文章编号: 1001-0920(2007)12-1352-05

R-WGA 算子的构建及其在群决策分析中的应用

章 玲, 周德群, 李存芳
(南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016)

摘 要: 在群决策问题中,决策属性间与专家偏好间均可能存在关联,需定义新的集结算子来计算决策方案的综合评价值.为此,在传统加权几何平均(WGA)算子和模糊测度理论的基础上,构建关联加权几何平均(R-WGA)算子,探讨该算子的性质,给出基于 R-WGA 算子的群决策分析方法.研究表明,R-WGA 算子是 WGA 算子的推广,与 Choquet积分一样,R-WGA 算子也可用于求解基于关联的决策问题.

关键词: 群决策分析; 关联; 模糊测度; R-WGA 算子
中图分类号: N945.25 **文献标识码**: A

R-WGA operator and its application in group decision-making

ZHANG Ling, ZHOU De-qun, LI Cun-fang
(College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China. Correspondent: ZHANG Ling, E-mail: pawlin@126.com)

Abstract: In the problems of group decision making, interaction exists among the decision-making attributes and preference of experts, so it is necessary to define the new aggregate tool for calculating the synthetic values of the alternatives. The concept and properties of the new aggregation operator, R-WGA, are analyzed based on the WGA operator and fuzzy measures. The method of group decision-making is given based on R-WGA operator. The facts are pointed out that the R-WGA operator is the generic form of the WGA operator and R-WGA operator can act as the aggregate tools of the multiple attributes decision-making problems like the Choquet integral.

Key words: Group decision-making; Interaction; Fuzzy measures; R-WGA operator

1 引 言

加权平均(WA)方法是多属性决策分析的常用集结方法[1,2].实际多属性决策问题中决策属性间可能存在关联.由于属性间存在关联,属性重要程度的可加性遭到破坏,使得 WA 方法失效.例如,依据应用统计学、概率论与随机过程和线性代数 3 门课的成绩对学生进行考核,通常概率论与随机过程学得好的学生,其应用统计学成绩也不会很差,若对这 3 门课程按照 WA 方法计算学生的综合评价值,则会高估学生[1].再如,依据价格、性能和售后服务 3 个属性对设备进行选择,常会出现这样的情形:性能好的设备其价格也会较高,若按 WA 方法计算设备方案的综合评价值,则会因为价格和性能 2 个属性的关联而抵消这 2 个属性各自的独立贡献.文献[1,3-6]给出了一些属性间存在关联的多属性决策问题案例.

在系统决策过程中,为了尽可能避免单方面或人为的偏向性,减少决策中可能产生的失误,通常采用群决策的方法对问题进行分析、判断和决策[7-9].在群决策中,专家的偏好受到其社会地位、权力、威望、知识、期望等因素的影响:社会地位、权力、威望、知识、期望等因素相同(或相似)的专家,他们的偏好通常较为接近,即偏好间存在一定冗余关联,若运用 WA 方法对这些专家的偏好进行集结,则可能高估方案的综合评价值;社会地位、权力、威望、知识、期望等因素相异的专家,他们的偏好间存在一定互补关联,若运用 WA 方法对这些专家的偏好进行集结运算,则可能低估方案的综合评价值.

为了解决基于关联的多属性决策问题,Sugeno 等提出了模糊测度的概念[10];Marichal 对大量模糊测度的文献进行综述,总结出事物间任何关联(相关关联、互补/冗余关联和偏好间的关联)均可用模糊

收稿日期: 2006-10-13; **修回日期**: 2007-01-22.
基金项目: 国家自然科学基金项目(90510010); 教育部博士点基金项目(20050287026).
作者简介: 章玲(1979—),女,安徽肥东人,讲师,从事复杂系统评价与决策的研究; 周德群(1963—),男,江苏建湖人,教授,博士生导师,从事复杂系统评价与决策等研究.

