第 22 卷 第 2 期　　控 制 与 决 策　　2007 年 2 月
Vol. 22 No. 2　　Control and Decision　　Feb. 2007

文章编号: 1001-0920(2007)02-0174-05

# 基于矩阵测度的非线性广义时滞系统鲁棒模糊控制

袁宇浩[1], 张庆灵[1], 陈 兵[2]
(1. 东北大学 系统科学研究所, 沈阳 110004; 2. 青岛大学 复杂性科学研究所, 山东 青岛 266071)

**摘 要**: 研究 T-S 模糊广义时滞系统的鲁棒控制问题. 不同于传统的寻求公共正定矩阵的方法, 基于矩阵测度给出保证系统鲁棒稳定的充分条件, 并将此条件进一步转化为线性矩阵不等式. 通过求解线性矩阵不等式, 得到状态反馈控制器和静态输出反馈控制器. 最后通过算例仿真验证了方法的有效性.

**关键词**: 矩阵测度; 模糊控制; 非线性广义时滞系统; 鲁棒控制; 线性矩阵不等式
**中图分类号**: TP13　　**文献标识码**: A

# Robust fuzzy control based on matrix measure for nonlinear descriptor systems with time-delay

*YUAN Yu-hao*[1], *ZHANG Qing-ling*[1], *CHEN Bing*[2]
(1. Institute of System Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. Institute of Complexity Science, Qingdao University, Qingdao 266071, China. Correspondent: YUAN Yu-hao, E-mail: yyhmds@sohu.com)

**Abstract**: The robust control for T-S fuzzy descriptor systems with time-delay is discussed. Departing from traditional approaches, which find a common positive definite matrix for all rules, sufficient conditions to guarantee the robust stability for such fuzzy systems, are derived by using matrix measures of system matrices in the consequent parts of fuzzy rules. These conditions are further transformed into linear matrix inequalities. By solving linear matrix inequalities, a state feedback controller and static output feedback controller that stabilize the considered uncertain time-delay system are obtained. Finally, numerical examples are provided to illustrate the effectiveness of the proposed design method.

**Key words**: Matrix measure; Fuzzy control; Nonlinear descriptor system with time-delay; Robust control; Linear matrix inequality (LMI)

## 1 引　言

近年来, T-S 模糊模型作为一种本质非线性模型, 以其逼近精度较高、可以借助线性系统理论研究非线性系统等优点广泛应用于控制领域. Taniguchi 等[1,2]将 T-S 模糊模型推广到非线性广义系统中, 提出了模糊广义系统的概念, 并分析了系统稳定性. 到目前为止, 关于 T-S 模型描述的广义系统的分析和综合问题, 已经取得了一些成果[1-7].

在实际中, 系统总会不同程度地受到时滞因素和不确定因素的影响, 而且这两种因素通常会使系统性能下降, 甚至导致系统不稳定. 因此, 对不确定时滞系统的稳定性及其控制问题的研究是十分有意义的. 本文考虑由 T-S 模型描述的广义时滞系统的鲁棒模糊控制问题, 分别引入状态反馈和静态输出反馈对系统进行鲁棒控制. 不同于传统的方法[1,3,4,7], 即寻求满足等式约束和一组不等式条件的公共正定矩阵, 本文引入矩阵测度来考虑系统的稳定性分析和镇定问题, 如果矩阵测度问题可解, 那么系统控制器设计问题就是可解的, 进而得出矩阵测度问题等价于线性矩阵不等式(LMI)的可解性问题.

文中首先给出状态反馈鲁棒控制器的设计方案; 然后考虑静态输出反馈控制器设计问题. 静态输出反馈控制器是将系统的输出作为模糊规则划分的前件变量, 并将输出作为反馈环节引入到系统中. 这种静态输出反馈闭环系统比较简单且易于应用, 因

**收稿日期**: 2005-09-27; **修回日期**: 2006-01-06.
**基金项目**: 国家自然科学基金项目(60574011); 辽宁省普通高校学科带头人基金项目(124210).
**作者简介**: 袁宇浩(1979 —), 女, 辽宁阜新人, 博士生, 从事模糊控制的研究; 张庆灵(1956 —), 男, 辽宁营口人, 教授, 博士生导师, 从事广义系统、时滞系统等研究.

为系统的输出变量个数通常比状态变量个数少,这样就可以使模糊规则数减少,从而使模型得以简化,便于对系统的研究.

