L}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(a_{ij}^U)^2}},\quad r_{ij}^U = \frac{a_{ij}^U}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(a_{ij}^L)^2}};$$

若准则为成本型,则

$$r_{ij}^L = \frac{1}{a_{ij}^U \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(1/a_{ij}^L)^2}},$$

$$r_{ij}^U = \frac{1}{a_{ij}^L \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(1/a_{ij}^U)^2}}.$$

3) 方案准则的集成.利用 WC-OWA 算子对方案 $a_i\,(i = 1, \cdots, n)$ 的准则值进行集成,求得各方案的综合准则值为

$$Z_i(\omega) = g_\omega(\tilde{r}_{i1}, \cdots, \tilde{r}_{im}) = \sum_{j=1}^{m}\omega_j f_\rho(\tilde{r}_{ij}),\ i = 1, \cdots, n. \tag{1}$$

其中: $f_\rho(\tilde{r}_{ij})\,(i = 1, \cdots, n,\ j = 1, \cdots, m)$ 由 C-OWA 算子确定[12],即

$$f_\rho(\tilde{r}_{ij}) = \int_0^1 \frac{\mathrm{d}\rho(y)}{\mathrm{d}y}(r_{ij}^U - y(r_{ij}^U - r_{ij}^L))\,\mathrm{d}y. \tag{2}$$

其中 ρ 为基本的单位区间单调(basic unit-interval monotonic)函数,它与决策者的风险态度有关[13].

4) 模型的建立.对每一方案分别建立如下模型:

$$\max\ Z_i(\omega) = \sum_{j=1}^{m}\omega_j f_\rho(\tilde{r}_{ij}),$$
$$\mathrm{s.t.}\begin{cases}\omega \in \Omega,\\ \sum_{j=1}^{m}\omega_j = 1;\end{cases} \tag{3}$$

$$\min\ Z_i(\omega) = \sum_{j=1}^{m}\omega_j f_\rho(\tilde{r}_{ij}),$$
$$\mathrm{s.t.}\begin{cases}\omega \in \Omega,\\ \sum_{j=1}^{m}\omega_j = 1.\end{cases} \tag{4}$$

上述模型为线性规划模型,利用单纯形法求得方案 a_i 的集成值,分别记为 $Z_i^{\max}$ 和 $Z_i^{\min}$.这样得到方案集的正理想方案为 $Z^{\max} = (Z_1^{\max}, \cdots, Z_n^{\max})^{\mathrm{T}}$ 和负理想方案为 $Z^{\min} = (Z_1^{\min}, \cdots, Z_n^{\min})^{\mathrm{T}}$.

5) 确定方案贴近度函数.方案的贴近度为[11]

$$s(w) = \frac{\sum_{i=1}^{n}Z_i^{\max}Z_i(w)\ \cdot}{\sum_{i=1}^{n}Z_i^{\max}Z_i(w)\ \cdot\ \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(Z_i^{\min})^2}\ +} \rightarrow$$

$$\leftarrow \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(Z_i^{\max})^2}}{\sum_{i=1}^{n} Z_i^{\min} Z_i(w) \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(Z_i^{\max})^2}}.$$

$\forall \omega \in \Omega, s(\omega)$ 值越大,方案的综合准则值向量 $Z(\omega) = (Z_1(\omega), \cdots, Z_n(\omega))^{\mathrm{T}}$ 与正理想方案越贴近,从而方案在整体上越接近最佳状态;反之,与负理想方案越贴近,方案在整体上越远离最佳状态. 因此,建立下列规划模型:

$$\max s(\omega),\quad \text{s.t.}\begin{cases}\omega \in \Omega,\\ \sum_{j=1}^{m}\omega_j = 1.\end{cases} \tag{5}$$

由于非线性规划模型(5) 的目标函数较为复杂,采用传统方法求解比较困难,在此采用遗传算法求解[14]. 求解式(5) 得到最优准则权重向量为 $\omega^* = (\omega_1^*, \omega_2^*, \cdots, \omega_m^*)^{\mathrm{T}}$,根据 ω^* 得到

$$Z(\omega^*) = (Z_1(\omega^*), \cdots, Z_n(\omega^*))^{\mathrm{T}}.$$

6) 方案排序. 按 $Z_i(\omega^*)$ $(1 \le i \le n)$ 的大小,确定方案的排序.