测度进行度量[1]. 基于模糊测度,Schmeidler 等将加权算术平均(WAA)算子扩展到基于关联的决策分析中,并将其定义为 Choquet 积分[11]. 该积分满足单调性、幂等性、介质性等性质,适合作为基于关联的多属性决策的集结算子[1]. 目前,模糊测度和 Choquet 积分已广泛应用于数据挖掘[12]、经济研究[5]、政策制定[13,14]等多个领域. 与 WAA 算子类似,加权几何平均(WGA)算子仅用作无关联多属性决策分析问题的集结算子[15-18].

本文基于模糊测度和 WGA 算子构建基于关联的加权几何平均(R-WGA)算子,分析该算子的性质,并提出了基于 R-WGA 算子的群决策方法. 指出 R-WGA 算子是传统 WGA 算子的更一般形式,WGA 算子是 R-WGA 算子在属性间相互独立情形下的特例,与 Choquet 积分一样,R-WGA 算子将成为又一个基于关联决策问题的集结算子.

2　R-WGA 算子及其性质

定义 R-WGA 算子之前,首先给出 WGA 算子和模糊测度的定义.

2.1　基本概念

设集合 $A = (1,2,\cdots,n)$,定义在 A 上的权重向量为 $W = (w(1),\cdots,w(n))^{\mathrm{T}}$. 其中:$w(i) \in [0,1]$, $\sum_{i=1}^{n} w(i) = 1$. 设 $f: R^{n+} \to R^{+}$,若 $f(x_1,\cdots,x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_i^{w(i)}$,则称函数 f 为 n 维 WGA 算子[15]. 该算子具有单调性、幂等性和介质性等性质[15]. WGA 算子属于 WA 方法,应用 WGA 求解群决策问题时要求决策属性间相互独立、决策者偏好间相互独立.

设 $P(A)$ 为 A 的幂集,模糊测度[3-9]为定义在 $P(A)$ 上的集函数 $\mu: P(A) \to [0,1]$,并且该函数满足以下性质:

性质 1　$\mu(\Phi) = 0$, $\mu(A) = 1$.

性质 2　$M \subseteq N \subseteq A$, $\mu(M) \le \mu(N) \le \mu(A)$.

对于任意 $S \in P(A)$, $\mu(S)$ 可解释为属性(属性集)S 的权重或重要程度. 对于任意 $M, N \in P(A)$, $M \cap N = \Phi$,若 $\mu(M) + \mu(N) < \mu(M \cup N)$,则说明 M 与 N 间存在补充关联;若 $\mu(M) + \mu(N) > \mu(M \cup N)$,则说明 M 与 N 间存在冗余关联;若 $\mu(M) + \mu(N) = \mu(M \cup N)$,则说明 M 与 N 相互独立.

2.2　R-WGA 算子及其性质

下面根据 WGA 算子和模糊测度理论定义 R-WGA 算子.

定义 1　设 $F: R^{n} \to R^{+}$,若

$$F(x_1,\cdots,x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_{(i)}^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]},$$

其中:$x_{(i)}$ 表示 x_i 向量的变换,使得 $x_{(1)} \le \cdots \le x_{(n)}$;函数 μ 是定义在 $P(A)$ 上的模糊测度,$A_{(i)} = ((i),\cdots,(n))$,且 $\mu(A_{(n+1)}) = 0$. 则称函数 F 为 n 维 R-WGA 算子.

定理 1(有序单调性)　设 $(x_1,\cdots,x_n)$, $(z_1,\cdots,z_n)$ 为 2 个按升序列排列的向量,且对于任意 $i(1 \le i \le n)$ 均有不等式 $x_i \ge z_i$ 成立,则

$$F(x_1,\cdots,x_n) \ge F(z_1,\cdots,z_n). \tag{1}$$

证明

$$F(x_1,\cdots,x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_{(i)}^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]},$$

$$F(z_1,\cdots,z_n) = \prod_{i=1}^{n} z^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]}.$$