文中 $X>(\geq)0$ 表示 $X$ 是正定(半正定)矩阵,$A>(\geq)B$ 表示 $A-B>(\geq)0$,$I$ 表示单位矩阵,未具体指明维数的矩阵均具有适当的维数.

## 2　模型描述及预备知识

考虑 T-S 模型描述的一类可解的不确定广义时滞系统. 模型的第 $i$ 条规则为

$\mathrm{R}_i$: if $z_1(t)$ is $N_{i1}$ and $\cdots z_p(t)$ is $N_{ip}$, then

$$E\dot{x}(t)=(A_i+\Delta A_i)x(t)+(A_{di}+\Delta A_{di})x(t-\tau)+B_iu(t),\quad i=1,2,\cdots,r. \tag{1}$$

其中:$N_{ij}$ 是模糊集;$z_i(t)$, $i=1,2,\cdots,p$ 为模糊规则前件变量,并假定与控制输入 $u(t)$ 无关;$r$ 为模糊规则数目;$E\in R^{n\times n}$ 为奇异矩阵;$x(t)\in R^n$ 为系统状态;$u(t)\in R^m$ 是控制输入;$\tau$ 为系统时滞;$A_i,\Delta A_i,A_{di},\Delta A_{di}\in R^{n\times n}$, $B_i\in R^{n\times m}$, $i=1,2,\cdots,r$. 假设模糊广义模型局部正则,即存在 $s_i\in C$,使得 $\det(s_iE-A_i-\Delta A_i)\neq0$ $(i=1,2,\cdots,r)$ 成立. 为叙述简便,以下将变量中的时间 $t$ 略去,并用 $x_\tau$ 代替 $x(t-\tau)$.

给定系统状态 $x$ 和控制输入 $u$,运用单点模糊化、乘机推理和中心加权平均解模糊方法,则全局模糊闭环控制系统可表示为

$$E\dot{x}=\sum_{i=1}^{r}\lambda_i(z)[(A_i+\Delta A_i)x+(A_{di}+\Delta A_{di})x_\tau+B_iu]. \tag{2}$$

其中:$\lambda_i(z)=\prod_{j=1}^{p}N_{ij}(z_j)/\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{p}N_{ij}(z_j)$, $\sum_{i=1}^{r}\lambda_i(z)=1$, $N_{ij}(z_j)$ 为 $z_j$ 对于 $N_{ij}$ 的隶属度.

设 $\mathrm{rank}(E)=\gamma(\gamma\leq n)$,由矩阵理论,一定存在非奇异矩阵 $P$ 和 $Q$,使得系统(2)等价于

$$\begin{bmatrix} I_\gamma & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\dot{\tilde{x}}=\sum_{i=1}^{r}\lambda_i(z)[(\tilde{A}_i+\Delta\tilde{A}_i)\tilde{x}+(\tilde{A}_{di}+\Delta\tilde{A}_{di})\tilde{x}_\tau+\tilde{B}_iu]. \tag{3}$$

其中

$$\tilde{x}=Q^{-1}x,\ \tilde{E}=PEQ=\mathrm{diag}\{I_\gamma,0\},$$

$$\tilde{A}_i=PA_iQ,\ \Delta\tilde{A}_i=P\Delta A_iQ,$$

$$\tilde{A}_{di}=PA_{di}Q,\ \Delta\tilde{A}_{di}=P\Delta A_{di}Q,\ \tilde{B}_i=PB_i.$$

不失一般性,总假设系统具有式(3)的形式. 为方便起见,仍将式(3)记为

$$E\dot{x}=\sum_{i=1}^{r}\lambda_i(z)[(A_i+\Delta A_i)x+(A_{di}+\Delta A_{di})x_\tau+B_iu]. \tag{4}$$

**注 1**　本文讨论的不确定性可以是结构未知的,只需满足 $\|\Delta A_i\|\leq M_i$, $\|\Delta A_{di}\|\leq N_i$, $M_i\geq0$, $N_i\geq0$, $i=1,2,\cdots,r$. 放宽了不确定性通常要满足的匹配条件.

在讨论问题之前,给出非线性广义系统的可解性定义. 对于一般的非线性广义系统

$$E\dot{x}=f(x,u). \tag{5}$$

其中:$E\in R^{n\times n}$, $x\in R^n$, $u\in R^m$, $\det(E)=0$.