3　实例分析

某风险投资公司决定对一个项目进行投资,现有 6 个投资方案 a_i $(1 \le i \le 6)$,考核指标(即准则)有:投资额 C_1(万元),风险损失值 C_2(万元),风险盈利值 C_3(万元). 决策者给出准则权重满足条件 $0.30 \le \omega_1 \le 0.50$, $0.25 \le \omega_2 \le 0.30$, $0.35 \le \omega_3 \le 0.40$. 初始随机决策矩阵见表 1,试确定最优投资方案.

表 1　初始随机决策矩阵

	C_1	C_2	C_3
a_1	$N(375,94)$	$N(251,63)$	$N(131,33)$
a_2	$N(394,131)$	$N(264,82)$	$N(138,39)$
a_3	$N(356,150)$	$N(251,75)$	$N(131,39)$
a_4	$N(469,150)$	$N(314,100)$	$N(164,72)$
a_5	$N(450,169)$	$N(301,113)$	$N(157,85)$
a_6	$N(488,281)$	$N(339,126)$	$N(183,124)$

将正态分布的准则值转化为随机区间数,再将其规范化,所得结果如表 2 和表 3 所示. 假定 $\rho(y) = y^2$,通过 WC-OWA 算子对各方案各准则值进行集结,结果如表 4 所示.

根据式(3) 和(4),分别建立各方案的线性规划模型,通过 Matlab 编程求得

$$Z^{\max} = (0.3141, 0.3122, 0.3175, 0.3107, 0.3091, 0.3203)^{\mathrm{T}};$$

$$Z^{\min} = (0.3036, 0.3005, 0.3083, 0.2949, 0.2944, 0.3024)^{\mathrm{T}}.$$

表 2　随机区间数决策矩阵

	C_1	C_2	C_3
a_1	[345.913 9, 404.086 1]	[227.188 2, 274.811 8]	[113.766 3, 148.233 7]
a_2	[359.663 4, 428.336 6]	[236.833 8, 291.166 2]	[119.265 0, 156.735 0]
a_3	[319.257 7, 392.742 3]	[225.019 2, 276.980 8]	[112.265 0, 149.735 0]
a_4	[432.257 7, 505.742 3]	[284.000 0, 344.000 0]	[138.544 2, 189.455 8]
a_5	[411.000 0, 489.000 0]	[269.109 6, 332.890 4]	[129.341 4, 184.658 6]
a_6	[437.710 8, 538.289 2]	[305.325 1, 372.674 9]	[149.593 4, 216.406 6]

表 3　规范化的随机区间数决策矩阵

	C_1	C_2	C_3
a_1	[0.212 0, 0.300 8]	[0.311 7, 0.458 0]	[0.263 9, 0.473 3]
a_2	[0.200 0, 0.289 3]	[0.294 2, 0.439 4]	[0.276 7, 0.500 5]
a_3	[0.218 1, 0.325 9]	[0.309 3, 0.462 5]	[0.260 5, 0.478 1]
a_4	[0.169 4, 0.240 7]	[0.249 0, 0.366 4]	[0.321 4, 0.605 0]
a_5	[0.175 2, 0.253 2]	[0.257 3, 0.386 7]	[0.300 1, 0.589 7]
a_6	[0.159 1, 0.237 7]	[0.229 9, 0.340 8]	[0.347 1, 0.691 0]

表 4　集结后的决策矩阵

	C_1	C_2	C_3
a_1	0.241 6	0.360 5	0.333 7
a_2	0.229 8	0.342 6	0.351 3
a_3	0.254 1	0.360 3	0.333 0
a_4	0.193 2	0.288 1	0.415 9
a_5	0.201 2	0.300 4	0.396 6
a_6	0.185 3	0.266 8	0.461 7

根据式(5) 建立非线性规划模型,利用遗传算法,通过 Matlab 编程求得最优准则权重向量 $\omega^* = (0.3000, 0.3000, 0.4000)^{\mathrm{T}}$,方案贴近度 $s(\omega^*) = 0.5000$,方案基于最优准则权重向量的综合准则值向量 $Z(\omega^*) = (0.3141, 0.3122, 0.3175, 0.3108, 0.3091, 0.3203)^{\mathrm{T}}$. 因此,方案的排序为 $a_6 \succ a_3 \succ a_1 \succ a_2 \succ a_4 \succ a_5$.