因为 $(x_1,\cdots,x_n)$ 是按升序列排列的向量,所以 x_i 是 $(x_1,\cdots,x_n)$ 中第 i 小的元素,即 $x_i = x_{(i)}$;同理,$z_i = z_{(i)}$. 因为对于任意 $i(1 \le i \le n)$ 均有不等式 $x_i \ge z_i$ 成立,所以 $x_{(i)} \ge z_{(i)}$ 成立. 又因为 $A_{(i+1)} \subseteq A_{(i)}$,所以 $\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)}) \ge 0$. 故 $F(x_1,\cdots,x_n) \ge F(z_1,\cdots,z_n)$. □

定理 2(单调性)　设 $(x_1,\cdots,x_n)$ 为一组数据向量,则对于任意元素 $x_i(1 \le i \le n)$, $F(x_1,\cdots,x_n)$ 为增函数.

证明

$$F(x_1,\cdots,x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_{(i)}^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]}, \tag{2}$$

$$\ln F(x_1,\cdots,x_n) = \sum_{i=1}^{n} (\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})) \ln x_{(i)},$$

$$\frac{\partial \ln F(x_1,\cdots,x_n)}{\partial x_{(i)}} = \frac{\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})}{x_{(i)}}.$$

因为 $A_{(i+1)} \subset A_{(i)}$, $\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)}) > 0$,所以

$$\frac{\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})}{x_{(i)}} > 0.$$

因此对于任意 x_i, $1 \le i \le n$, $\ln F(x_1,\cdots,x_n)$ 为增函数. $\ln F(x_1,\cdots,x_n)$ 和函数 $F(x_1,\cdots,x_n)$ 同方向变化,所以 $F(x_1,\cdots,x_n)$ 也是关于 x_i 的增函数. □

定理 3(幂等性)　设 $(x_1,\cdots,x_n)$ 为一组数据向量,对于任意 $i(1 \le i \le n)$ 均有等式 $x_i = x$ 成立,则

$$F(x_1,\cdots,x_n) = x. \tag{3}$$

证明　因为对于任意 $i(1 \le i \le n)$ 均有等式 $x_i = x$ 成立,所以对于任意 i,等式 $x_{(i)} = x$ 必然成立. 又因为

$$\sum_{i=1}^{n} [\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})] =$$
$$(\mu(A_{(1)}) - \mu(A_{(2)})) + (\mu(A_{(2)}) -$$

$$\mu(A_{(3)})) + \cdots + (\mu(A_{(n)}) - \mu(A_{(n+1)})) = \mu(A_{(1)}) - \mu(A_{(n+1)}) = 1,$$

所以

$$F(x_1, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_{(i)}^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]} = \prod_{i=1}^{n} x^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]} = x_i^{\sum_{i=1}^{n}[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]} = x. \square$$

定理4(介质性) 设$(x_1, \cdots, x_n)$为一组数据向量,其最大值为x^*,最小值为x_*,则

$$x_* \leq F(x_1, \cdots, x_n) \leq x^*. \quad (4)$$

证明 构建$(y_1, \cdots, y_n)$和$(z_1, \cdots, z_n)$两组数据向量,且对于任意$i(1 \leq i \leq n)$均有等式$y_i = x_*$和$z_i = x^*$成立.

依据定理3,易知$F(y_1, \cdots, y_n) = x_*$, $F(z_1, \cdots, z_n) = x^*$成立.