**定义 1**[8]　如果对给定初始条件 $x_0$ 和任意分段连续输入 $u$,总存在唯一分段连续可微的状态变量 $x$ 满足式(5),且 $x(0)=x_0$,则称系统(5)是可解的.

如果初始条件不是一致的,或输入不是充分可微的,则系统响应中会出现脉冲项,而可解性定义保证了系统不但有唯一解,且解无脉冲. 本文的研究均在系统可解的前提下进行. 下面给出矩阵测度的定义和基本性质.

**定义 2**[9]　$M$ 为常值矩阵,其测度定义为

$$\mu_v(M)\equiv\lim_{\theta\to0^+}\frac{(\|I+\theta M\|_v-1)}{\theta},$$

其中 $\|\cdot\|_v$ 为相应的矩阵范数.

**引理 1**[9]　矩阵测度具有如下性质:

1)　$$\mu_v\Big(\sum_{j=1}^{k}\alpha_jM_j\Big)\leq\sum_{j=1}^{k}\alpha_j\mu_v(M_j),\quad \forall\alpha_j\geq0,\ j=1,2,\cdots,k.$$

2) 对于任何的范数和常数矩阵 $M$,有

$$-\|M\|_v\leq-\mu_v(-M)\leq\mathrm{Re}\,\lambda(M)\leq\mu_v(M)\leq\|M\|_v.$$

3) 设 $m_{ij}$ 为矩阵 $M$ 的第 $i$ 行第 $j$ 列的元素,那么

$$\mu_1(M)=\max_j\Big[\mathrm{Re}(m_{jj})+\sum_{i\neq j}|m_{ij}|\Big],$$

$$\mu_2(M)=\max[\lambda[(M+M^*)/2]],$$

$$\mu_\infty(M)=\max_i\Big[\mathrm{Re}(m_{ii})+\sum_{i\neq j}|m_{ij}|\Big].$$

其中 $\lambda[R]$ 表示任意矩阵 $R$ 全部特征根构成的集合.

**引理 2**　$\mu_2(A_i)<\zeta_i$, $i=1,2,\cdots,r$,当且仅当 $A_i+A_i^{\mathrm{T}}-2\zeta_iI<0$, $i=1,2,\cdots,r$.

**证明**　记 $\lambda_{i1},\cdots,\lambda_{in}$ 为 $A_i+A_i^{\mathrm{T}}$ 的特征根,则存在正交矩阵 $U$,使得

$$A_i+A_i^{\mathrm{T}}=U^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\lambda_{i1}&\cdots&0\\ \cdots&\ddots&\cdots\\ 0&\cdots&\lambda_{in}\end{bmatrix}U.$$

首先证明必要性,有

$$\mu_2(A_i)<\zeta_i\Rightarrow$$

$$\max[\lambda[(A_i+A_i^{\mathrm{T}})/2]]<\zeta_i\Rightarrow$$

$$\max[\lambda(A_i+A_i^{\mathrm{T}})]<2\zeta_i\Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix}\lambda_{i1}-2\zeta_i&\cdots&0\\ \cdots&\ddots&\cdots\\ 0&\cdots&\lambda_{in}-2\zeta_i\end{bmatrix}<0\Rightarrow$$

$$U^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\lambda_{i1}-2\zeta_i & \cdots & 0\\ \cdots & \ddots & \cdots\\ 0 & \cdots & \lambda_{in}-2\zeta_i\end{bmatrix}U<0\Rightarrow$$

$$A_i+A_i^{\mathrm{T}}-2\zeta_i I<0,\ i=1,2,\cdots,r.$$

充分性由上述过程逆推可得.

综上所述,引理 2 得证. □

## 3 主要结果

### 3.1 鲁棒稳定性准则

首先考虑系统(4)的自治系统,研究其稳定性条件. 系统描述为

$$E\dot{x}=\sum_{i=1}^{r}\lambda_i(z)[(A_i+\Delta A_i)x+(A_{di}+\Delta A_{di})x_\tau]. \tag{6}$$

**定理 1** 如果存在 $\varepsilon>0$,使得

$$\mu_2(A_i)<-\frac{\varepsilon}{2}-M_i-\frac{1}{2\varepsilon}\|A_{di}\|^2-\frac{1}{\varepsilon}\|A_{di}\|N_i-\frac{1}{2\varepsilon}N_i^2,\quad i=1,2,\cdots,r, \tag{7}$$

则对任意时滞,系统(6)渐近稳定.