利用区间值的多准则决策方法进行求解得到的结果与上述结果相同. 同时通过对表 1 和表 2 中数据进行分析,上述结果是合理的.

4　结　　论

本文针对准则权重信息不完全确定且准则值为正态分布随机变量的多准则随机决策问题,利用正态分布的 3σ 原则和 WC-OWA 算子提出了一种求解方法. 该方法适用于不同风险偏好类型的决策群

体,也可用来解决准则权重信息完全确定或没有任何权重信息的情况.实际应用表明,本文方法操作性较强,可应用于各类相应的决策中.

参考文献(References)

[1] 马本江,邱菀华. 一类随机决策模型的期望最优解及其经济意义[J]. 系统工程,2004,22(1):24-28.
(Ma Ben-jiang, Qiu Wan-hua. The expected optimal solution of some stochastic decision models and its economic explanation[J]. Systems Engineering, 2004, 22(1): 24-28.)

[2] 姚升保,岳超源. 基于综合赋权的风险型多属性决策方法[J]. 系统工程与电子技术,2005,27(12):2047-2050.
(Yao Sheng-bao, Yue Chao-yuan. Method for multiple attribute decision-making under risk based on synthetic weighting[J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(12): 2047-2050.)

[3] Kazimierz Zaras. Rough approximation of a preference relation by a multi-attribute stochastic dominance for determinist and stochastic evaluation problems[J]. European J of Operational Research, 2001, 130(2): 305-314.

[4] Kazimierz Zaras. Rough approximation of a preference relation by a multi-attribute dominance for deterministic, stochastic and fuzzy decision problems[J]. European J of Operational Research, 2004, 159(1): 196-206.

[5] Risto Lahdelma, Joonas Hokkanen, Pekka Salminen. SMAA: Stochastic multi objective acceptability analysis[J]. European J of Operational Research, 1998, 106(1): 137-143.

[6] Risto Lahdelma, Pekka Salminen. SMAA-2: Stochastic multicriteria acceptability analysis for group decision making[J]. Operations Research, 2001, 49(3): 444-454.

[7] 田军,何德权,黄登仕. 基于多目标随机 DEA 模型的投资决策评价方法及应用[J]. 中国管理科学,2000,8(4):43-49.
(Tian Jun, He De-quan, Huang Deng-shi. Approach and application of evaluation investment based on multiple criteria random DEA model[J]. Chinese J of Management Science, 2000, 8(4): 43-49.)

[8] 王坚强. 基于离差优化的信息不完全确定的多准则分类方法[J]. 控制与决策,2006,21(5):513-516.
(Wang Jian-qiang. Multi-criteria classification approach with incomplete certain information base on optimizing deviation of categories[J]. Control and Decision, 2006, 21(5): 513-516.)

[9] 姚景尹. 概率统计[M]. 北京:兵器工业出版社,1995,73-74.
(Yao Jing-yin. Probabilty statistic[M]. Beijing: Weapon Industry Publishing Company, 1995: 73-74.)

[10] 樊治平,张全. 一种不确定性多属性决策模型的改进[J]. 系统工程理论与实践,1999,19(12):42-47.
(Fan Zhi-ping, Zhang Quan. The revision for the uncertain multiple attribute decision-making models[J]. Systems Engineering —Theory & Practice, 1999, 19(12): 42-47.)

[11] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京:清华大学出版社,2005.
(Xu Ze-shui. Uncertain multi-attribute decision-making method and application[M]. Beijing: Tsinghua University Publishing Company, 2005.)

[12] 徐泽水. 拓展的 C-OWA 算子及其在不确定多属性决策中的应用[J]. 系统工程理论与实践,2005,25(11):7-13.
(Xu Ze-shui. Extended C-OWA operators and their use in uncertain multi-attribute decision making[J]. Systems Engineering —Theory & Practice, 2005, 25(11): 7-13.)

[13] Yager R R. OWA aggregation over a continuous interval argument with applications to decision making[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: Part B, 2004, 34(5): 1952-1963.

[14] 玄光男,程润伟. 遗传算法与工程优化[M]. 北京:清华大学出版社,2004.
(Xuan Guang-nan, Cheng Run-wei. Genetic algorithms and engineering optimization[M]. Beijing: Tsinghua University Publishing Company, 2004.)