对于任意i有等式$y_i = x_*$成立. 又$x_i \geq x_*$,所以对于任意i有不等式$x_i \geq y_i$成立. 依据定理2,得$F(y_1, \cdots, y_n) \leq F(x_1, \cdots, x_n)$成立. 同理$F(x_1, \cdots, x_n) \leq F(z_1, \cdots, z_n)$成立. 故$x_* \leq F(x_1, \cdots, x_n) \leq x^*$. □

定理5(规模不变性) 设$(x_1, \cdots, x_n)$为一组数据向量,r为非负常数,则

$$F(rx_1, \cdots, rx_n) = rF(x_1, \cdots, x_n). \quad (5)$$

证明 若r为正常数,则

$$F(rx_1, \cdots, rx_n) = \prod_{i=1}^{n}(rx_{(i)})^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]} = \prod_{i=1}^{n}(r)^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]}(x_{(i)})^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]} = \Big(\prod_{i=1}^{n}(r)^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]}\Big)\Big(\prod_{i=1}^{n}(x_{(i)})^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]}\Big) = r\Big(\prod_{i=1}^{n}(x_{(i)})^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]}\Big) = rF(x_1, \cdots, x_n).$$

若$r = 0$,则

$$F(rx_1, \cdots, rx_n) = F(0, \cdots, 0) = 0F(x_1, \cdots, x_n) = rF(x_1, \cdots, x_n).$$

所以r为非负常数,有$F(rx_1, \cdots, rx_n) = rF(x_1, \cdots, x_n)$成立. □

定理6(最大值定理) 设$(x_1, \cdots, x_n)$为一组数据向量,对于任意$Y \in P(A)$,有$\mu(Y) = 1$成立,则

$$F(x_1, \cdots, x_n) = \max(x_1, \cdots, x_n). \quad (6)$$

证明

$$F(x_1, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_{(i)}^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]} = x_{(n)}^{[1-0]} = \max(x_1, \cdots, x_n). \square$$

定理7(最小值定理) 设$(x_1, \cdots, x_n)$为一组数据向量,对于任意$Y \in P(A)$, $Y \neq A$,均有$\mu(Y) = 0$成立,则

$$F(x_1, \cdots, x_n) = \min(x_1, \cdots, x_n). \quad (7)$$

证明

$$F(x_1, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_{(i)}^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]} = x_{(1)}^{[1-0]} = \min(x_1, \cdots, x_n). \square$$

定理8(均值定理) 设$(x_1, \cdots, x_n)$为一组数据向量,$\mu(a_i, \cdots, a_n) = \dfrac{n-i+1}{n}$, $1 \leq i \leq n$, $\mu(M) = \mu(N)$. 若$|M| = |N|$, $M, N \in P(A)$,其中$|M|$和$|N|$分别表示集合M和N的势,则

$$F(x_1, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_i^{1/n}. \quad (8)$$

证明

$$F(x_1, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_{(i)}^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]} = \prod_{i=1}^{n} x_{(i)}^{1/n} = \prod_{i=1}^{n} x_i^{1/n}. \square$$

定理6～定理8给出了R-WGA算子等价于最大值算子、最小值算子和均值算子的条件.

定理9 设$(x_1, \cdots, x_n)$为一组数据向量,若决策属性间相互独立,则

$$F(x_1, \cdots, x_n) = f(x_1, \cdots, x_n). \quad (9)$$

证明 由于属性间相互独立,属性集的模糊测度满足可加性,则$\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)}) = \mu(a_{(i)})$. 又$\mu(A_{(1)}) = \mu(a_{(1)}, \cdots, a_{(n)}) = \mu(a_{(1)}) + \cdots + \mu(a_{(n)}) = 1$,即$\sum_{i=1}^{n}\mu(a_i) = 1$. 则

$$F(x_1, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_{(i)}^{[\mu(A_{(i)}) - \mu(A_{(i+1)})]} = \prod_{i=1}^{n} x_{(i)}^{\mu(a_{(i)})} = \prod_{i=1}^{n} x_i^{\mu(a_i)}.$$

记$\mu(a_i) = w(i)$,则

$$F(x_1, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_i^{\mu(a_i)} = \prod_{i=1}^{n} x_i^{w(i)} = f(x_1, \cdots, x_n),$$

即$F(x_1, \cdots, x_n) = f(x_1, \cdots, x_n)$成立. □

定理9给出了R-WGA算子和WGA算子等价的条件. 依据定理9,不难得出R-WGA算子是对WGA算子的推广,是WGA算子的更一般形式. WGA算子是R-WGA算子在属性间相互独立情形下的特例.