**证明** 选取 Lyapunov 函数

$$V=x^{\mathrm{T}}Ex+\varepsilon\int_{\tau}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)x(s)\mathrm{d}s, \tag{8}$$

$V$ 中的 $E$ 形如式(3)中的 $\tilde{E}$,故满足 $x^{\mathrm{T}}Ex\geq 0$, $\forall x\neq 0$, $\varepsilon$为待定正数. $V$ 沿系统(6)对时间的导数为

$$\dot{V}=\dot{x}^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}+x^{\mathrm{T}}E\dot{x}+\varepsilon x^{\mathrm{T}}x-\varepsilon x_\tau^{T}x_\tau=\sum_{i=1}^{r}\lambda_i(z)\xi^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}(A_i+\Delta A_i)^{\mathrm{T}}+A_i+\Delta A_i+\varepsilon I & A_{di}+\Delta A_{di}\\ (A_{di}+\Delta A_{di})^{\mathrm{T}} & -\varepsilon I\end{bmatrix}\xi, \tag{9}$$

其中 $\xi=[x^{\mathrm{T}}\quad x_\tau^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$. 由定理条件(7)可得

$$\begin{aligned}&\mu_2\Big((A_i+\Delta A_i)^{\mathrm{T}}+A_i+\Delta A_i+\varepsilon I+\frac{1}{\varepsilon}(A_{di}+\Delta A_{di})(A_{di}+\Delta A_{di})^{\mathrm{T}}\Big)\leq\\ &2\mu_2(A_i+\Delta A_i)+\mu_2(\varepsilon I)+\mu_2\Big(\frac{1}{\varepsilon}(A_{di}+\Delta A_{di})(A_{di}+\Delta A_{di})^{\mathrm{T}}\Big)\leq\\ &2\mu_2(A_i)+2\mu_2(\Delta A_i)+\varepsilon+\frac{1}{\varepsilon}\|A_{di}\|^2+\frac{2}{\varepsilon}\|A_{di}\|\,\|\Delta A_{di}\|+\frac{1}{\varepsilon}\|\Delta A_{di}\|^2\leq\\ &2\mu_2(A_i)+2M_i+\varepsilon+\frac{1}{\varepsilon}\|A_{di}\|^2+\frac{2}{\varepsilon}\|A_{di}\|N_i+\frac{1}{\varepsilon}N_i^2<0.\end{aligned} \tag{10}$$

由式(10),可知

$$(A_i+\Delta A_i)^{\mathrm{T}}+A_i+\Delta A_i+\varepsilon I+\frac{1}{\varepsilon}(A_{di}+\Delta A_{di})(A_{di}+\Delta A_{di})^{\mathrm{T}}<0.$$

对上式运用 Schur 补引理并结合式(9)可知,对于任何 $x\neq 0$, $\dot{V}<0$ 成立,故定理 1 得证. □

**注 2** 首先进行模型变换,继而根据 $E$的特点,选取较特殊的Lyapunov函数,避免了研究广义系统通常要考虑的等式约束 $E^{\mathrm{T}}P=P^{\mathrm{T}}E\geq 0$. 另外Lyapunov函数的积分项中选取正定阵为 $\varepsilon I$,为利用矩阵测度分析系统稳定性和设计控制器提供了便利.

### 3.2 状态反馈控制器设计

运用 PDC(并行分布补偿)原则,即模糊控制器与系统的局部模型有相同前件部分. 设控制器第 $i$ 条规则为

$$\mathrm{R}_i:\ \text{if } z_1 \text{ is } N_{i1} \text{ and } \cdots z_p \text{ is } N_{ip},\ \text{then } u=K_i x, \tag{11}$$

全局控制律为

$$u=\sum_{i=1}^{r}\lambda_i(z)K_i x, \tag{12}$$

其中 $K_i(i=1,2,\cdots r)$ 是局部控制增益矩阵.