3 基于R-WGA算子的多属性群决策方法

基于R-WGA算子,下面定义一种新的多属性群决策方法,具体步骤如下:

1) 对于任一多属性群决策问题,设 $U = (u_1, \cdots, u_m)$ 为方案集,$A = (a_1, \cdots, a_n)$ 为决策属性集,$D = (d_1, \cdots, d_h)$ 为决策者集. 决策者 $d_k \in D$ 给出方案 $u_i \in U$ 在属性 $a_j \in A$ 下的评价值为 r_{ij}^k,并得到决策矩阵

$$R^k = \begin{bmatrix} r_{11}^k & r_{12}^k & \cdots & r_{1n}^k \\ r_{21}^k & r_{22}^k & \cdots & r_{2n}^k \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ r_{m1}^k & r_{m2}^k & \cdots & r_{mn}^k \end{bmatrix}.$$

2) 确定集合 A 中属性和属性集的模糊测度.

3) 确定集合 D 中专家和专家们的模糊测度.

4) 利用 R-WGA 算子计算矩阵 R^k 中方案 $u_i \in U$ 的综合评价值 c_i^k, $i = 1, \cdots, m$, $k = 1, \cdots, h$.

5) 利用 R-WGA 算子对 $(c_i^1, \cdots, c_i^h)$ $(i = 1, \cdots, m)$ 进行集结运算,得到方案 $u_i \in U$ 的综合评价值 c_i.

6) 依据 $c_i (i = 1, \cdots, m)$ 对方案进行排序和选优.

由上述步骤不难得出,模糊测度的确定是应用 R-WGA 算子解决实际决策问题的关键. 常用于确定模糊测度的方法有专家访谈法[14,19] 和目标规划法[20-22]. 其中专家访谈方法是由专家直接给出属性和属性集的模糊测度[14,19];而目标规划法则是依据专家提供的参考方案或属性(集) 的偏好信息构建优化模型,通过对模型的求解得到属性和属性集的模糊测度[20-22].

4　算例分析

下面以设备选择为例,验证 R-WGA 算子应用于基于关联决策分析问题的有效性和合理性.

针对设备的选择问题,本文考虑 3 项评价指标(属性):价格 a_1,性能 a_2,售后服务 a_3. 假设属性和属性集的模糊测度分别为 $\mu(a_1) = 0.40$,$\mu(a_2) = 0.40$,$\mu(a_3) = 0.30$,$\mu(a_1, a_2) = 0.82$,$\mu(a_1, a_3) = 0.72$,$\mu(a_2, a_3) = 0.68$,$\mu(a_1, a_2, a_3) = 1.00$. 现有 3 位专家$(d_1, d_2, d_3)$,专家和专家们的重要程度分别为 $\mu(d_1) = 0.40$,$\mu(d_2) = 0.40$,$\mu(d_3) = 0.40$,$\mu(d_1, d_2) = 0.80$,$\mu(d_1, d_3) = 0.80$,$\mu(d_2, d_3) = 0.80$,$\mu(d_1, d_2, d_3) = 1.00$. 3 位专家依据上述属性对 4 台设备$(U_1 \sim U_4)$ 进行评估. 经规范化处理后,3 位专家对 4 台设备的评估结果见表 1 ～ 表 3.

下面利用 R-WGA 算子对上述群决策问题进行求解.