将控制器(12)引入到系统(4)中,得到闭环系统

$$E\dot{x}=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\lambda_i(z)\lambda_j(z)[(A_i+\Delta A_i+B_iK_j)x+(A_{di}+\Delta A_{di})x_\tau]. \tag{13}$$

**推论 1** 如果存在 $\varepsilon>0$ 和 $K_j(j=1,2,\cdots,r)$ 满足

$$\mu_2(A_i+B_iK_j)<-\frac{\varepsilon}{2}-M_i-\frac{1}{2\varepsilon}\|A_{di}\|^2-\frac{1}{\varepsilon}\|A_{di}\|N_i-\frac{1}{2\varepsilon}N_i^2,\quad i,j=1,2,\cdots,r, \tag{14}$$

则对任意时滞,闭环系统(13)鲁棒渐近稳定.

为简便起见,记

$$\eta_i=-\frac{\varepsilon}{2}-M_i-\frac{1}{2\varepsilon}\|A_{di}\|^2-\frac{1}{\varepsilon}\|A_{di}\|N_i-\frac{1}{2\varepsilon}N_i^2,\quad i=1,2,\cdots,r,$$

则式(14)可记为

$$\mu_2(A_i+B_iK_j)<\eta_i,\ i,j=1,2,\cdots,r. \tag{15}$$

下面将矩阵测度问题转化为LMI可解性问题.

**定理 2**[10] 状态反馈增益 $K_j(j=1,2,\cdots,r)$ 满足

$$\mu_2(A_i+B_iK_j)<\eta_i,\ i,j=1,2,\cdots,r, \tag{16}$$

当且仅当 $K_j$ 满足 LMIs

$$(A_i^{\mathrm{T}}+A_i-2\eta_i I)+B_iK_j+(B_iK_j)^{\mathrm{T}}<0,$$

$$i,j = 1,2,\cdots,r. \tag{17}$$

由引理 2 可得证.

### 3.3　静态输出反馈控制器设计

在对系统进行状态反馈控制器设计时,要求系统的状态全部可用,而在实际中,系统状态往往不可测或仅仅部分可测,因而利用系统状态进行反馈控制不易于实现,而系统的输出则是可以全部获得的.下面,考虑用系统输出来构造控制器.

首先,给出如下系统模型:

$$\begin{aligned} &R_i: \text{ if } z_1 \text{ is } M_{i1} \text{ and } \cdots z_p \text{ is } M_{ip}, \text{ then} \\ &E\dot{x} = (A_i + \Delta A_i)x + (A_{di} + \Delta A_{di})x_\tau + B_i u, \\ &y = C_i x. \end{aligned} \tag{18}$$

其中 $y \in R^q$ 为系统输出,前件变量 $z_1, z_2, \cdots, z_p$ 通常取为状态变量.现在考虑将系统输出作为模糊规则的前件变量,假设 $p = q, z_m = y_m, m = 1,2,\cdots,q$. 即如果系统只有一个输出,也就只有一个前件变量,这样就可能降低模糊规则的数目,从而方便问题的求解.

考虑以系统输出作为模糊规则前件变量的模型

$$\begin{aligned} E\dot{x} &= \sum_{i=1}^{r}\lambda_i(y)[(A_i + \Delta A_i)x + \\ &\quad (A_{di} + \Delta A_{di})x_\tau + B_i u], \\ y &= \sum_{i=1}^{r}\lambda_i(y)C_i x. \end{aligned} \tag{19}$$

引入静态输出反馈控制器

$$u = \sum_{i=1}^{r}\lambda_i(y)F_i y. \tag{20}$$

将控制器(20) 代入到系统(19) 中,得到闭环系统

$$\begin{aligned} &E\dot{x} = \\ &\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{r}\lambda_i(y)\lambda_j(y)\lambda_k(y)[(A_i + B_iF_jC_k + \\ &\Delta A_i)x + (A_{di} + \Delta A_{di})x_\tau + B_i u]. \end{aligned} \tag{21}$$

给定矩阵 $Y$,则可定义矩阵 $Y_\perp$, $Y_\perp$ 的列向量由 $\ker(Y)$ 的任意一组基向量构成,即 $YY_\perp = 0$. 结合系统(21),有定理 3 存在.