利用 R-WGA 算子求解决策矩阵 R^1,得

$$c_1^1 = F(0.60, 0.70, 0.80) = 0.60^{1-0.68} \times 0.70^{0.68-0.3} \times 0.80^{0.3} = 0.69;$$

表 1　决策者 d_1 给出的决策矩阵 R^1

	a_1	a_2	a_3
U_1	0.60	0.70	0.80
U_2	0.50	0.60	0.90
U_3	0.80	0.50	0.80
U_4	0.75	0.80	0.60

表 2 决策者 d_2 给出的决策矩阵 R^2

	a_1	a_2	a_3
U_1	0.60	0.70	0.90
U_2	0.85	0.60	0.60
U_3	0.60	0.65	0.75
U_4	0.65	0.60	0.60

表 3　决策者 d_3 给出的决策矩阵 R^3

	a_1	a_2	a_3
U_1	0.85	0.90	0.95
U_2	0.95	0.80	0.60
U_3	0.65	0.75	0.95
U_4	0.75	0.75	0.50

$$c_2^1 = F(0.50, 0.60, 0.90) = 0.50^{1-0.68} \times 0.60^{0.68-0.3} \times 0.90^{0.3} = 0.64;$$

$$c_3^1 = F(0.80, 0.50, 0.80) = 0.50^{1-0.72} \times 0.80^{0.72-0.3} \times 0.80^{0.3} = 0.70;$$

$$c_4^1 = F(0.75, 0.80, 0.60) = 0.60^{1-0.82} \times 0.75^{0.82-0.4} \times 0.80^{0.4} = 0.74.$$

同理,利用 R-WGA 算子求解决策矩阵 R^2,得 c_1^2,c_2^2,c_3^2 和 c_4^2 分别为 0.72,0.69,0.66 和 0.62. 利用 R-WGA 算子求解决策矩阵 R^3,得 c_1^3,c_2^3,c_3^3 和 c_4^3 分别为 0.90,0.81,0.77 和 0.70. 利用 R-WGA 算子综合 3 位专家的意见,得 c_1,c_2,c_3 和 c_4 分别为 0.78,0.73,0.72 和 0.70. 所以综合各位专家的意见,设备 U_1 的综合评价值最高,U_2 次之,U_4 的综合评价值最低.

若运用 Choquet 积分(Choquet 积分的定义和公式详见文献[1]) 求解决策矩阵 R^1,得 c_1^1,c_2^1,c_3^1 和 c_4^1 分别为 0.70,0.66,0.72 和 0.74. 利用 Choquet 积分求解决策矩阵 R^2,得 c_1^2,c_2^2,c_3^2 和 c_4^2 分别为0.73,0.70,0.66 和 0.62. 利用 Choquet 积分求解决策矩阵 R^3,得 c_1^3,c_2^3,c_3^3 和 c_4^3 分别为 0.90,0.82,0.78 和 0.71. 利用 Choquet 积分综合 3 位专家的意见,得 c_1,c_2,c_3 和 c_4 分别为 0.79,0.74,0.73 和 0.70. 该结果表明企业 U_1 的综合评价值最高,U_2 次之,U_4 的综合评价值最低.

利用 R-WGA 算子得到的设备评价结果和利用 Choquet 积分得到的设备评价结果完全一致,这说

明 R-WGA 算子与 Choquet 积分一样,可用作基于关联的决策问题集结工具,验证了 R-WGA 算子应用于基于关联决策问题的合理性和有效性.

5 结 论

工程、经济和管理领域中诸多问题都可以抽象为多属性群决策问题.系统论强调事物之间是相互联系的,所以对基于关联的群决策分析进行探讨具有普遍的理论和现实意义.考虑到决策属性间和专家偏好间均可能存在关联,本文在 WGA 算子和模糊测度理论的基础上构建了 R-WGA 算子,研究了该算子的相关性质,并基于该算子定义了新的群决策方法.通过对 R-WGA 算子的理论研究和应用结果,可以得出以下结论:

1) R-WGA 算子利用模糊测度代替概率测度度量元素(在群决策问题中,元素指属性或专家偏好)和元素集的重要程度.基于 R-WGA 算子的群决策方法无需群决策问题满足属性间相互独立和专家偏好间相互独立的苛刻要求.

2) R-WGA 算子是传统 WGA 算子的扩展和推广,是传统的 WGA 算子的更一般形式,而传统的 WGA 算子是 R-WGA 算子在元素间相互独立情形下的特例.当元素间相互独立,即元素集的模糊测度等于其所包含元素的模糊测度之和时,R-WGA 算子退化为 WGA 算子.

3) 基于 R-WGA 算子的群决策方法更具合理性、现实性与通用性.现实的决策问题中常存在关联,应用 R-WGA 算子进行决策分析更贴近决策问题的实际情况,得到的决策结果更具有合理性.另外,由于 R-WGA 算子是 WGA 算子的更一般形式,前者较后者更具通用性.

4) R-WGA 算子的构建不仅扩展了 WA 方法体系,也扩展了模糊积分理论.本文的算例证明了 R-WGA 算子与 Choquet 积分一样,可用作基于关联决策问题的集结算子,为基于关联的决策问题的求解提供了一种新思路.

5) 基于 R-WGA 算子的多属性群决策方法的定义,将关联引入到群决策分析中,扩展了群决策方法体系,增强了群决策理论与实际群决策问题间的融合.

参考文献(References)

[1] Marichal J L. An axiomatic approach of the discrete Choquet integral as a tool to aggregate interacting criteria[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2000, 8(6): 800-807.

[2] Zanakis S H, Solomon A, Wishart N, et al. Multi-attribute decision making: A simulation comparison of select methods[J]. European J of Operational Research, 1998, 107(3): 507-529.

[3] Angilella S, Greco S, Lamantia F, et al. Assessing non-additive utility for multicriteria decision aid [J]. European J of Operational Research, 2004, 158(3): 734-744.

[4] Combarro E F, Miranda P. Identification of fuzzy measures from sample data with genetic algorithms[J]. Computers & Operations Research, 2006, 33(10): 3046-3066.

[5] Bell A M. Locally interdependent preferences in a general equilibrium environment [J]. J of Economic Behavior & Organization, 2002, 47(3): 309-333.

[6] Tsai H H, Lu I Y. The evaluation of service quality using generalized Choquet integral [J]. Information Sciences, 2006, 176(6): 640-663.

[7] 翟晓燕, 张新政. 群组决策中判断的一致性协调与方案排序[J]. 系统工程, 2004, 22(12): 96-100.
(Zhai Xiao-yan, Zhang Xin-zheng. Consistency coordination for judgment and the projects ranking in the group decision making[J]. Systems Engineering, 2004, 22(12): 96-100.)

[8] 王珏, 刘三阳, 张杰. 群决策中基于语言信息处理的一种粗糙集方法[J]. 系统工程学报, 2006, 21(1): 18-23.
(Wang Jue, Liu San-yang, Zhang Jie. Rough set approach to group decision making based on linguistic information processing[J]. J of Systems Engineering, 2006, 21(1): 18-23.)

[9] 徐泽水. 基于不同类型残缺判断矩阵的群决策方法[J]. 控制与决策, 2006, 21(1): 28-33.
(Xu Ze-shui. Group decision making method based on different types of incomplete judgment matrices [J]. Control and Decision, 2006, 21(1): 28-33.)

[10] Sugeno M, Fujimoto K, Murofushi T. Hierarchical decomposition theorems for Choquet integral models [C]. Proc of 1995 IEEE Int Conf on Fuzzy Systems. Yokohama: IEEE, 1995: 2245-2252.

[11] Rébillé Y. Sequentially continuous non-monotonic Choquet integrals[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 153(11): 79-94.

[12] Wang Z Y, Klir G J. Applying fuzzy measures and nonlinear integrals in data mining[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 156(3): 371-380.

[13] Chen T Y, Chang H L, Tzeng G H. Using fuzzy measures and habitual domains to analyze the public attitude and apply to the gas taxi policy[J]. European J of Operational Research, 2002, 137(1): 145-161.

(下转第 1362 页)

得到了新的 LMI 形式的稳定性条件和控制器设计方法. 仿真结果表明,本文提出的方法是可行而有效的,对系统的外部扰动具有良好的抑制性能.