**定理 3**　1) 静态输出反馈 $F_j(j = 1,2,\cdots,r)$ 满足

$$\mu_2(A_i + B_iF_jC_k) < \eta_i, i,j,k = 1,2,\cdots,r, \tag{22}$$

当且仅当 $F_j$ 满足 LMIs

$$(A_i^{\mathrm{T}} + A_i - 2\eta_i I) + B_iF_jC_k + (B_iF_jC_k)^{\mathrm{T}} < 0, \quad i,j,k = 1,2,\cdots,r. \tag{23}$$

2) 存在 $F_j$ 满足式(23) 当且仅当

$$(B_i)_\perp(A_i^{\mathrm{T}} + A_i - 2\eta_i I)(B_i^{\mathrm{T}})_\perp < 0, \quad i = 1,2,\cdots,r, \tag{24}$$

$$(C_k^{\mathrm{T}})_\perp(A_i^{\mathrm{T}} + A_i - 2\eta_i I)(C_k)_\perp < 0, \quad i,k = 1,2,\cdots,r. \tag{25}$$

**证明**　1) 的证明由引理 2 可得,2) 与文献[10] 中定理 3 所用方法类似. □

**注 3**　当 $\ker(B_i)$ 或 $\ker(C_k)$ 中有某个为零空间时,可以略去相应的矩阵不等式,即式(23) 成立的充分必要条件为式(24) 和式(25) 中余下的不等式成立.

## 4　数值算例

首先,考虑如何对 T-S 模糊广义时滞系统设计状态反馈控制器进行鲁棒镇定.

**例 1**　由两条模糊规则描述的非线性广义不确定性时滞系统模型如下:

$$\begin{aligned} &R_1: \text{ if } x_1 \text{ is } P, \text{then} \\ &E\dot{x} = (A_1 + \Delta A_1)x + (A_{d1} + \Delta A_{d1})x_\tau + B_1 u, \\ &R_2: \text{ if } x_1 \text{ is } N, \text{then} \\ &E\dot{x} = (A_2 + \Delta A_2)x + (A_{d2} + \Delta A_{d2})x_\tau + B_1 u. \end{aligned}$$

其中模糊集 $P$ 和 $N$ 的隶属度函数为

$$w_1(x_1) = 1 - \frac{1}{1 + e^{-2x_1}},$$

$$w_2(x_1) = 1 - w_1(x_1).$$

且有

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 3 \\ 1 & -3.5 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 2 \\ 1 & -1.5 \end{bmatrix}, A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.2 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\Delta A_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\sin t,$$

$$\Delta A_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\sin t,$$

$$\Delta A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\cos(0.1t + 0.3),$$

$$\Delta A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\cos(0.1t + 0.3).$$

选取 $\tau = 1, \varepsilon = 1$,初始条件为 $[x_1(0) \quad x_2(0)]^{\mathrm{T}} = [1.0 \quad -0.2]^{\mathrm{T}}$. 由定理 2,运用 Matlab 的 LMI 工具箱得到状态反馈增益

$$K_1 = [-1.762\,4 \quad -0.170\,1],$$

$$K_2 = [-1.762\,4 \quad -0.170\,1].$$

故闭环系统可由控制器 $u = \sum_{i=1}^{2} w_i(x_1)K_i x$ 反馈镇定.图 1 为状态响应曲线,图 2 为控制 $u$ 的轨线.

下面研究如何运用本文的方法设计简单有效的静态输出反馈控制器.

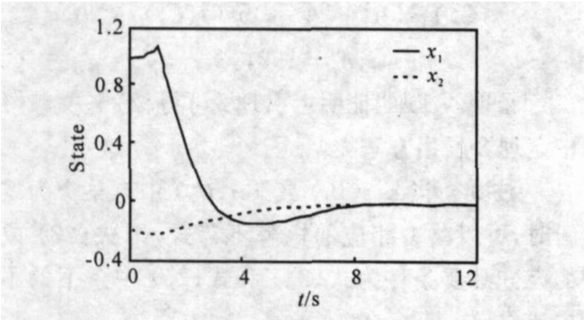


图 1 状态响应曲线(例 1)

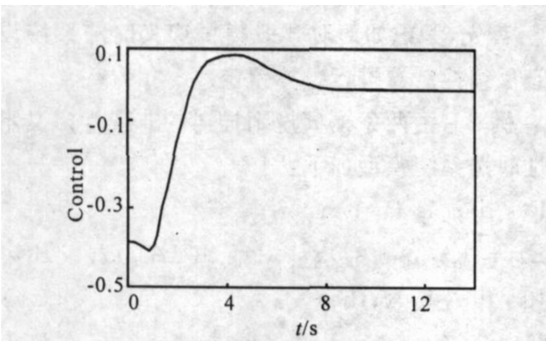


图 2 控制输入曲线(例 1)

**例 2** 考虑由两条模糊规则描述的非线性广义时滞系统

$$\begin{aligned}
&R_1: \text{if } y_1 \text{ is } P, \text{then}\\
&E\dot{x} = (A_1 + \Delta A_1)x + \\
&(A_{d1} + \Delta A_{d1})x_\tau + B_1 u,\\
&y = C_1 x.\\
&R_2: \text{if } y_1 \text{ is } N, \text{then}\\
&E\dot{x} = (A_2 + \Delta A_2)x + \\
&(A_{d2} + \Delta A_{d2})x_\tau + B_2 u,\\
&y = C_2 x.
\end{aligned}$$

其中模糊集 $P$ 和 $N$ 的隶属度函数为

$$w_1(y_1) = 1 - \frac{1}{1 + \mathrm{e}^{-y_1}},$$

$$w_2(y_1) = 1 - \omega_1(y_1).$$

且有

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0.1 & -2 & 0 \\ 0.1 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 0.5 & 0 \\ 0.2 & -2 & 0 \\ 0 & 0.5 & -1 \end{bmatrix}, A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 \\ 0.1 & -0.3 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0.1 & 0 \\ 0.5 & -1 & 0 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta A_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 \\ 0.2 & -0.1 & 0 \end{bmatrix} \cos(t + 0.5),$$

$$\Delta A_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 \\ 0.1 & -0.2 & 0 \end{bmatrix} \cos(t + 0.5),$$

$$\Delta A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.1 & 0 \end{bmatrix} \sin t,$$

$$\Delta A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 \end{bmatrix} \sin t.$$

选取 $\tau = 1, \varepsilon = 1$, 初始条件 $[x_1(0) \quad x_2(0) \quad x_3(0)]^{\mathrm{T}} = [2.5 \quad -1 \quad -3]^{\mathrm{T}}$. 由定理 3,运用 LMI 工具箱得到静态输出反馈增益为

$$F_1 = \begin{bmatrix} -3.5481 & -9.3548 \\ 0.0480 & -0.0714 \end{bmatrix},$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} -6.6955 & 2.9139 \\ -2.4525 & -2.7642 \end{bmatrix}.$$

故闭环系统可由控制器

$$u = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} w_i(y_1) w_j(y_1) F_i C_j x$$

反馈镇定. 图 3 为状态响应曲线,图 4 为控制 $u$ 的轨线. 算例和仿真显示所得的结果是可行有效的.

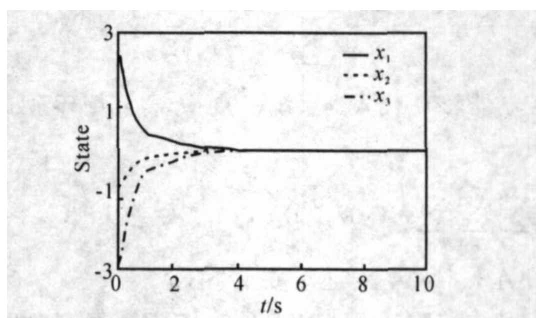


图 3 状态响应曲线(例 2)

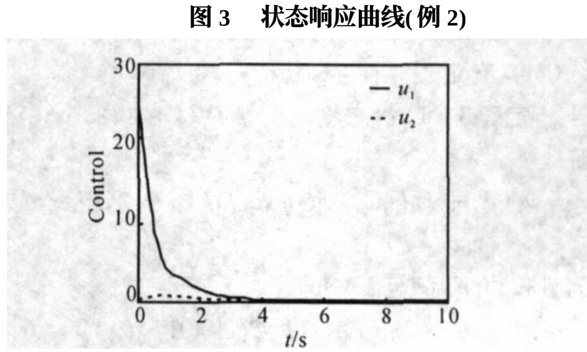


图 4 控制输入曲线(例 2)

(下转第 183 页)

it's applications [J]. Control and Decision, 1998, 13 (1): 20-23.)

[4] Fang J C, Wang D J. A fast initial alignment and method for strapdown inertial navigation system on stationary base [J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(4): 1501-1505.

[5] 韩京清. 一类不确定对象的"扩张状态观测器"[J]. 控制与决策, 1995, 10(1): 85-88.
(Han J Q. The "extended state observer" of a class of uncertain systems [J]. Control and Decision, 1995, 10 (1): 85-88.)