参考文献(References)

[1] Tanaka K, Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control system [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1992, 45(2): 135-136.

[2] Tanaka K, Wang H O. Fuzzy control systems design and analysis: A linear matrix inequality approach[M]. New York: Wiley, 2001.

[3] Zhicheng Ji, Yinghuan Zhou. Stabilization of a class of fuzzy control systems via piecewise fuzzy Lyapunov function approach [C]. American Control Conf. New York, 2007: 4065-4070.

[4] Tanaka K, Hori T, Wang H. A multiple Lyapunov function approach to stability of fuzzy control systems [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2003, 11(4): 582-589.

[5] Li J, Wang H O, Niemann D, et al. Dynamic parallel distributed compensation for Takagi-Sugeno fuzzy systems: An LMI approach[J]. Information Sciences, 2002, 123(3/4): 201-221.

[6] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(Zheng Da-zhong. Liner system theory[M]. Beijing. Tsinghua University Press, 2002.)

[7] 刘亚, 胡寿松. 基于模糊模型的时滞不确定系统的模糊 H_∞ 鲁棒反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2004, 20(4): 497-502.
(Liu Ya, Hu Shou-song. Fuzzy H_∞ robust feedback control for uncertain nonlinear system with time-delay based on fuzzy model [J]. Control Theory & Applications, 2004, 20(4): 497-502.)

[8] Tanaka K, Hori T, Wang H O. A fuzzy Lyapunov approach to fuzzy control system design[C]. Proc of the Americal Lyapunov Control Conf. Arlington, 2001: 4790-4795.

(上接第 1356 页)

[14] Chiou H K, Tzeng G H, Cheng D C. Evaluating sustainable fishing development strategies using fuzzy MCDM approach[J]. Omega, 2005, 33(3): 223-234.

[15] 徐泽水, 达庆利. 一种组合加权几何平均算子及其应用[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2002, 32(3): 506-509.
(Xu Ze-shui, Da Qing-li. Combined weighted geometric averaging operator and its application [J]. J of Southeast Univwrsity(Natural Science Edition), 2002, 32(3): 506-509.)

[16] 陈华友, 盛昭瀚. 一类基于 IOWGA 算子的组合预测新方法[J]. 管理工程学报, 2005, 19(4): 36-39.
(Chen Hua-you, Sheng Zhao-han. A kind of new combination forecasting method based on induced ordered weighted geometric averaging (IOWGA) operator [J]. J of Industrial Engineering and Engineering Management, 2005, 19(4): 36-39.)

[17] Xu Z S. A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations[J]. Information Sciences, 2004, 166(1-4): 19-30.

[18] 周宏安, 刘三阳. 基于 OWGA 算子的偏好信息集结法及其在群决策中的应用[J]. 运筹与管理, 2005, 14(6): 29-32.
(Zhou Hong-an, Liu San-yang. Method based on OWGA operators for aggregating preference information and its application in group decision-making problems[J]. Operations Research and Management Science, 2005, 14(6): 29-32.)

[19] Tseng F M, Chiu Y J. Hierarchical fuzzy integral stated preference method for Taiwan's broadband service market[J]. Omega, 2005, 33(1): 55-64.

[20] Tzeng G H, Ou Yang Y P, Lin C T, et al. Hierarchical MADM with fuzzy integral for evaluating enterprise intranet web sites [J]. Information Sciences, 2005, 169(3/4): 409-426.

[21] Chen C B, Lin C T, Wang C H. Model for measuring quality of software in DVRS using the gap concept and fuzzy schemes with GA[J]. Information and Software Technology, 2006, 48(3): 187-203.

[22] Miyajima K, Ralescu A. Modeling of natural objects including fuzziness and application to image understanding [C]. Proc of IEEE 2nd Int Fuzzy Systems Conf. San Francisco: IEEE, 1993: 1049-1054.