[6] 韩京清,王伟. 非线性跟踪——微分器[J]. 系统科学与数学, 1994, 14(2): 177-183.
(Han J Q, Wang W. Nonlinear tracking —Differntiator [J]. J of Systems Science and Mathmatical Sciences, 1994, 14(2): 177-183.)

[7] 宋金来,韩京清. 平台式惯导系统的快速初始对准方法的研究[J]. 中国惯性技术学报,2002,10(1):25-29.
(Song J L, Han J Q. Research on a fast initial alignment method for paltform inertial navigation system [J]. J of Chinese Inertial Technology, 2002, 10(1): 25-29.)

[8] 牛立,李莉,庄良杰. 自抗扰控制技术在捷联惯性导航动基座初始对准中的应用研究[J]. 中国惯性技术学报, 2003, 11(6): 35-39.
(Niu L, Li L, Zhuang L J. Application of active disturbance rejection control technique in initial alignment of SINS on moving base [J]. J of Chinese Inertial Technology, 2003, 11(6): 35-39.)

[9] Huang Y, Han J Q. Second order ESO design and its stability analysis [C]. Proc of IEEE Hong Kong Symposium on Robotics and Control. Hong Kong, 1999: 128-133.

[10] Silva G J, Datta A, Bhattacharyya S P. New result on the synthesis of PID controlers [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(2): 241-252.

[11] 陈忻彦,黄一,韩京清. 自抗扰控制思想在动力调谐陀螺仪力平衡回路中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2003, 11(6): 84-89.
(Chen X Y, Huang Y, Han J Q. Application of active disturbance rejection control technique in the force equilibrium circuit of dynamically tuned gyro [J]. J of Chinese Inertial Technology, 2003, 11(6): 84-89.)

---

(上接第 178 页)

## 5 结　　语

本文研究了 T-S 模糊广义时滞系统的鲁棒稳定性分析和镇定问题. 首先根据模型特点选取特殊的 Lyapunov 函数,然后基于矩阵测度得到系统鲁棒稳定的充分条件,并对状态反馈控制器和静态输出反馈控制器的设计问题进行了研究,所设计的控制器可由 LMI 工具箱求解器 feasp 直接求解. 本文所得结论易推广到时变时滞系统中.

## 参考文献(References)

[1] Taniguchi T, Tanaka K, Yamafuji K, et al. Fuzzy descriptor systems: Stability analysis and design via LMIs [C]. Proc American Control Conf. San Diego, 1999: 1827-1831.

[2] Taniguchi T, Tanaka K, Wang H O. Fuzzy descriptor systems and fuzzy controller designs [C]. The 8th Int Fuzzy Systems Assoc World Congress. Taipei, 1999: 655-659.

[3] Taniguchi T, Tanaka K, Wang H O. Fuzzy descriptor systems and nonlinear model following control [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2000, 8(4): 442-432.

[4] Yoneyama J, Ichikawa A. $H_\infty$ control for takagi-sugeno fuzzy descriptor systems [C]. Proc IEEE Conf Systems, Man and Cybernetics. Tokyo, 1999: 28-33.

[5] Wang Y, Zhang Q L, Liu W Q. Stability analysis and design for T-S fuzzy descriptor systems [C]. Proc of the 40th Conf Decision and Control. Drlando, 2001: 3962-3967.

[6] Wang Y, Zhang Q L, Liu X D. Robustness design of uncertain discrete-time fuzzy descriptor systems with guaranteed admissibility [C]. Proc American Control Conf. Anchorage, 2002:1699-1704.

[7] Wang Y, Sun Z Q, Sun F C. Robust fuzzy control of a class of nonlinear descriptor systems with time-varying delay [J]. Int J of Control, Automation and Systems, 2004,2(1): 76-82.

[8] Liu X P. Robust stabilization of nonlinear singular systems [C]. Proc of the 34th Conf Decision and Control. New Orleans, 1995: 2375-2376.

[9] Fang Y, Loparo K A, Feng X. Sufficient condition for the stability of interval matrices [J]. Int J of Control, 1993, 58(4): 969-977.

[10] Chang Y C, Chen S S, Su S F, et al. Static output feedback stabilization for nonlinear interval time-delay systems via fuzzy control approach [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2004, 148(3): 395-410.